



از سری کتاب‌های (۱+۵)

برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها

دکتر امیر محمد گل محمدی

(عضو هیأت علمی دانشگاه)

دکتر بهنام کریمی

مهندس محمد شیخیان



انتشارات نوآوران دانش

سرشناسه :
 عنوان و نام پدیدآور :
 مشخصات نشر :
 مشخصات ظاهری :
 فروست : از سری کتاب‌های ۵+۱
 شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۹۸۳۷۳۰-۲۰۸
 وضعیت فهرست‌نویسی : فیبا
 موضوع :
 موضوع :
 موضوع :
 موضوع :
 شناسه افزوده :
 رده‌بندی کنگره :
 رده‌بندی دیویی :
 شماره کتابشناسی ملی :



انتشارات نوآوران دانش

♦ نام کتاب: برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها
 ♦ مؤلفین: امیرمحمد گل‌محمدی - بهنام کریمی - محمد شیخیان
 ♦ ناشر: نوآوران دانش
 ♦ حروفچینی و صفحه‌آرایی: امیرمحمد گل‌محمدی
 ♦ ملراح جلد: دکتر وحید تیکنی
 ♦ ویراستار: مهندس امیرحسین خبازی
 ♦ نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۸
 ♦ تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه
 ♦ قیمت: تومان
 ♦ شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۸۳۷۳-۲-۸

حق چاپ محفوظ و مخصوص ناشر است.

انتشارات نوآوران دانش: میدان انقلاب - ابتدای خیابان آزادی - تقاطع خیابان جمالزاده جنوبی پلاک ۸۴

واحد ۴

تلفن مرکز پخش: ۶۶۵۶۸۹۱۷ - ۶۶۵۶۸۹۰۳ - ۹۳۷۹۶۶۴۶۰۸ - ۰۹۳۷۹۶۶۴۶۰۸

تقدیم به تمامی رهپویان حقیقی راه علم و معرفت

بمه اساتید که تقدیر که به دور از نگاه تجارت بلند، علم را در راستای اعتلای آن به کار گرفته‌اند...

امیر محمد گل محمدی

تقدیم به پدر و مادر

و به تمام آزاد مردانی که نیک می‌اندیشند و عقل و منطق را پیشه خود ننموده و جز رضای الهی و پیشرفت و

سعادت جامع، مدنی ندارند.

دانشندان، بزرگان و جوانمردانی که جان و مال خود را در حفظ و اعتلای این مرز و بوم خدایانوده می‌نمایند.

بهنام کریمی

تقدیم به تمام کسانی که وجودشان سبب انگیزه و دلیلی بهت زندگی هستند...

تقدیم به مقدس‌ترین و اراده‌دار نخست‌نامه دلم، پدر و مادر مهربانم که زندگیم را دیون مهر و عطوفت آن‌ها می‌دانم...

تقدیم به هر دو خواهرم که بهر امان بهیچ‌کسی و پشتوانه‌ای زندگیم هستند...

محمد شیخان

پیش‌گفتار

برنامه‌ریزی و کنترل موجودی از جمله دروس بسیار مهم و کاربردی در رشته مهندسی صنایع است که از جایگاه ویژه‌ای در کنکور این رشته نیز برخوردار می‌باشد. این درس در مقطع کارشناسی تحت عنوان دو درس کنترل موجودی ۱ و ۲ ارائه می‌گردد و از جمله دروس محبوب در این رشته پرتعداد است. با تغییر بودجه‌بندی سؤالات کنکور از سال ۹۰، این درس با ۱۰ سؤال و ضریب ۵ در کنکور ارشد مهندسی صنایع مورد سؤال واقع می‌شود که اکثر آن‌ها سؤالاتی مفهومی با ماهیتی متفاوت از سؤالات سال‌های گذشته است.

در این کتاب هدف آن است تا با حجمی منطقی، زبانی ساده و شیوا و تأکید بر مطالب ضروری، پوششی کامل بر مباحث این درس انجام دهیم تا در کوتاه‌ترین زمان ممکن، بالاترین بازده را از مطالعه خود کسب نمایید. همچنین با ارائه روش‌های سیستماتیک و مفهومی برای حل مسائل، نکات کاربردی در حل تست‌ها و آشنایی دانشجویان با تفکر طراحان این درس، بر آن شدیم تا دانشجویان عزیز را بیش از پیش برای کنکور این درس آماده نماییم.

هرچند سعی شده است این مجموعه عاری از هرگونه اشتباه باشد، اما از تمام اساتید بزرگوار، دانشجویان عزیز و دوستان گرامی که این مجموعه را مطالعه می‌کنند، صمیمانه خواهشمندیم کاستی‌های این کتاب و نظرات ارزشمند خود را در جهت غنی‌تر کردن این مجموعه، از طرق زیر با نویسندگان در میان بگذارند.

نکات بیشتر پیرامون کنکور ارشد و دکتری مهندسی صنایع را در کانال تلگرام و صفحه اینستاگرام به آدرس [@amgolmohammadi](https://amgolmohammadi) دنبال کنید.

آدرس سایت شخصی دکتر امیرمحمد گل‌محمدی iegolmohammadi.ir

آدرس کانال تلگرام امیرمحمد گل‌محمدی [@amgolmohammadi](https://amgolmohammadi)

آدرس صفحه اینستاگرام amgolmohammadi

ایمیل amir88.golmohamadi@yahoo.com

فهرست مطالب

فصل ۱: تعاریف و مفاهیم موجودی	۱
تعریف موجودی	۳
انواع موجودی	۳
ویژگی کالای جانشین	۴
ویژگی موجودی	۴
تعریف کنترل موجودی	۵
دلایل نگهداری موجودی	۵
اهداف کنترل موجودی	۶
متغیرهای حالت در یک سیستم موجودی	۶
تحلیل سیستم موجودی	۸
عوامل موثر در مدل‌های موجودی	۱۰
هزینه‌های سیستم موجودی	۱۲
تست‌های طبقه‌بندی شده فصل	۲۰
پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل	۲۹
فصل ۲: مدل مقدار سفارش اقتصادی	۳۷
مدل قطعی ساده، ویلسون، مقدار سفارش اقتصادی یا EOQ	۳۹
پارامترهای مدل	۳۹
متغیرهای مدل	۴۰
نحوه محاسبه مقدار سفارش اقتصادی Q^*	۴۰
نحوه محاسبه نقطه سفارش بهینه Γ_y^*, Γ^*	۴۳
نکات مدل EOQ	۴۶
حالات خاص مدل ویلسون	۵۳
مدل تقاضای گسسته	۵۶
روش‌های محاسبه مقدار سفارش اقتصادی گسسته	۵۷
نکات سفارشات گسسته	۵۸
تست‌های طبقه‌بندی شده فصل	۵۹
پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل	۷۹
فصل ۳: مدل‌های کمبود	۱۰۳
مدل‌های کمبود	۱۰۵
۱. مدل کمبود پس افت	۱۰۵
۲. مدل کمبود در حالت فروش از دست رفته	۱۱۳

۱۱۶ تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۱۲۳ پاسخ‌های تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۱۳۱	فصل ۴: مدل تولید اقتصادی (EPQ).....
۱۳۳ پارامترهای مدل
۱۳۴ نکات مدل EPQ
۱۴۷ مدل EPQ در حالت کمبود پس‌افت
۱۵۲ تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۱۶۴ پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۱۷۷	فصل ۵: مدل چندمحصولی و محدودیت‌دار.....
۱۷۹ مدل چندمحصولی ساده
۱۸۰ مدل چندمحصولی در حالت الزام سفارش همزمان محصولات
۱۸۱ مدل چندمحصولی تولیدی
۱۸۶ مدل چندمحصولی تولیدی با زمان آماده‌سازی
۱۹۰ مدل چند محصولی با محدودیت فضا
۱۹۳ مدل چندمحصولی با محدودیت سرمایه درگیر موجودی
۱۹۵ مدل چندمحصولی با محدودیت تعداد دفعات سفارش در سال
۱۹۷ تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۲۱۱ پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۲۲۷	فصل ۶: مدل‌های تخفیف.....
۲۳۱ مدل تخفیف کلی
۲۳۶ مدل تخفیف نموی (افزایشی)
۲۴۱ مدل‌های تغییر قیمت زمانی
۲۴۱ مدل‌های تورم
۲۴۶ تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۲۶۰ پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۲۷۳	فصل ۷: مدل احتمالی یک دوره‌ای.....
۲۷۵ مقدمه
۲۷۷ مدل‌سازی مسأله
۲۸۳ تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۲۸۸ پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل
۲۹۳	فصل ۸: خط‌مشی‌های مرور سیستم موجودی.....
۲۹۵ مقدمه
۲۹۶ خط‌مشی مرور دوره‌ای "FOI"
۲۹۷ مقایسه مدل‌های FOI و FOS

سیستم دو ظرفی؛ دوقفسه‌ای؛ (Two Bin Policy).....	۲۹۸
سیستم پارامتریک (T, r, R).....	۲۹۹
تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۳۰۱
پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۳۰۳
فصل ۹: مدل‌های احتمالی.....	۳۰۵
الف) مدل‌های احتمالی ساده با خط مشی FOS یا (r و Q).....	۳۰۷
مقدمه.....	۳۰۷
ب) مدل‌های احتمالی ساده با خط‌مشی FOI ؛ (R,T).....	۳۱۸
مقایسه بین مدل‌های احتمالی.....	۳۲۳
تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۳۲۴
پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۳۵۵
فصل ۱۰: روش‌های پیش‌بینی.....	۳۸۵
۱. روش تقاضای آخرین دوره.....	۳۸۷
۲. روش معدل ساده.....	۳۸۷
۳. روش معدل متحرک ساده.....	۳۸۸
۴. روش معدل متحرک تصحیح شده.....	۳۸۸
۵. روش میانگین متحرک دوبل.....	۳۹۰
۶. روش میانگین وزنی.....	۳۹۱
۷. روش هموارسازی نمایی EWMA.....	۳۹۱
۸. روش هموارسازی نمایی تصحیح شده.....	۳۹۴
۹. روش رگرسیون خطی ساده.....	۳۹۴
خطای پیش‌بینی.....	۳۹۵
تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۳۹۷
پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۴۰۳
فصل ۱۱: مدل‌های قطعی و پویا.....	۴۱۱
روش‌های حل مدل.....	۴۱۳
تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۴۲۱
پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۴۲۴
فصل ۱۲: آنالیز ABC.....	۴۲۹
تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۴۳۴
پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل.....	۴۳۵
ضمیمه ۱: آزمون‌های آزمایشی ارشد.....	۴۳۷

۵۴۷	ضمیمه ۲: آزمون‌های کنکور ارشد سال‌های اخیر.....
۵۴۹	سؤالات سال ۱۳۹۴.....
۵۵۲	پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۴.....
۵۵۷	سؤالات سال ۱۳۹۵.....
۵۶۰	پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۵.....
۵۶۴	سؤالات سال ۱۳۹۶.....
۵۶۷	پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۶.....
۵۷۰	سؤالات سال ۱۳۹۷.....
۵۷۳	پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۷.....
۵۷۸	سؤالات سال ۱۳۹۸.....
۵۸۰	پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۸.....
۵۸۴	سؤالات سال ۱۳۹۹.....
۵۸۷	پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۹.....
۵۹۴	سؤالات سال ۱۴۰۰.....
۵۹۷	پاسخ سؤالات سال ۱۴۰۰.....
۶۰۳	مراجع.....

فصل ۱

تعاریف و

مفاهیم موجودی

تعریف موجودی

ذخیره‌ای از مواد و کالا است که برای مدت زمان مشخص جهت جوابگویی تقاضا تحت کنترل سازمان به صورت نسبتاً ثابت نگهداری می‌شود.

انواع موجودی

مواد اولیه: برای مرحله تولید از فروشندگان و تامین‌کنندگان تهیه می‌شود. مواد خام به طور مستقیم از دامان طبیعت گرفته می‌شود. ممکن است مواد اولیه مواد خام باشد ولی لزوماً هر ماده اولیه‌ای مواد خام نیست.

زیر مونتاژها: بدون اینکه فرآیند تولیدی آن انجام شود، بر روی محصول نهایی سوار می‌شوند.

قطعات نیم ساخته: بخشی از فرآیند تولیدی بر روی آنها انجام شده است.

ملزومات و قطعات یدکی: اثری از آنها در محصول نهایی نیست و فقط خط تولید را پشتیبانی می‌کنند.

محصول نهایی: تمام فرآورده‌ها روی آن انجام شده و منتظر فروش و تحویل آن به مشتری هستیم.

** خواستو جمع کن **

سوال: کدامیک از موارد زیر موجودی نیست؟

۱. نفت در خطوط لوله در جریان ☒
۲. نفت داخل مخازن در پالایشگاه ☒
۳. محصولات داخل فروشگاه ☒
۴. ماشین‌آلات و تجهیزات ☒
۵. ساختمان و سوله و زمین ☒
۶. ضایعات ☒
۷. چرخ دنده و سر مته دستگاه ☒

نکته: اقلام سرمایه‌ای جزء موجودی محسوب نمی‌شوند چرا که سرمایه بوده و در هر لحظه از زمان امکان فروش آنها وجود دارد مانند زمین، ساختمان، سیلو، انبار و

۱. موجودی نیست چون ثابت نیست

۲. موجودی است چون ثابت است

۳. موجودی است

۴. موجودی نیستند چون جزء اقلام سرمایه‌ای هستند

۵. موجودی نیستند چون جزء اقلام سرمایه‌ای هستند


۶. موجودی نیست زیرا تحت کنترل سازمان نیست

۷. موجودی است (ملزومات و قطعات یدکی)

نکته: دو قلم فیزیکی هنگامی دو قلم یکسان محسوب می‌شوند که از هر نظر بدون هیچ هزینه‌ای بتوانند جایگزین یکدیگر شوند.

ویژگی کالای جانشین

- محل نگهداری یکسان
- مشخصات یکسان
- کاربرد یکسان
- جابجایی آنها با هم بدون هیچ هزینه‌ای انجام‌پذیر باشد.

 **مثال:** اقلام یکسان را تعیین کنید؟

(۱) دو لباس یکسان در سایز متفاوت ☒ ← کاربرد یکسان ندارند

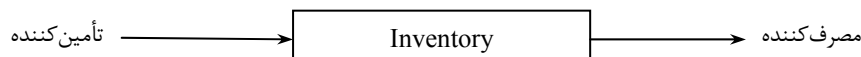
(۲) دو کتاب یک سایز ولی با نام متفاوت ☒ ← کاربرد یکسان ندارند

(۳) دو قطعه یدکی یکسان در دو انبار متفاوت ایران خودرو ☒ ← جابجایی هزینه دارد

(۴) دو عدد تخم مرغ ۸۰ و ۸۵ گرمی ☒ ← چون دقیقاً کاربرد یکسانی دارند

ویژگی موجودی

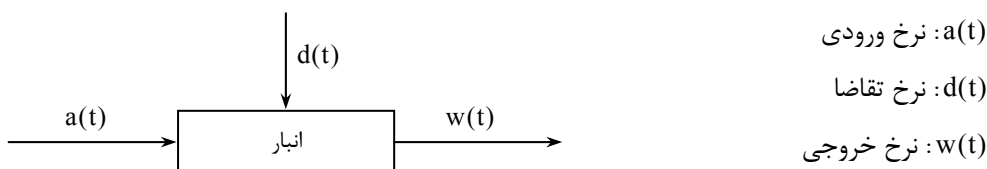
همواره در جریان بین تأمین‌کننده و مصرف‌کننده قرار گرفته است.



تعریف کنترل موجودی

کنترل تولید و موجودی عبارت است از فن نگهداری اقلام و محصولات (موجودی‌ها) در سطح مطلوب به منظور برآوردن تقاضای مشتریان به میزان مناسب و در موعد مقرر به طوری که هزینه سیستم حداقل گردد. به طور کلی در کنترل موجودی به دنبال این هستیم که حساب کنیم **کی و چقدر** سفارش دهیم تا هزینه‌های سیستم حداقل شود. چقدر سفارش دهیم؟ چه زمانی سفارش دهیم؟ این دو مورد را همیشه به یاد داشته باشید.

در کنترل موجودی تنها به بررسی تغییرات در میزان نرخ ورودی در جهت حداقل کردن هزینه یا حداکثر کردن سود می‌پردازیم. تغییرات در میزان تقاضا مربوط به حوزه بازاریابی می‌باشد که شامل سیاست‌هایی همچون تغییر قیمت و تبلیغات است که به برنامه‌ریزی و کنترل موجودی ربطی ندارد.



توجه: اگر سیستم موجودی بررسی مواد اولیه برای کارخانه باشد مقدار تقاضا در اختیار سازمان است و جز سیاست‌های برنامه‌ریزی تولید است. به عبارت دیگر تقاضا از بیرون به سیستم تحویل می‌شود.

دلایل نگهداری موجودی

- مقابله با نوسانات تقاضا و مدت زمان تحویل؛
- مقابله با اختلالات نوسانات عرضه؛
- هدف تبلیغاتی؛
- مقابله با تورم و استفاده از فرصت حراج؛
- استفاده از تخفیف‌ها؛
- حمل‌ونقل آسان‌تر و ارزان‌تر؛
- وقتی هزینه سفارش‌دهی بالاست خرید در مقدار کم صرفه ندارد؛
- جلوگیری از توقف خط تولید؛

- تسطیح منابع تولیدی؛
- مستقل کردن بخش‌های تولیدی؛
- خرید در دسته‌های اقتصادی؛
- حداقل کردن هزینه‌ها (اصلی‌ترین)؛

اهداف کنترل موجودی

هدف اولیه: تحویل محصول مورد نیاز به مقدار مناسب و در زمان مناسب به مشتری؛

هدف ثانویه: به حداقل رساندن زمان تامین ساخت یا سفارش؛

هدف نهایی: حداقل نمودن هزینه‌ها یا حداکثر کردن سود؛

متغیرهای حالت در یک سیستم موجودی

در یک سیستم موجودی متغیرهای حالت، متغیرهایی هستند که در هر لحظه وضعیت یا حالت سیستم موجودی را نشان می‌دهند. این متغیرها به شرح زیر می‌باشند:

$I(t)$: موجودی در دست در زمان t

$b(t)$: مقدار کمبود در زمان t

$O(t)$: مقدار مواد در سفارش در زمان t یا مقدار سفارش در راه در زمان t

سه متغیر فوق همگی غیر منفی و مستقل می‌باشند در حالیکه ۲ متغیری که در ادامه می‌آید وابسته به سه متغیر فوق هستند و می‌توانند منفی یا مثبت باشند.

$NS(t)$: موجودی خالص در زمان t

$Y(t)$: موقعیت موجودی در زمان t

$$NS(t) = I(t) - b(t)$$

$$Y(t) = NS(t) + O(t) = O(t) + I(t) - b(t)$$

مقدار کمبود در زمان t بسته به آنکه کسری به‌صورت **پس افت** یا **فروش از دست رفته** باشد به

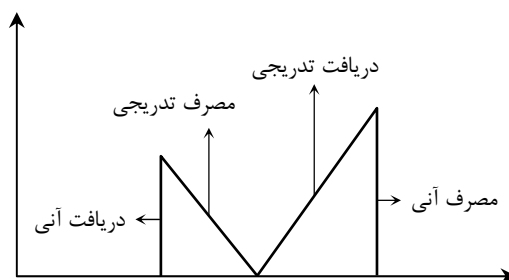
دو دسته تقسیم می‌شود و داریم:

$$b_t = \int a(t) - d(t) \quad \text{پس افت:} \quad b_t = 0 \quad \text{فروش از دست رفته:}$$

نکته: در هر لحظه از زمان داریم: $I(t) \cdot b(t) = 0$ یعنی در یک لحظه همزمان کمبود و موجودی در دست نداریم.

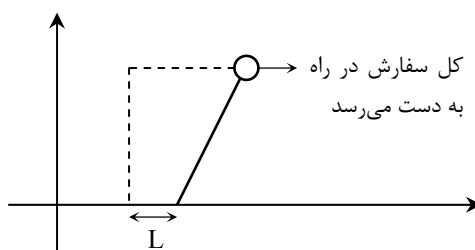
نکته: در کنترل موجودی و در نمودارهای موجودی همواره خطوط توپر برای موجودی خالص و خط چین برای موقعیت موجودی است.

نمودار موجودی خالص می‌توانند به صورت زیر تغییر می‌کنند نکته‌ای که باید به آن توجه کرد آن است که هیچ‌گاه نمودار موقعیت موجودی به صورت تدریجی افزایش پیدا نمی‌کند زیرا صدور سفارش یا تولید بصورت آنی صورت می‌گیرد.



مدت زمان تحویل (L یا L_T): مدت زمانی است که از لحظه صدور سفارش طول می‌کشد تا اولین قطعه به دستمان برسد از زمان سفارش‌دهی طول می‌کشد تا اولین قطعه به دستمان برسد.

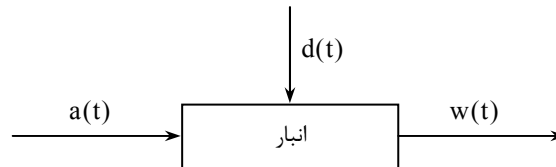
از بعد از L تا رسیدن کل سفارش مدت زمان تحویل نیست بلکه زمانی است که به طول می‌انجامد از لحظه‌ای که اولین کالا را دریافت می‌کنیم تا لحظه دریافت آخرین کالا.



نکته: اگر $L_T = 0$ آنگاه در صورتیکه دریافت آنی باشد، نمودار موقعیت موجودی و خالص موجودی بر هم منطبق هستند ولی در صورت دریافت تدریجی نمودار، موقعیت موجودی و خالص موجودی بر هم منطبق نیستند.

تحلیل سیستم موجودی

سیستم موجودی شامل ورود کالا به انبار و خروج کالا از انبار می‌باشد. مقدار موجودی نگهداری شده در انبار در هر لحظه را حالت سیستم موجودی گویند.

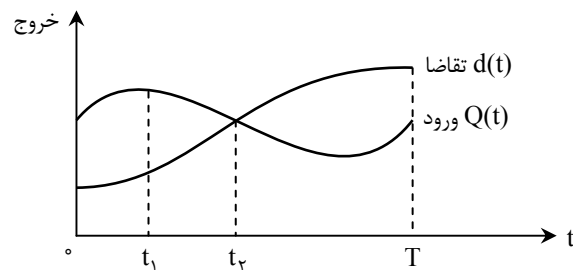


همواره داریم:

$$w(t) = \begin{cases} d(t), & \text{if } (a(t) \geq d(t)) \\ a(t), & \text{if } (a(t) < d(t)) \end{cases}$$

- در حالت ۱ وقتی ورودی از تقاضا بیشتر است به اندازه‌ی تقاضا از سیستم خروجی خواهیم داشت که در نتیجه موجودی انباشته ایجاد می‌گردد.
- در حالت ۲ وقتی ورودی از تقاضا کمتر است به اندازه‌ی ورودی از سیستم خروجی خواهیم داشت (هرچه می‌آید مصرف می‌گردد) که در نتیجه کمبود ایجاد می‌گردد. (منفی بودن $NS(t)$ به معنای کمبود است).

مثال: اگر در شکل زیر $d(t)$ و $Q(t)$ به ترتیب نرخ ورود کالا به سیستم و نرخ خروج کالا از سیستم در زمان t باشد و در زمان صفر هیچ موجودی در دست نباشد داریم: (سراسری ارشد - ۸۵)



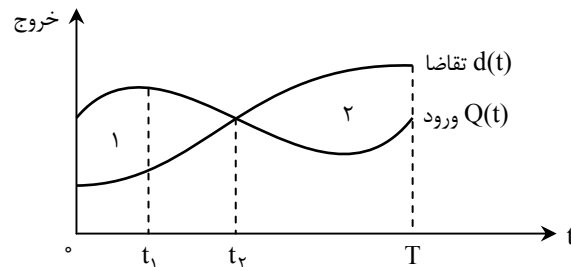
(۱) در مورد موجودی سیستم نمی‌توان اظهار قطعی کرد.

(۲) در زمان t_1 بیشترین موجودی انباشته شده در سیستم وجود خواهد داشت.

(۳) در زمان t_2 بیشترین موجودی انباشته شده در سیستم وجود خواهد داشت.

(۴) در زمان T بیشترین موجودی انباشته شده در سیستم وجود خواهد داشت.

حل: گزینه ۳ صحیح است.



با توجه به اینکه موجودی انباشته حالت تجمعی دارد تا زمانی که در قسمت ۱ نمودار باشیم نرخ ورودی بیشتر از خروجی بوده پس موجودی انبار می‌گردد و تا زمان t_2 این موجودی انباشته به بیشترین مقدار خود می‌رسد ولی وقتی در بخش ۲ نمودار هستیم با توجه به اینکه نرخ خروجی (نرخ تقاضا) بیشتر از نرخ ورودی است برای مقابله با کمبود از موجودی انباشته شده استفاده می‌کنیم که نمودار حالت نزولی به خود می‌گیرد در صورتی که بخش ۱ و ۲ متقارن باشند و موجودی اولیه نیز صفر باشد در زمان T موجودی برابر با صفر می‌شود همین شرایط برای عددی مثل a نیز برقرار است.

نکته: اگر کسری بصورت پس افت یا فروش از دست رفته باشد مقدار موجودی در زمان t به شرح زیر است:

۱. کسری فروش از دست رفته:

$$NS(t) = NS(0) + \int_0^t a(t)dt - \int_0^t w(t)dt$$

(میزان خروجی تا زمان t) - (میزان ورودی تا زمان t) + (موجودی اولیه) = مقدار موجودی در زمان t
۲. کسری پس افت:

$$NS(t) = NS(0) + \int_0^t a(t)dt - \int_0^t d(t)dt$$

(میزان تقاضا تا زمان t) - (میزان ورودی تا زمان t) + (موجودی اولیه) = مقدار موجودی در زمان t
به عبارتی کمبود به صورت فروش از دست رفته، برای ما تعهد ایجاد نمی‌کند که آن را جبران کنیم.

مثال: انباری را در نظر بگیرید که مقدار ورودی کالا و تقاضای آن به شرح زیر می‌باشد،

دوره	۱	۲	۳
مقدار ورودی کالا	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰
مقدار تقاضا	۱۵۰	۲۲۰	۲۸۰

۱۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

(۱) مقدار موجودی خالص در پایان دوره سوم در صورتی که کمبود بصورت پس افت می‌باشد و موجودی اولیه صفر می‌باشد بدست آورید؟

$$NS(3) = NS(0) + \int_0^3 a(t)dt - \int_0^3 d(t)dt = 0 + \sum_1^3 a(t) - \sum_1^3 d(t) \\ = 0 + (100 + 200 + 300) - (150 + 220 + 280) = -50$$

(۲) مقدار موجودی خالص در پایان دوره سوم در صورتی که کمبود بصورت فروش از دست رفته می‌باشد و موجودی اولیه صفر می‌باشد بدست آورید؟

$$NS(t) = NS(0) + \int_0^t a(t)dt - \int_0^t w(t)dt \quad *w(t) = \min \{a(t), d(t)\} \\ NS(3) = 0 + (100 + 200 + 300) - (100 + 200 + 280) = 20$$

عوامل موثر در مدل‌های موجودی

عوامل زیر سازنده فرضیات مدل‌های موجودی می‌باشند و با شناخت نوع آنها می‌توان مدل‌های مختلف را از یکدیگر متمایز ساخت.

۱. **تقاضا:** مهمترین عامل در کنترل موجودی است و به ۲ دسته قطعی و احتمالی که آنها نیز به دو دسته ساکن و پویا تقسیم می‌گردند.

۲. **کمبود:** تقاضاهایی که در زمان مقرر نمی‌توانیم برآورد کنیم در مدل‌های موجودی کمبود می‌تواند مجاز باشد یا نباشد.

۳. **محدودیت:** در مدل‌های موجودی ممکن است محدودیت‌هایی مانند فضا، سرمایه درگیر و... وجود داشته باشند.

۴. **سفارش:** مدل‌های موجودی با توجه به نرخ و چگونگی دریافت موجودی به دو نوع مدل‌های تولیدی و خرید تقسیم می‌شوند.

۵. **مدت زمان تحویل:** بازه زمانی بین لحظه صدور سفارش تا دریافت اولین قطعه سفارش است که به ۲ دسته قطعی و احتمالی که آنها نیز به دو دسته ساکن و پویا تقسیم می‌گردند.

۶. **قیمت کالا در طول مدت برنامه‌ریزی:** قیمت کالا در طول برنامه‌ریزی می‌تواند ثابت باشد و یا متغیر باشد مانند مدل‌های تخفیف و حراج و تورم.

۷. برنامه‌ریزی: در مدل‌های موجودی می‌توان بر اساس یک محصول بصورت جدا یا چند محصول بصورت همزمان برنامه‌ریزی کرد.

نکته: تقاضا، محدودیت‌ها و هزینه‌ها و جایگزینی اجزایی هستند که با شناخت آنها می‌توان سیستم‌های موجودی را از یکدیگر متمایز کرد و آنها را شناخت.

مثال: کدام یک از موارد زیر، زیرمجموعه اجزای کاملی هستند که با شناخت آنها می‌توان سیستم موجودی را تجزیه تحلیل کرد؟
(سراسری ارشد - ۸۵)

۱. زمان تدارکات - تقاضا - محدودیت‌ها - هزینه‌ها
۲. تقاضا - محدودیت‌ها - جایگزینی - زمان تدارکات
۳. زمان تدارکات - تقاضا - هزینه‌ها و جایگزینی
۴. تقاضا - محدودیت - هزینه‌ها و جایگزینی

حل: گزینه ۴ صحیح است.

این سوال از متن کتاب دکتر فاطمی قمی طرح شده است.

مثال: هزینه انبارگردانی پایان سال مالی جز کدام هزینه‌هاست؟

- | | |
|----------------------------------|---|
| (۱) جزء هزینه‌های سیستم تولید | (۲) جزء هزینه‌های سیستم خرید |
| (۳) جزء هزینه‌های نگهداری موجودی | (۴) جزء هزینه‌های سیستم مالی و حسابداری |

حل: گزینه ۳ صحیح است.

به طور کلی معمولاً هر آن چیزی که به انبار مربوط می‌شود، مربوط به نگهداری کالا است.

انواع متغیرها در کنترل موجودی:

- متغیر نرخ: متغیری که وابسته به زمان بوده و اگر زمان پیش برود مقدار به خودش می‌گیرد که در نهایت متغیر حالت را ایجاد می‌کند.
- متغیر حالت: متغیری است که تحت تأثیر متغیر نرخ قرار دارد که با توقف زمان مقدار به خودش می‌گیرد.
- متغیر برون‌زا: متغیری است که تحت تأثیر محیط سیستم است و در محدوده قابل کنترل سیستم وجود ندارد.
- متغیر درون‌زا: متغیری است که تحت کنترل سیستم و در محدوده سیستم قرار دارد.

هزینه‌های سیستم موجودی

نگهداری موجودی امری هزینه‌زا ولی اجتناب ناپذیر است. در برخی موارد نداشتن موجودی هزینه‌ای به سیستم تحمیل می‌کند که در نهایت هزینه‌های کل را بیشتر می‌کند. در کنترل موجودی بدنبال یافتن سطحی از موجودی هستیم که هزینه‌های کل حداقل شود. هزینه‌های سیستم موجودی به شرح زیر طبقه‌بندی می‌گردد که در مدل‌ها در پی حداقل کردن مجموع آنها هستیم.

۱. هزینه نگهداری

عبارت است از هزینه‌هایی که در اثر نگهداری موجودی در سازمان به سیستم تحمیل می‌شود. این هزینه‌ها درون کارخانه‌ای بوده و به تعداد اقلام وابسته می‌باشند. این هزینه‌ها وابسته به زمان هستند یعنی با افزایش زمان نگهداری هزینه‌ها بیشتر می‌شوند. به دو دسته کلی تقسیم می‌گردند:

۱) هزینه‌هایی که وابسته به قیمت کالا (ارزش موجودی) هستند: هزینه اُفت، فاسد شدن و متروک شدن کالا و هزینه‌های بیمه و مالیات اقلام در داخل انبار و از همه مهمتر هزینه خواب سرمایه جز این گروه از هزینه‌های نگهداری می‌باشند.

i: نرخ هزینه نگهداری یک واحد پولی از موجودی در واحد زمان

c: قیمت هر واحد کالا

۲) هزینه‌هایی که وابسته به مقداری موجودی هستند: هزینه‌های تسهیلات داخل انبار، اجاره بها انبار (وقتی به تعداد اقلام بستگی دارد)، هزینه‌های حمل‌ونقل در داخل انبار (جابجایی و انتقال)، نیروی انسانی استخدام شده در داخل انبار و هزینه‌های آب و برق و انرژی صرف شده در انبار و هزینه‌های انبارگردانی و ثبت و نگهداری سوابق جز این گروه از هزینه‌های نگهداری می‌باشند.

w: واحد هزینه نگهداری که به قیمت کالا بستگی ندارد اما براساس واحد محصول بیان می‌شود.

نحوه محاسبه هزینه نگهداری هر قلم کالا در واحد زمان به شرح زیر است:

$$h = i \cdot c + w$$

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

$$c = c_1 + c_2 + \dots + c_n$$

$$w = w_1 + w_2 + \dots + w_n$$

ممکن است چندین i داشته باشیم مانند نرخ بهره، نرخ بیمه، نرخ مالیات و...

ممکن است چندین w داشته باشیم مانند اجاره انبار و دستمزد کارگر و...

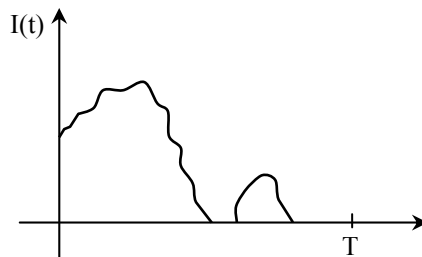
فصل ۱۳: تعاریف و مفاهیم موجودی

ممکن است چندین c داشته باشیم مانند قیمت کالا و هزینه حمل و نقل وقتی به ازای هر واحد کالا قابل بیان باشد و...

نکته: پس w و h با یکدیگر هم واحد هستند و از یک جنس می‌باشند. اگر در سوالی i و c هم داده بود آنگاه $i.c$ را به w اضافه کرده و میزان h را محاسبه می‌کنیم.

نحوه محاسبه هزینه نگهداری از T تا T

هزینه نگهداری براساس منحنی موجودی در دست بصورت مقابل محاسبه می‌گردد:



$$T \text{ تا } T = h \int_0^T I(t) dt = h \bar{I} T$$

کل هزینه نگهداری از T تا T = (مساحت زیر منحنی موجودی در دست) $\times h$

$$\bar{I} = \frac{\text{مساحت زیر منحنی در دست}}{T} = \frac{\int_0^T I(t) dt}{T}$$

(متوسط موجودی)

کل هزینه نگهداری سالیانه در شرایطی بدست می‌آید که بجای $T=1$ قرار دهیم پس داریم:

$$h \bar{I} = \text{کل هزینه نگهداری سالیانه}$$

نکته: هزینه‌های نگهداری براساس حداکثر موجودی نیز قابل بیان است:

h_1 : هزینه‌هایی از هزینه نگهداری که به متوسط موجودی بستگی دارد.

h_2 : هزینه‌هایی از هزینه نگهداری که به ماکزیمم موجودی بستگی دارد.

$$h_1 \bar{I} + h_2 I_{\max} = \text{کل هزینه نگهداری سالیانه } (h_1 + 2h_2) \bar{I}$$

مثلاً در مدل EOQ که می‌توان نوشت:

$$\bar{I} = \frac{I_{\max}}{2} = \frac{Q}{2}$$

یا به روش دیگر ابتدا هزینه نگهداری جدید را بدست آورده و در نهایت در متوسط موجودی ضرب کنیم.

نکته: در مواقعی که هزینه نگهداری براساس حداکثر موجودی می باشد طوری بیان می گردد که متوجه این تفاوت شویم در غیراینصورت براساس متوسط موجودی لحاظ می گردد.

از جمله مواردی که هزینه نگهداری براساس ماکزیمم موجودی است می توان به هزینه مالیات و اجاره بهای انبار اشاره کرد. اجاره بها در صورتی در این زیر مجموعه قرار می گیرد که براساس متراژ مورد نیاز مطرح گردد و تک کالایی لحاظ شود یعنی نتوان از فضای اضافه انبار برای نگهداری سایر اقلام موجودی استفاده کرد. این تقسیم بندی انواع هزینه نگهداری در انبار به نوع قرارداد بستگی دارد.

مثال: فرض کنید هزینه اجاره بهای انبار برای نگهداری موجودی ۲ میلیون تومان و هزینه نیروی انسانی ۱ میلیون تومان و هزینه انبارگردانی نیز ۱ میلیون تومان می باشد اگر هر بار ۲۰۰۰ واحد سفارش داشته باشیم و بدانیم کلیه هزینه های ذکر شده براساس متوسط موجودی بوده و به تعداد اقلام کالا در انبار بستگی دارد، هزینه نگهداری هر واحد موجودی در سال را بدست آورید؟ در صورتی که این هزینه را بصورت نرخ هزینه نگهداری بیان کنیم مقدار آن را بدست آورید؟ (می دانیم ارزش هر قلم کالا ۱۰۰۰ تومان است). اگر هزینه فرصت از دست رفته ۵٪ باشد نرخ هزینه نگهداری و هزینه نگهداری کل جدید را بدست آورید؟

$$\bar{I} = \frac{Q}{\gamma} = \frac{2000}{2} = 1000$$

$$2,000,000 + 1,000,000 + 1,000,000 = 4,000,000$$

$$h \times 1000 \times 1 = 4,000,000 \rightarrow h = 4000$$

$$h = ic \rightarrow 4000 = i \times 1000 \rightarrow i = 4$$

$$i = i + i_1 = 0.05 + 4 = 4.05 \rightarrow h' = 4.05 \times 1000 = 4050 \rightarrow 4050 \times 1000 \times 1 = 4,050,000$$

$$\rightarrow h = ic = 0.05 \times 1000 = 50$$

$$h\bar{I} = 50 \times 1000 = 50,000 \rightarrow 4,000,000 + 50,000 = 4,050,000$$

۲. هزینه ثبت سفارش و تدارک

عبارت است از کلیه هزینه هایی که در زمان تهیه کالا (قبل از اینکه کالا در اختیار ما باشد) به سیستم تحمیل می گردد که برخلاف هزینه نگهداری به تعداد اقلام بستگی ندارد (مستقل نسبت به تعداد اقلام است)؛ ولی هرچه مدت زمان تحویل طولانی تر گردد این هزینه نیز افزایش پیدا می کند. از جمله این هزینه ها می توان موارد زیر را نام برد:

- هزینه فکس و تلفن و پیگیری های خرید؛

- هزینه بازرسی وقتی بصورت نمونه‌گیری بوده و به تعداد اقلام بستگی ندارد.
 - هزینه حمل‌ونقل و ضایعات و فاسد شدن کالا وقتی برون کارخانه‌ای بوده و به تعداد اقلام بستگی ندارد.
 - هزینه ترخیص و بارنامه و گمرک وقتی نسبت به تعداد اقلام مستقل است.
 - هزینه گشایش اعتباری وقتی به تعداد اقلام بستگی ندارد.
 - هزینه ثبت سفارش و یافتن تأمین‌کننده مناسب؛
- * خلاصه که یادت نره هزینه سفارش دهی به تعداد اقلام بستگی ندارد و فقط به دفعات سفارش دهی وابسته است. *

$$A = A_1 + A_2 + \dots$$

نکته: در صورتی که سیستم موجودی، تولیدی باشد؛ هزینه‌هایی از قبیل آماده‌سازی ابتدای خط، راندمان پایین ابتدای تولید و ضایعات ابتدای خط و آموزش کارگران در ابتدای تولید جزء هزینه‌های سفارش‌دهی یا تدارکات می‌باشد.

یادآوری باشد که این هزینه را بعداً در مدل‌های EOQ و EPQ به شکل‌های مختلف بیان می‌کند.

۳. هزینه خرید

- این هزینه وابسته به مقدار یا تعداد اقلام می‌باشد و معمولاً به صورت قیمت هر واحد محصول خریداری شده و یا تولید شده محاسبه می‌شود و موارد زیر را دربر دارد:
- قیمت خرید یا هزینه تولید؛
 - هزینه بازرسی ۱۰۰٪ (به تعداد اقلام بستگی دارد) در بیرون کارخانه؛
 - هزینه ترخیص و بارنامه و گمرک وقتی به تعداد اقلام وابسته است.
 - هزینه حمل‌ونقل و ضایعات و فاسد شدن کالا وقتی برون کارخانه‌ای بوده و به تعداد اقلام بستگی دارد.
 - هزینه مواد اولیه خط تولید که برای هر واحد محصول استفاده می‌شود.
 - هزینه بارگیری و باراندازی اگر به تعداد اقلام وابسته باشد.

* خلاصه که یادت نره هزینه خرید به ازای قلم کالا قابل بیان است یعنی به تعداد بستگی دارد. *

$$C = C_1 + C_2 + \dots$$

۴. هزینه کمبود

هزینه کمبود هزینه‌ای است که به صورت جریمه در صورت عدم تأمین به موقع تقاضا به سیستم تحمیل می‌شود. این هزینه صرفاً بدلیل کمبود موجودی بوجود می‌آید.

هزینه‌های کمبود به ۲ دسته تقسیم‌بندی می‌شوند:

۱. هزینه کمبود وابسته به زمان (قابل جبران) که همان تقاضای پس افت می‌باشد؛ (π هزینه کمبود واحد کالا در واحد زمان)

۲. هزینه کمبود مستقل از زمان (غیر قابل جبران) که همان فروش از دست رفته می‌باشد؛ (π هزینه هر واحد کمبود)

از جمله هزینه‌های کمبود وابسته به زمان می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

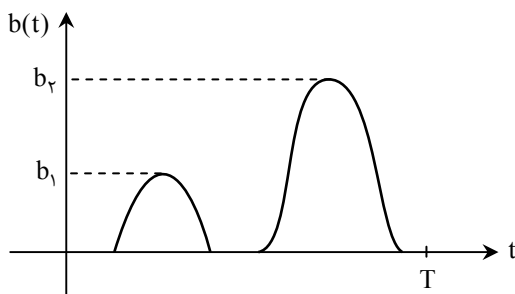
- هزینه اضافه کاری بابت محصولات به تعویق افتاده (هزینه مواد اولیه تهیه کالای معوق هزینه تولید است)
- هزینه چانه زنی با مشتری
- هزینه حمل‌ونقل سریعتر
- هزینه دیرکرد وابسته به زمان
- تعجیل در صدور سفارش
- هزینه جایگزینی اقلام گران از منابع دیگر
- هزینه عدم اجرای به موقع قرارداد

از جمله هزینه‌های کمبود مستقل از زمان می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- هزینه کاهش اعتبار
- هزینه کاهش رضایت مشتری
- هزینه فرصت از دست رفته یا هزینه سود از دست رفته که به ازای فروش هر واحد می‌توانسته کسر شود.

نحوه محاسبه هزینه کمبود از ۰ تا T

هزینه کمبود بر اساس منحنی میزان کمبود برحسب زمان، به صورت زیر محاسبه می‌گردد. در صورتی که از نمودار موجودی خالص برای محاسبه هزینه کمبود استفاده کنیم بخش منفی نمودار (زیر خط صفر) مربوط به زمانی است که با کمبود روبرو هستیم. در شکل زیر نمودار کمبود رسم شده است (محور عمودی $b(t)$ است).



فصل ۱۷: تعاریف و مفاهیم موجودی

(تعداد کمبود از ۰ تا T) π + (مساحت زیر منحنی کمبود) $\hat{\pi}$ = کل هزینه کمبود از ۰ تا T

$$= \hat{\pi} \int_0^T b(t) dt + \pi(b_1 + b_T) = \hat{\pi} \bar{b} T + \pi(b_1 + b_T)$$

$$\bar{b} = \frac{\int_0^T b(t) dt}{T} \quad (\text{متوسط کمبود})$$

دقت شود که π در تعداد کمبودها ضرب می‌شود.

۵. سایر هزینه‌ها

ما به هزینه‌هایی که بصورت سرمایه‌ای بوده و برایمان ماندگار است مثل خرید ماشین آلات و زمین کاری نداریم، اینها اقلام سرمایه‌ای می‌باشند.

بصورت کلی براساس تقسیم‌بندی زیر می‌توانیم عمل کنیم:

داخل کارخانه:

- به ازای واحد کالا قابل بیان نبود (تدارکات) (مستقل از تعداد)
- به ازای واحد کالا قابل بیان بود (نگهداری) (وابسته به تعداد)

خارج از کارخانه:

- به ازای واحد کالا قابل بیان نبود (سفارش‌دهی) (مستقل از تعداد)
- به ازای واحد کالا قابل بیان بود (خرید) (وابسته به تعداد)

نکته: هزینه‌های حمل‌ونقل و بازرسی بر طبق شرایط جز هریک از هزینه‌ها می‌تواند باشد، حواست رو جمع کن!

بازرسی:

- ۱۰۰ درصد ← خارج کارخانه (خرید)
- ۱۰۰ درصد ← درون کارخانه (نگهداری)
- نمونه‌گیری ← خارج کارخانه (سفارش‌دهی)

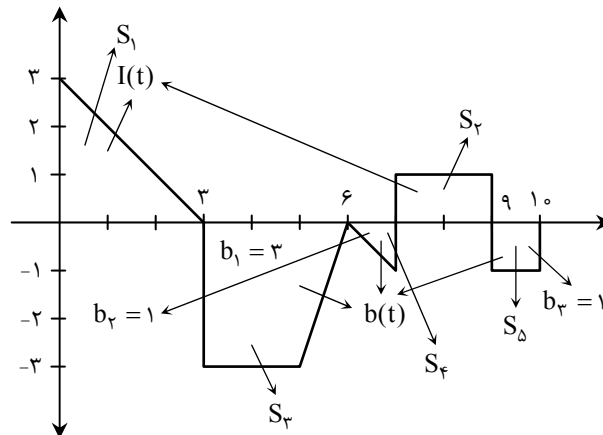
حمل‌ونقل:

- خارج کارخانه به تعداد وابسته ← هزینه خرید
- خارج از کارخانه و مستقل از تعداد ← هزینه سفارش‌دهی
- درون کارخانه ← هزینه نگهداری

تذکر: هزینه‌های بیمه و مالیات، گمرک، ضایعات، مرور خرابی، فاسد شدن، بارگیری و باراندازی

معمولاً به تعداد اقلام بستگی دارد و درون کارخانه‌ای می‌باشد.

مثال: نمودار تغییرات موجودی خالص کالایی در طول ماه های گذشته مطابق شکل زیر می باشد
 موارد زیر را محاسبه کنید؟ (هزینه نگهداری برابر با ۲۰ تومان به ازای هر عدد در ماه و هزینه هر واحد کمبود ۱۰ تومان و هزینه هر واحد کمبود در سال نیز ۶۰ تومان می باشد)



(۲) متوسط کل هزینه ها

(۱) متوسط هزینه کمبود

(۴) متوسط موجودی خالص

(۳) متوسط کمبود و متوسط موجودی

$$h = 20 \quad \pi = 10 \quad \hat{\pi} = 60 \rightarrow \hat{\pi} = \frac{60}{12} = 5$$

$$\text{متوسط هزینه کمبود} = \hat{\pi} \int_0^T b(t) dt + \pi b_T = 5 \left(\frac{5 \times 3}{2} + \frac{1 \times 1}{2} + 1 \right) + 10(3 + 1 + 1) = 95$$

$$\text{متوسط هزینه نگهداری} = h \int_0^T I(t) dt = 20 \left(\frac{3 \times 3}{2} + 1 \times 2 \right) = 20(4.5 + 2) = 130$$

$$\text{متوسط هزینه های نگهداری و کمبود} = 130 + 95 = 225$$

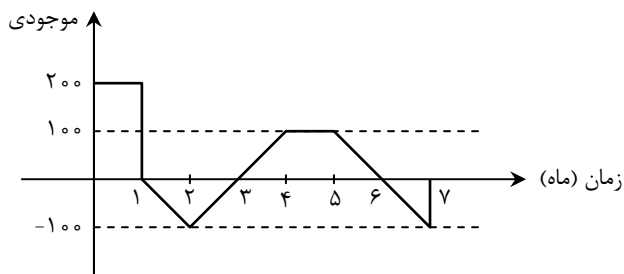
$$\text{متوسط موجودی} = \frac{\int_0^T I(t) dt}{T} = \frac{6.5}{10} = 0.65$$

$$\text{متوسط کمبود} = \frac{\int_0^T b(t) dt}{T} = \frac{9}{10} = 0.9$$

$$\text{متوسط موجودی خالص} = \frac{\int_0^T I(t) dt - \int_0^T b(t) dt}{T} = \bar{I} - \bar{b} = 0.65 - 0.9 = -0.25$$

فصل ۱۹: تعاریف و مفاهیم موجودی

مثال: هزینه نگهداری هر واحد کالا ۱۰ تومان در ماه و هزینه ثابت کمبود هر واحد آن ۲۰ تومان است. مجموع هزینه‌های نگهداری و کمبود مربوط به کالایی که وضعیت موجودی آن مشابه شکل زیر است، در طی هفت ماه چند تومان است؟ (سراسری ارشد - ۸۹)



- (۱) ۴۰۰۰
- (۲) ۲۰۰۰
- (۳) ۸۰۰۰
- (۴) ۱۰,۰۰۰

حل: گزینه ۳ صحیح است.

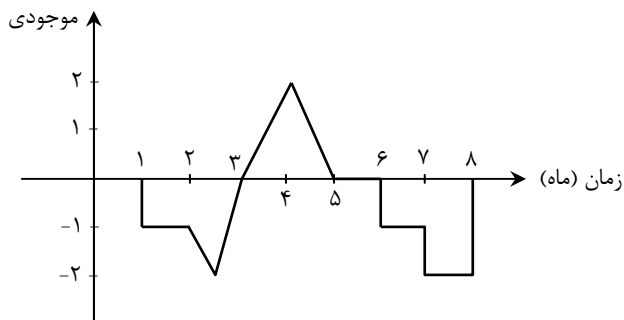
$$h = 10 \text{ در ماه} \quad b = b_1 + b_2 = 100 + 100 = 200$$

$$\pi = 20 \quad \pi(b) = 20 \times 200 = 4000 \text{ هزینه کمبود}$$

$$4000 \times 10 = 40000 \text{ هزینه نگهداری} = 2000 + \frac{4 \times 100}{2} = 4000 \text{ سطح بالای نمودار}$$

$$\text{مجموع هزینه کمبود نگهداری} = 40000 + 4000 = 44000$$

مثال: اگر هزینه نگهداری یک واحد موجودی در ماه برابر ۳۰۰ تومان و هزینه کمبود یک واحد موجودی برابر ۱۰۰ تومان باشد و منحنی موجودی خالص به شرح شکل زیر باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد هزینه نگهداری و کمبود در طی ۹ ماه گذشته صحیح است؟ (سراسری ارشد - ۸۵)



- (۱) ۱۳۰۰ تومان
- (۲) ۱۱۰۰ تومان
- (۳) ۱۰۰۰ تومان
- (۴) ۹۰۰ تومان

حل: گزینه ۳ صحیح است.

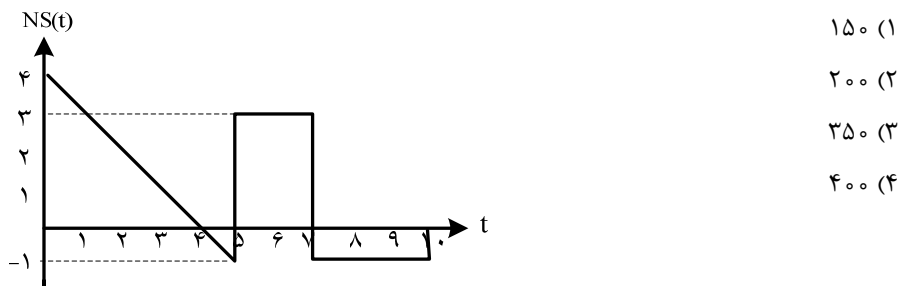
$$\text{مجموع هزینه‌ها} = 600 + 400 = 1000$$

$$h = 300 \rightarrow \text{هزینه نگهداری} = 300 \left(\frac{2 \times 2}{2} \right) = 600$$

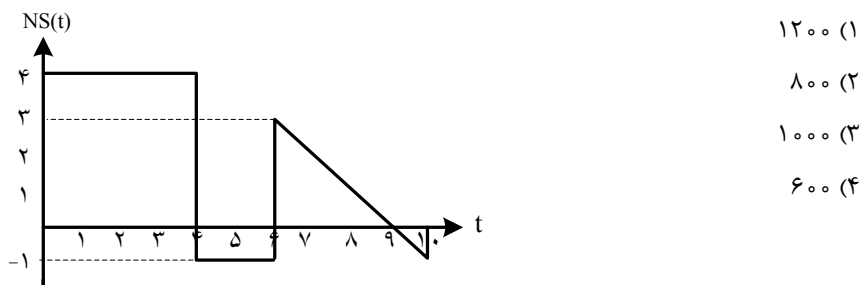
$$\pi = 100 \rightarrow \text{هزینه کمبود} = 100(2 + 2) = 400$$

تست های طبقه بندی شده فصل

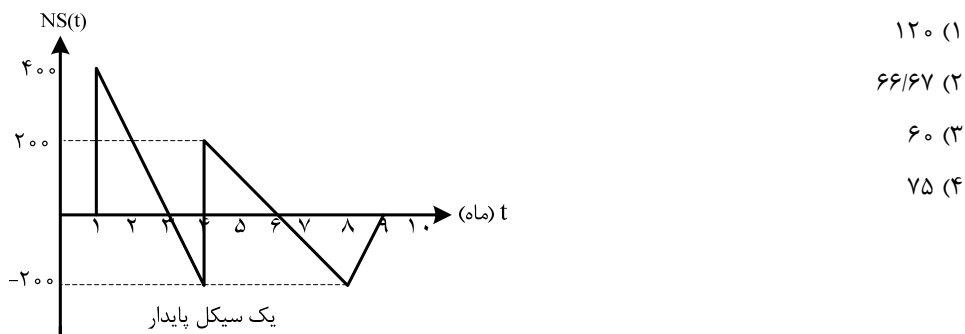
۱. موجودی خالص محصولی در طی ۱۰ ماه گذشته در شکل زیر داده شده است. اگر هزینه کمبود هر تن ۱۰۰ تومان باشد، آنگاه کل هزینه کمبود در طی ۱۰ ماه گذشته برابر است با: (سراسری ۶۸)



۲. موجودی خالص قلمی در ۱۰ ماه گذشته در شکل زیر داده شده است. اگر هزینه کمبود هر تن برابر ۴۰۰ تومان در ماه باشد، کل هزینه کمبود در طی ۱۰ ماه گذشته برابر است با: (سراسری ۶۸)



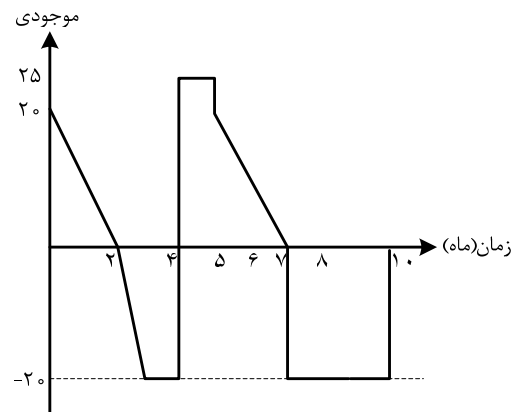
۳. یک سیکل (دوره) از مقدار موجودی خالص (Net Stock) مؤسسه ای در طی ۱۰ ماه در شکل ترسیم شده است. متوسط ماهیانه مقدار موجودی در دست در طول دوره چقدر است؟ (سراسری ۷۴)



فصل ۱۱: تعاریف و مفاهیم موجودی ۲۱

۴. اگر هزینه کمبود هر واحد ۱۰ تومان و مستقل از طول زمان کمبود و هزینه نگهداری هر واحد ۳ تومان در ماه باشد، هزینه‌ی مربوط به کالایی که دارای وضعیتی مشابه شکل زیر می‌باشد در طول ۱۰ ماه برابر است با:

(سراسری ۷۵)



(۱) ۹۴۵ تومان

(۲) ۷۲۰ تومان

(۳) ۵۹۵ تومان

(۴) ۷۵۵ تومان

۵. کدام یک از موارد زیر جزء هزینه نگهداری به حساب نمی‌آید؟

(سراسری ۷۵)

(۱) هزینه تهیه درخواست خرید

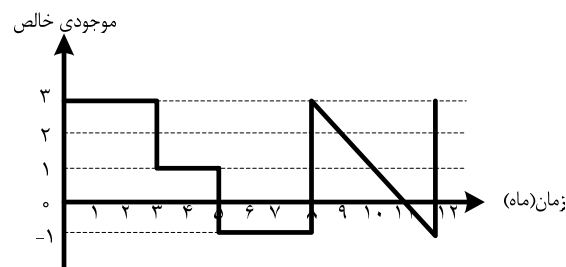
(۲) هزینه مالیات

(۳) هزینه سرمایه درگیر در موجودی

(۴) هزینه بیمه انبار

۶. هزینه نگهداری هر تن یک محصول تولیدی در هر ماه برابر ۲۰۰ تومان است و هزینه کمبود هر تن آن محصول در هر ماه ۱۰۰ تومان است. موجودی خالص این محصول برای ۱۲ ماه گذشته بر حسب زمان در شکل زیر رسم شده است.

(سراسری ۷۶)



کل هزینه نگهداری موجودی این محصول در سال گذشته برابر با کدام یک از مقادیر زیر است؟

(۱) ۴۰۰۰ تومان

(۲) ۳۸۰۰ تومان

(۳) ۳۱۰۰ تومان

(۴) ۳۶۰۰ تومان

۷. با توجه به اطلاعات موجود در تست ۶، کل هزینه کمبود در طی سال گذشته برابر کدام یک از

(سراسری ۷۶)

مقادیر زیر است؟

(۱) ۱۵۰ تومان

(۲) ۲۰۰ تومان

(۳) ۴۰۰ تومان

(۴) ۳۵۰ تومان

۲۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۸. کدام یک از موارد زیر جزء هزینه‌های سفارش‌دهی به حساب نمی‌آید؟ (سراسری ۷۶)

- (۱) هزینه مرور موجودی (بررسی مقدار موجودی) به منظور اینکه چه مقدار باید سفارش داده شود.
- (۲) هزینه انبار کردن موقتی کالاهای وارده وقتی به مقدار مواد بستگی دارد.
- (۳) هزینه ثابت هر بار دریافت مواد
- (۴) هزینه هر بار حمل مواد وقتی به مقدار مواد بستگی ندارد.

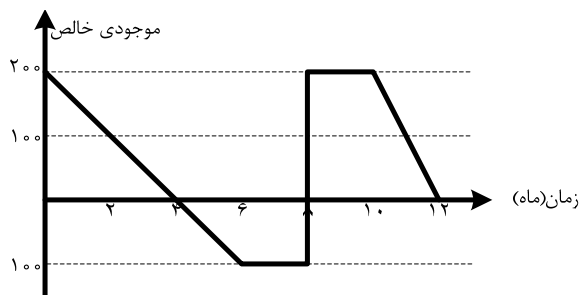
۹. برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها شامل برنامه‌ریزی برای کدام یک از موارد زیر می‌گردد؟

(سراسری ۷۶)

- (۱) ماشین‌آلات تولیدی - مواد اولیه - محصول نهایی - قطعات نیمه ساخته
- (۲) ماشین‌آلات تولیدی - ابزار آلات پشتیبانی - مواد اولیه - محصول نهایی
- (۳) ابزار آلات پشتیبانی - مواد اولیه - محصول نهایی
- (۴) مواد اولیه - قطعات نیمه ساخته - محصول نهایی - قطعات یدکی محصول نهایی

۱۰. وضعیت موجودی شرکتی در سال گذشته طبق نمودار زیر می‌باشد. در صورتی که هزینه کمبود هر

واحد ۲۰ تومان باشد، کل هزینه‌های کمبود این کالا در سال گذشته برابر است با: (سراسری ۷۷)



(۱) ۶۰۰۰ تومان

(۲) ۲۰۰۰ تومان

(۳) ۱۰۰۰ تومان

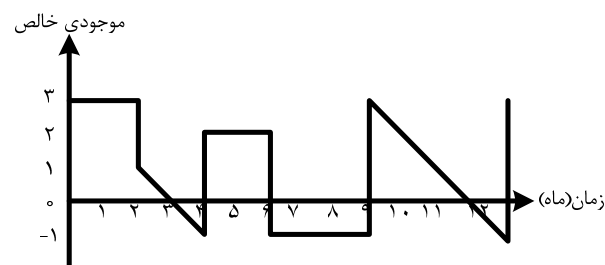
(۴) ۵۰۰ تومان

۱۱. هزینه نگهداری هر تن از یک محصول تولیدی در هر ماه برابر ۱۰۰ تومان و هزینه کمبود هر تن از

این محصول در هر ماه ۲۰۰ تومان می‌باشد. موجودی خالص و کمبود برای این محصول در ۱۲ ماه

گذشته بر حسب زمان در شکل زیر ترسیم شده است. کل هزینه نگهداری موجودی این محصول

در سال گذشته چه مقدار است؟ (سراسری ۷۸)



(۱) ۱۵۰۰

(۲) ۱۶۰۰

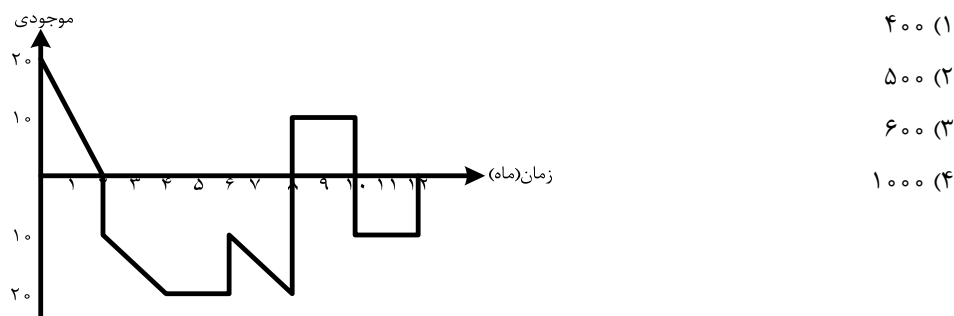
(۳) ۱۷۵۰

(۴) ۲۰۰۰

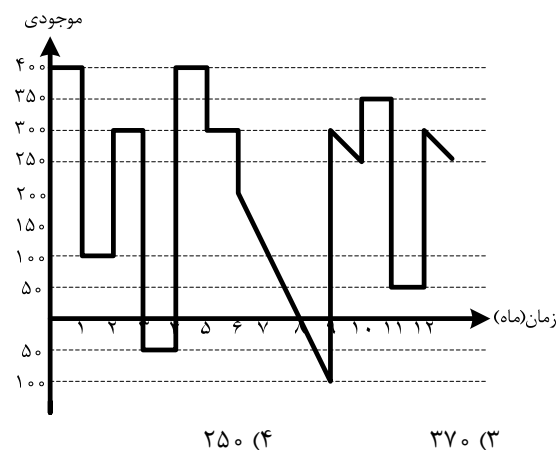
۱۲. در صورتی که مقدار موجودی اطمینان مربوط به مواد اولیه در یک کارخانه زیاد باشد برای جلوگیری از کدام عامل است؟ (سراسری ۷۸)

- (۱) هزینه‌های زیاد مربوط به انبار داری (۲) نوسانات سرعت تولید
(۳) هزینه‌های زیاد مربوط به سفارش مواد اولیه (۴) هزینه‌های زیاد مربوط به کنترل کیفیت

۱۳. وضعیت موجودی شرکتی طی ۱۲ ماه گذشته طبق نمودار زیر می‌باشد، این شرکت به ازای هر واحد کمبود هزینه‌ای معادل ۵ تومان در ماه برای خود منظور می‌نماید. همچنین به علت تأخیر در تحویل کالا به مشتری باید ۱۰ تومان به ازای هر واحد پرداخت نماید. کل هزینه‌های ناشی از عدم تأمین به موقع کالا طی ۱۲ ماه چقدر است؟ (سراسری ۷۹)



۱۴. وضعیت موجودی و سفارش‌دهی شرکتی طی ۱۲ ماه گذشته به صورت زیر بوده است. اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی بر طبق جدول زیر باشد. هزینه کل سفارش‌دهی ۱۲ ماه گذشته این شرکت چند تومان است؟ (فرض می‌شود در ابتدای دوره اول هزینه سفارش‌دهی نداشته باشیم). (سراسری ۸۰)

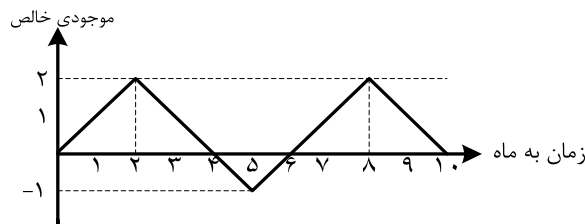


مقدار سفارش	هزینه هر بار سفارش‌دهی
۰-۱۵۰	۵۰
۱۵۱-۴۰۰	۸۰
۴۰۱ به بالا	۱۱۰

(۱) ۵۵۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۳۷۰ (۴) ۲۵۰

۲۴ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

۱۵. موجودی خالص محصولی در طی ۱۰ ماه گذشته در شکل زیر رسم شده است. هزینه نگهداری هر واحد موجودی در ماه ۱ تومان و هزینه کمبود هر واحد موجودی شامل یک مؤلفه ثابت ۱۰ تومان برای هر واحد و یک مؤلفه وابسته به زمان (جریمه دیرکرد) برابر ۲۰ تومان برای هر واحد کمبود پس افت در ماه است. در این حالت هزینه نگهداری در طی ۱۰ ماه گذشته برابر چند تومان است؟ (سراسری ۸۱)



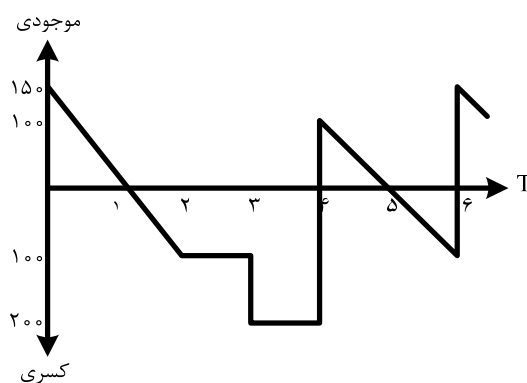
۱۰ (۱)

۹ (۲)

۸ (۳)

۷ (۴)

۱۶. وضعیت موجودی کالا در انبار شرکتی طی ۶ ماه گذشته، طبق نمودار زیر می باشد. اگر هزینه کمبود هر واحد این کالا ۱۰ تومان باشد کل هزینه های کمبود این کالا طی شش ماه گذشته برابر است با: (سراسری ۸۲)



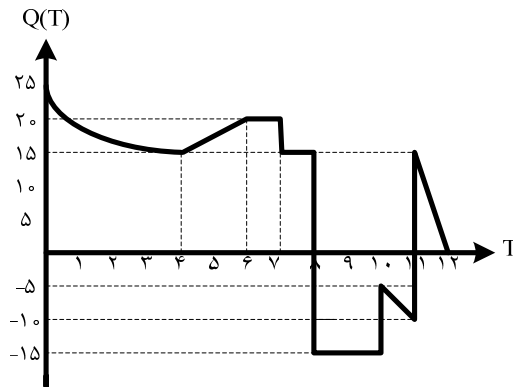
(۱) ۵۰۰۰ تومان

(۲) ۴۷۵۰ تومان

(۳) ۴۰۰۰ تومان

(۴) ۳۰۰۰ تومان

۱۷. وضعیت موجودی محصولی طی ۱۲ ماه به صورت زیر بوده است. مقدار موجودی از ابتدای ماه اول تا انتهای ماه چهارم از رابطه $Q(T) = S - X\sqrt{\frac{T}{t}}$ پیروی می کند که در آن S مقدار موجودی در لحظه $T=0$ و X اندازه تقاضا در طول زمان t بر حسب ماه است. اگر هزینه نگهداری هر واحد محصول در ماه برابر با ۵ واحد پولی و هزینه متغیر هر واحد کمبود ۶۰ واحد پولی در سال باشد در این صورت مجموع هزینه های نگهداری محصول فوق در طی ۱۲ ماه برابر است با: (سراسری ۸۳)



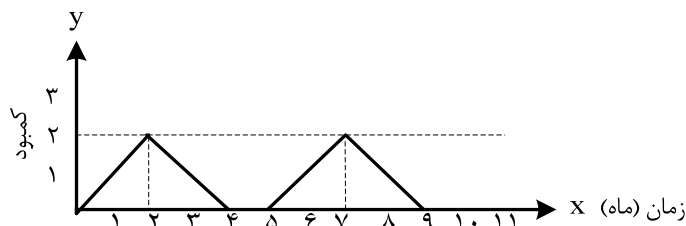
- (۱) تقریباً ۶۳ واحد پولی
- (۲) تقریباً ۹۵ واحد پولی
- (۳) تقریباً ۷۵۴ واحد پولی
- (۴) تقریباً ۸۱۵ واحد پولی

۱۸. اگر هزینه کمبود یک واحد موجودی در ماه برابر ۲ تومان باشد ($\hat{\pi} = 2$) و هزینه کمبود هر واحد

موجودی یک تومان ($\pi = 1$) باشد، آن گاه هزینه کمبود در ۹ ماه گذشته با توجه به منحنی کمبود

(سراسری ۸۴)

زیر چقدر است؟



(۱) ۱۶ تومان

(۲) ۱۸ تومان

(۳) ۲۰ تومان

(۴) ۲۴ تومان

۱۹. هزینه‌های حمل و نقل موجودی جزء کدام یک از هزینه‌های سیستم موجودی است؟ (سراسری ۸۴)

(۱) هزینه خرید

(۲) هزینه سفارش

(۳) هزینه نگهداری

(۴) می‌تواند جزء هر یک از هزینه‌های نگهداری، خرید و یا سفارش باشد.

(سراسری ۸۴)

۲۰. کدام یک از موارد زیر جزء هزینه‌های کمبود نیست؟

(۱) هزینه‌های اضافه‌کاری برای جبران کمبودها

(۲) هزینه جریمه دیرکرد اتمام پروژه به دلیل عدم وجود مواد کافی

(۳) هزینه‌های مرتبط با ایجاد توافق با مشتریان در مورد عدم تحویل سفارشات معوقه

(۴) هزینه‌های خرید مواد اولیه برای تولید محصول جهت پاسخگویی به تقاضای عقب افتاده

۲۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

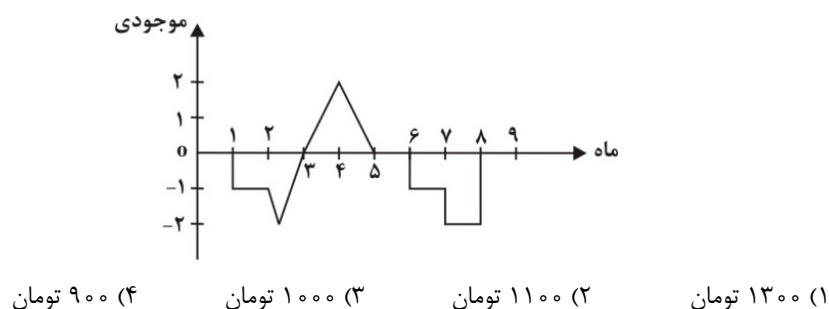
۲۱. کدام یک از جملات زیر نادرست است؟ (سراسری ۸۵)

- (۱) نگهداری موجودی بعضاً باعث هموارسازی عملیات سازمان می‌شود.
- (۲) نگهداری موجودی می‌تواند به دلیل مقابله با عدم قطعیت تقاضا باشد.
- (۳) نگهداری موجودی می‌تواند به دلیل جلوگیری از زیان ناشی از افزایش قیمت در آینده باشد.
- (۴) نگهداری موجودی در هر شرایطی امری غیراقتصادی است، چرا که اصولاً نگهداری موجودی هزینه‌زا است.

۲۲. هزینه‌های بازرسی و دریافت موجودی می‌تواند جزء کدام یک از هزینه‌های زیر باشد؟ (سراسری ۸۵)

- (۱) هزینه خرید
- (۲) هزینه نگهداری
- (۳) هزینه افت موجودی
- (۴) جزء هیچ یک از هزینه‌های خرید، نگهداری و افت موجودی نمی‌تواند باشد.

۲۳. اگر هزینه نگهداری یک واحد موجودی در ماه برابر ۳۰۰ تومان و هزینه کمبود یک واحد موجودی برابر ۱۰۰ تومان باشد و منحنی موجودی خالص به شرح شکل زیر باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد هزینه نگهداری و کمبود در طی ۹ ماه گذشته صحیح است؟ (سراسری ۸۵)



۲۴. کدام یک از موارد زیر جزء هزینه‌های نگهداری موجودی محسوب نمی‌شود؟ (سراسری ۸۵)

- (۱) هزینه ساخت انبار
- (۲) هزینه فاسد شدن موجودی
- (۳) هزینه حمل و نقل موجودی در داخل انبار
- (۴) هیچ کدام

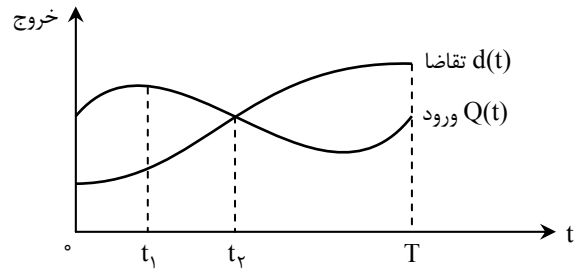
۲۵. هزینه انبارگردانی پایان سال مالی جزء کدام هزینه‌هاست؟ (سراسری ۸۵)

- (۱) جزء هزینه‌های سیستم تولید است.
- (۲) جزء هزینه‌های سیستم خرید است.
- (۳) جزء هزینه‌های سیستم موجودی است.
- (۴) جزء هزینه‌های سیستم مالی و حسابداری است.

فصل ۱۸: تعاریف و مفاهیم موجودی ۲۷

۲۶. اگر در شکل زیر $Q(t)$ و $d(t)$ به ترتیب نرخ ورود کالا به سیستم و نرخ تقاضای کالا از سیستم در زمان t باشد و در زمان صفر هیچ موجودی در سیستم نباشد:

(سراسری ۸۵)



(۱) در مورد موجودی سیستم نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

(۲) در زمان t_2 بیشترین موجودی انباشته شده در سیستم وجود خواهد داشت.

(۳) در زمان t_1 بیشترین موجودی انباشته شده در سیستم وجود خواهد داشت.

(۴) در زمان T بیشترین موجودی انباشته شده در سیستم وجود خواهد داشت.

۲۷. کدام یک از موارد زیر مجموعه اجزای کاملی هستند که با شناخت آن‌ها می‌توان سیستم موجودی

(سراسری ۸۵)

را تجزیه و تحلیل کرد؟

(۱) زمان تدارک، تقاضا، محدودیت‌ها و هزینه‌ها

(۲) محدودیت‌ها، جایگزینی، تقاضا، زمان تدارک

(۳) زمان تدارک، تقاضا، هزینه‌ها و جایگزینی

(۴) تقاضا، محدودیت‌ها، هزینه‌ها و جایگزینی (Replenishment)

۲۸. فرض کنید در ابتدا شروع فعالیت یک سیستم موجودی سطح موجودی صفر و در مدت فعالیت این

سیستم نرخ تقاضا بیش از نرخ خروج کالا از سیستم بوده است. کدام عبارت زیر غلط است؟ (سراسری ۸۷)

(۱) حتماً در سیستم تقاضای عقب افتاده وجود خواهد داشت.

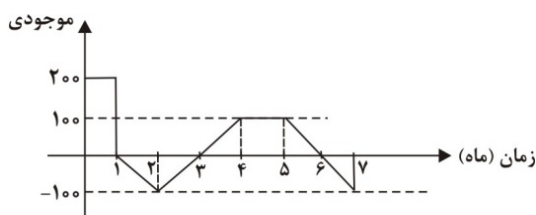
(۲) هیچ‌گاه موجودی انباشته شده در سیستم وجود نداشته است.

(۳) حتماً نرخ ورود کالا در این مدت کوچک‌تر از نرخ تقاضا بوده است.

(۴) دقیقاً نرخ خروج کالا برابر نرخ ورود کالا به سیستم بوده است.

۲۸ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

۲۹. هزینه نگهداری هر واحد کالا ۱۰ تومان در ماه و هزینه ثابت کمبود هر واحد آن ۲۰ تومان است. مجموع هزینه های نگهداری و کمبود مربوط به کالایی که وضعیت موجودی آن مشابه شکل زیر است، در طی هفت ماه چند تومان است؟ (سراسری ۸۹)



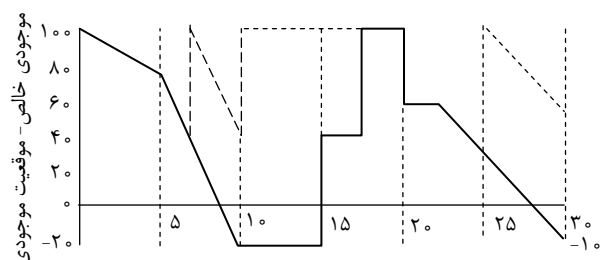
(۱) ۴۰۰۰

(۲) ۲۰۰۰

(۳) ۸۰۰۰

(۴) ۱۰۰۰۰

۳۰. نمودار تغییرات موجودی خالص و موقعیت موجودی کالایی در طول ماه گذشته مطابق شکل زیر است. در صورتی که بدانیم نقطه سفارش، طول مدت تحویل و مقدار سفارش در طول یک ماه گذشته ثابت بوده است آنگاه تعداد دفعات سفارش، طول مدت تحویل و مقدار سفارش به ترتیب برابر با چند بار، روز و واحد بوده است؟ (سراسری ۹۰)



(۱) ۶۰، ۷، ۲

(۲) ۶۰، ۷، ۳

(۳) ۶۰، ۸، ۳

(۴) ۴۰، ۸، ۲

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۲ ☺

برای محاسبه‌ی هزینه کمبود با توجه به نوع کمبود دو راه داشت:

۱- اگر کمبود وابسته به زمان باشد یعنی همان $\hat{\pi}$ در این صورت باید از طریق محاسبه‌ی \bar{b} هزینه کمبود را محاسبه کرد.

۲- اگر کمبود وابسته به زمان نباشد یعنی همان π در این صورت باید از طریق محاسبه‌ی مقدار کمبود (b) هزینه کمبود را محاسبه کرد.

حال در این سوال اگر به صورت مسأله دقت کنیم می‌بینیم که هزینه کمبود داده شده بر اساس هر تن (مقدار) می‌باشد نه بر اساس زمان (روز، ماه، سال و...).

پس هزینه کمبود داده شده π می‌باشد. و برای محاسبه‌ی هزینه کمبود کافی است مقدار کمبود را بدست آوریم.

$$\text{کل هزینه کمبود مستقل از زمان} = \pi b = 100 \times (1+1) = 200$$

نحوه‌ی محاسبه‌ی b: اگر در نمودار دقت کنیم در زمان ۴ تا زمان ۵ به ۱- رسیده پس یعنی در این زمان مقدار کمبود ۱ می‌باشد. از زمان ۷ تا ۱۰ هم مقدار کمبود ۱ می‌باشد پس در کل ما $(1+1)$ مقدار کمبود داریم.

۲. گزینه ۳ ☺

در این سوال با توجه به توضیحات سوال ۱ اگر دقت کنیم می‌بینیم که در صورت سوال هزینه کمبود داده شده وابسته به زمان است (هزینه کمبود هر تن برابر ۴۰۰ تومان در ماه) پس برای محاسبه‌ی هزینه کمبود نیاز به محاسبه‌ی \bar{b} می‌باشد.

مساحت زیر محور زمان $\times \hat{\pi} = \hat{\pi} \int_0^T b(t) dt = \hat{\pi} \bar{b} T$: کل هزینه کمبود وابسته به زمان

$$= 400 \times \left[(6-4) \times 1 + \frac{1}{4} \times (10-9) \times 1 \right] = 400 \times 2/5 = 160$$

۳. گزینه ۳ ☺

در این سوال متوسط موجودی در دست خواسته شده

در این نمودارها: مقادیر بالای محور = موجودی

مقادیر پایین محور = کمبود

۳۰. برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

پس متوسط موجودی خواسته شده فقط به مقادیر بالای محور توجه می کنیم.

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt = \frac{\text{مساحت محور زمان}}{T}$$

به این T (دقت کن) (یادت نره که بزاری)

$$= \frac{1}{10} \times \left[\frac{1}{2} (3-1) \times 400 + \frac{1}{2} \times (6-4) \times 200 \right] = \frac{1}{10} [400 + 200] = 60$$

☺ گزینه ۳

یه جورایی میشه گفت این سوال ترکیبی از چند سوال قبله پس خوب دقت کن. هم هزینه کمبود خواسته و هم هزینه نگهداری. خودش گفته هزینه کمبود مستقل از زمان هست یادت هست که گفتیم اگر مستقل از زمان باشد می ریم سراغ مقدار کمبود یعنی b هزینه نگهداری هم که کار خاصی نیاز نبود همون انتگرال گرفتن از قسمت بالای نمودار.

پس برو که بریم:

$$\text{هزینه کمبود} + \text{هزینه نگهداری} = \text{کل هزینه طی ۱۰ ماه}$$

$$h\bar{I}T = h \int_0^T I(t) dt = 3 \left[\frac{2 \times 2}{2} + (5-4) \times 25 + \frac{(7-5) \times 20}{2} \right] = 195$$

هزینه نگهداری طی ۱۰ ماه

$$\pi b + 10 \times [20 + 20] = 400$$

هزینه کمبود طی ۱۰ ماه

$$20 + 20 \text{ که خواست بود چطوری بدست آمد؟ فقط ۲ جا هست که مقدار کمبودمون میرسه به ۲۰}$$

تومان $195 + 400 = 595$ = کل هزینه طی ۱۰ ماه

☺ گزینه ۱

این سبک از سوالا اگر از طریق مفهومیون بریم می تونیم راحت تر به جواب برسیم.

کلاً هزینه های نگهداری درون کارخانه ای هست یعنی باید بیان توی کارخانه و به تعداد اقلام وابسته هستند با افزایش زمان هم هزینه نگهداری بیشتر می شود.

حالا همین هزینه به ۲ دسته تقسیم می شود یعنی وابسته به قیمت و مستقل از قیمت

هزینه بیمه و مالیات هم خیلی واضحه که ما وقتی ی سری محصول توی انبارمون داریم باید مالیاتشون هم بدیم پس این جزو هزینه نگهداری قرار می گیره.

هزینه سرمایه درگیر در موجودی رو می تونیم این شکلی هم تعریفش کنیم که این هزینه بدلیل خوابیدن محصولات در انبار هست که این هم جزء هزینه نگهداری محسوب می شود.

بیمه انبار هم اصلاً هیچی نمی‌گم اصلاً خودش داره می‌گه انبار دیگه چی می‌خوای؟

پس شد گزینه ۱

😊 **گزینه ۳**

$$h = 200$$

شبیه سوال ۴ هست با این تفاوت که هزینه کمبود داده شده وابسته به زمان است. سریع برو سراغ مساحت زیر نمودار برای کمبود و بالای نمودار برای موجودی.

$$\text{مساحت بالای محور زمان} = h \bar{IT} = h \int_0^T I(t) dt = h \times \text{مساحت زیر محور زمان طی ۱۲ ماه}$$

$$= 200 \times [3 \times 3 + (5-3) \times 1 + \frac{1}{4} \times (11-8) \times 3] = 3/100 \text{ تومان}$$

😊 **گزینه ۴**

$$\hat{\pi} = 100$$

$$\text{کل هزینه کمبود طی ۱۲ ماه} = \hat{\pi} \bar{BT} = \hat{\pi} \int_0^T b(t) dt$$

$$= \hat{\pi} \times \text{مساحت زیر محور زمان} = 100 \times \left[(8-5) \times 1 + \frac{1}{4} (12-11) \times 1 \right] = 350 \text{ تومان}$$

😊 **گزینه ۱**

هزینه سفارش‌دهی مستقل از مقداری باشد پس فقط گزینه یک به این موضوع اشاره کرده

😊 **گزینه ۴**

قطعات نیمه ساخته

قطعات یدکی محصول نهایی

مواد اولیه

محصول نهایی

😊 **گزینه ۲**

$$\pi = 20$$

طبق توضیحات سوال‌های قبل به راحتی قابل حل می‌باشد.

$$\text{کل هزینه کمبود مستقل از زمان} = \pi b_T = 20 \times 100 = 2000$$

😊 **گزینه ۱**

$$h = 100$$

مساحت بالای نمودار یات نره.

۳۲ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

$$\begin{aligned} \text{مساحت بالای محور زمان} &= h \bar{I}T = h \int_0^T I(t) dt = h \times \text{کل هزینه نگهداری طی ۱۲ ماه} \\ &= ۱۰۰ \times \left[۲ \times ۳ + \frac{(۳-۲) \times ۱}{۲} + (۶-۴) \times ۲ + \frac{(۱۲-۹) \times ۳}{۲} \right] = ۱۵۰۰ \end{aligned}$$

😊 **گزینه ۱۲**

این سوال رو توی فصل احتمالات خیلی بهتر قابل بحث هست ولی اینجا می توان حدس زد که چون از آینده اطمینانی نداریم ذخیره اطمینان ایجاد می کنیم و پس نوسانات سرعت تولید می تواند باعث کمبود در آینده شود. پس یک ذخیره اطمینان برای حل این مشکل ایجاد می کنیم.

😊 **گزینه ۱۳**

این شد یه سوال خوبی البته نه اینکه سخت باشه ها نه اصلاً فقط توی قسمت مقدار کمبود ممکنه اذیت کننده باشه.

$$\hat{\pi} = ۵ \quad \pi = ۱۰$$

این جا کل هزینه کمبود رو می خواد یعنی هم وابسته به زمان هم مستقل از زمان. پس هم \bar{b} رو می خواهیم هم مقدار کمبود رو.

\bar{b} که آسونه مساحت زیر محور زمان ولی b_t یا مقدار کمبود رو دقت کن.

$$\text{هزینه کمبود طی ۱۲ ماه} = \hat{\pi} \bar{B}T + \pi b_t$$

$$\hat{\pi} \bar{B}T = ۵ \times \left[\frac{(۱۰+۲۰) \times (۴-۲)}{۲} + (۶-۴) \times ۲ + \frac{(۱۰+۲۰) \times (۸-۶)}{۲} + (۱۲-۱۰) \times ۱۰ \right]$$

$$\pi b_t = ۱۰ \times (۲۰+۱۰+۱۰)$$

خب نمودارو نگاه کن از زمان ۳ تا زمان ۴ کمبود میرسه به ۲۰ پس ۲۰ تا اینجا کمبود داریم. میریم جلوتر از توی زمان ۶ داشت کمبودمون از بین می رفت اما دوباره ۱۰ تا به کمبود خوردیم. دیگه توی بازه ی ۱۰ تا ۱۲ هم ۱۰ تا کمبود داریم پس

$$(۲۰+۱۰+۱۰)$$

$$\Rightarrow \text{هزینه کمبود طی ۱۲ ماه} = ۶۰۰ + ۴۰۰ = ۱۰۰۰$$

😊 **گزینه ۱۴**

در این نمودارها هر موقع خط صعودی شد یعنی سفارش دادیم.

حالا اینجا دقت کن

$$\text{در زمان ۲ به مقدار } ۲۰۰ = (۳۰۰-۱۰۰) \text{ سفارش دادیم طبق جدول هزینه سفارش } ۸۰ =$$

فصل ۱۱: تعاریف و مفاهیم موجودی ۳۳

در زمان ۴ به مقدار $450 = (400 - 50)$ سفارش دادیم طبق جدول هزینه سفارش $110 =$
 در زمان ۹ به مقدار $400 = (300 - (-100))$ سفارش دادیم طبق جدول هزینه سفارش $80 =$
 در زمان ۱۰ به مقدار $50 = (350 - 300)$ سفارش دادیم طبق جدول هزینه سفارش $50 =$
 در زمان ۱۲ به مقدار $250 = (300 - 50)$ سفارش دادیم طبق جدول هزینه سفارش $80 =$
 \Rightarrow کل هزینه سفارش دهی $= 80 + 110 + 80 + 50 + 80 = 400$

😊 **گزینه ۱۵**

$$h = 1$$

فقط هزینه نگهداری رو خواسته پس اصلاً نیازی به محاسبه هزینه کمبود نیست.

$$\begin{aligned} \text{مساحت بالای محور زمان} \times h &= h \bar{I}T = h \int_0^T I(t) dt = h \times \text{هزینه نگهداری طی } 10 \text{ ماه} \\ &= 1 \times \left[\frac{4 \times 2}{2} + \frac{4 \times 2}{2} \right] = 8 \text{ تومان} \end{aligned}$$

😊 **گزینه ۱۶**

$$\pi = 10$$

هزینه کمبود مستقل از زمان داده شده همین مقدار کمبود رو بدست بیار.

$$\text{تومان } 3000 = \pi b_t = 10 \times \underbrace{(100 + 100 + 100)}_{300}^*$$

* اینو دیگه خودت می‌تونی پیدا کنی از روی نمودار

😞 **گزینه ۱۷**

اگر به گزینه‌ها دقت کنیم همه گزینه‌ها کلمه تقریباً رو دارن پس برای بدست آوردن هزینه‌های نگهداری کافی است مساحت زیر نمودار بالای محور زمان را بدست بیاریم.
 اما انتگرال گرفتن از آن قسمت که به صورت منحنی می‌باشد کار وقت‌گیری است پس خط منحنی را به صورت یک خط مستقیم در نظر می‌گیریم، حال داریم:

$$h = 5$$

$$\begin{aligned} \text{مساحت بالای محور زمان} \times h &= h \bar{I}T = h \int_0^T I(t) dt = h \times \text{کل هزینه نگهداری } 12 \text{ ماه} \\ &= 5 \times \left[4 \times 15 + \frac{4 \times (25 - 15)}{2} + \frac{(6 - 4)(20 - 15)}{2} + (6 - 4) \times 15 + (7 - 6) \times 20 + (8 - 7) \right. \\ &\quad \left. \times 15 + \frac{(12 - 11) \times 15}{2} \right] = 78 / 5 \end{aligned}$$

۳۴ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

اکنون ۲ گزینه یعنی گزینه ۳ و ۴ نزدیک به مقدار بدست آمده می‌باشد اما اگر L خط منحنی را به خط راست تبدیل کنیم مقدار مساحت افزایش یافته پس واضح است که مقدار واقعی از این مقدار بدست آمده کمتر است. یعنی گزینه ۳

۱۸. گزینه ۳ ☺

$$\hat{\pi} = 2$$

اینجا به نمودار دقت کن درسته که زیر محور T چیزی نیست و در نگاه اول فکر می‌کنی میشه ۰ اما نمودار بر حسب کمبود زمان هست پس بالای نمودار همون مقدار کمبود رو داره نشون میده.

$$\begin{aligned} \pi \bar{B}T + \pi b_t &= \text{کل هزینه کمبود طی ۴ ماه} \\ &= 2 \times \left[\frac{2 \times 4}{2} + \frac{2(9-5)}{2} \right] + 1 \times (2+2) = 16 + 4 = 20 \end{aligned}$$

۱۹. گزینه ۴ ☺

اینجا چون مشخص نکرده که دقیقاً حمل و نقل مربوط به کدام قسمته در نتیجه باید در همه حالات بررسی شود یعنی اگر حمل و نقل درون کارخانه و انبار باشد جزء هزینه‌های نگهداری در صورتی که خارج از کارخانه باشد و به واحد کالا بستگی داشته باشد جزء هزینه‌های خرید و اگر مستقل از واحد کالا باشد جزء هزینه‌های سفارش‌دهی قرار می‌گیرد.

۲۰. گزینه ۴ ☺

هزینه‌های خرید در هر صورت جزء هزینه‌های خرید قرار می‌گیرد هدف تأثیری ندارد.

۲۱. گزینه ۴ ☺

کلمه‌ی در هر شرایطی باعث غلط شدن این گزینه شده زیرا در هر صورت در سیستم موجودی نگهداری محصول وجود دارد یعنی امری اجتناب‌ناپذیر است اما گاهی اوقات عدم نگه داشتن موجودی به مراتب هزینه‌های بیشتری نسبت به نگه داشتن موجودی برای ما دارد.

۲۲. گزینه ۱ ☺

هزینه‌های بازرسی و دریافت موجودی مربوط به قبل از دریافت موجودی می‌باشد. پس اصلاً جزء هزینه‌های نگهداری نیست. هزینه افت موجودی هم جزء نگهداری بود پس گزینه ۲ و ۳ حذف. حالا اگر بازرسی مربوط به تعداد واحد کالا باشد جزء هزینه خرید و اگر مستقل از تعداد کالا باشد جزء هزینه‌های سفارش‌دهی قرار می‌گیرد.

۲۳. گزینه ۳ ☺

$$h = 300 \quad \pi = 100$$

در سوالات قبل نمونه‌های زیادی از آن حل شده پس داریم:

هزینه کمبود + هزینه نگهداری = کل هزینه طی ۹ ماه

$$\text{مساحت بالای محور زمان} = h \bar{IT} = h \int_0^T I(t) dt = h \times \text{زمان}$$

$$= 300 \times \left[\frac{(5-3) \times 2}{2} \right] = 600$$

$$\pi b_t = 100 \times (2+2) = 400 = \text{هزینه کمبود}$$

$$\text{تومان کل هزینه طی ۹ ماه} = 600 + 400 = 1000$$

۲۴. گزینه ۱ ☺

اینجور سوالا اگر گیر کردی سریع ردش نکن برو گزینه‌های دیگه هم بخون الان اینجا گزینه ۲ و ۳ خیلی واضحه که جزء هزینه‌های نگهداری موجودی هست. اگر هم دقت کنی گزینه ۱ جزء هزینه‌های سرمایه‌ای محسوب میشه.

۲۵. گزینه ۳ ☺

اول که ما کلاً داریم در مورد موجودی حرف می‌زنیم. دوماً انبارگردانی یادت بیفته به نگهداری پس جزء هزینه نگهداری و هزینه نگهداری جزء هزینه‌های سیستم موجودی قرار می‌گیرد.

۲۶. گزینه ۲ ☺

در زمان شروع به کار سیستم نرخ ورودی بیشتر از نرخ خروج می‌باشد پس تا جایی که این نرخ بزرگ‌تر از نرخ خروج باشد به موجودی داخل انبار افزوده می‌شود. پس در محل برخوردشون یعنی t_2 بیشترین مقدار موجودی در انبار رو داریم.

۲۷. گزینه ۴ ☺

این چیزی نداشت باید حفظ کنی دیگه!!

۲۸. گزینه ۱ ☺

کلمه حتماً در گزینه یک دلیل غلط بودنش می‌باشد.

۲۹. گزینه ۳ ☺

$$h = 10 \quad \pi = 20$$

هزینه کمبود + هزینه نگهداری = کل هزینه طی ۷ ماه

۳۶ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

مساحت بالای محور زمان $h \bar{I}T = h \int_0^T I(t) dt = h \times$ هزینه نگهداری طی ۷ ماه

$$= 10 \times \left[200 \times 1 + \frac{[(6-3) + (5-4)] \times 100}{2} \right] = 4000$$

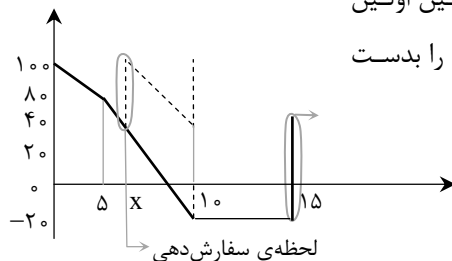
هزینه کمبود مستقل از زمان $\pi b_t = 20(100 + 100) = 4000$

کل هزینه طی ۷ ماه $= 4000 + 4000 = 8000$

۳۰. گزینه ۳ ☺

افزایش در موقعیت موجودی نشان‌دهنده‌ی سفارش‌دهی می‌باشد که ۳ بار این اتفاق افتاده یعنی در زمانی بین ۵ تا ۱۰ و ۱۰ تا ۱۵ و ۱۵ تا ۲۰.

برای بدست آوردن طول مدت تحویل باید فاصله‌ی بین اولین خط نقطه‌چین صعودی و اولین خط ممتد صعودی را بدست آوریم.

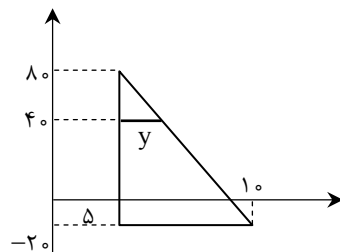


حالا باید فاصله‌ی بین x و ۱۵ رو بدست بیاریم.

این مثلث را در نظر گرفته و داریم:

$$\frac{80 - 40}{y} = \frac{80 - (-20)}{10 - 5} \Rightarrow \frac{40}{y} = 20$$

$$y = 2 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow 15 - 7 = 8 \text{ طول مدت سفارش}$$





فصل ۲

مدل مقدار

سفرش اقتصادی



مدل قطعی ساده، ویلسون، مقدار سفارش اقتصادی یا EOQ

این مدل در حقیقت مدل مادر موجودی است که ساده‌ترین حالات را در نظر می‌گیرد. شرایط آن تا حد زیادی غیر واقعی می‌باشد ولی به تجزیه و تحلیل سایر مدل‌های موجودی که به شرایط واقعی نزدیکتر هستند کمک شایانی می‌کند. به طور کلی هدف از مدل‌های موجودی پیدا کردن مقادیر بهینه سفارش، کمبود، تولید و زمان‌های مربوط به آنهاست؛ به طوری که هزینه‌های کل سیستم حداقل شود. فرضیات مدل ساده به شرح زیر می‌باشد که براساس عوامل موثر در مدل‌های موجودی تقسیم‌بندی شده است:

۱. تقاضا قطعی و ساکن است.
۲. کمبود جایز نیست.
۳. محدودیت نداریم.
۴. سفارش یک جا و آنی دریافت می‌شود.
۵. مدت زمان تحویل قطعی و عدد می‌باشد.
۶. قیمت کالا در طول برنامه‌ریزی ثابت است.
۷. مدل تک محصولی است.

پارامترهای مدل

در مراجع مختلف از علائم متفاوتی استفاده می‌شود اما آنچه در کنکور می‌بینید به همین صورت است.

A : هزینه هر بار سفارش‌دهی؛

D : نرخ تقاضا؛

۴۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

h : هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان؛

i : نرخ هزینه نگهداری در سال؛

C : قیمت واحد کالا؛

w : هزینه نگهداری واحد کالا در واحد زمان که به قیمت کالا بستگی ندارد. (w دقیقاً همجنس با h است).

$\pi, \bar{\pi}$: هزینه‌های کسری که در مدل ویلسون با توجه به مجاز نبودن کمبود بی‌نهایت است. (به عبارتی کمبود جایز نیست و با هر واحد کمبود هزینه‌های سیستم به سمت بی‌نهایت میل می‌کند).

P : نرخ دریافت موجودی که در مدل ویلسون با توجه به دریافت آنی بی‌نهایت است.

L : مدت زمان تحویل؛

متغیرهای مدل

در اصل در هر مدلی ما به دنبال یافتن متغیرهای آن مدل هستیم.

Q : مقدار هر بار سفارش؛

r_y : نقطه سفارش بر مبنای موقعیت موجودی؛

r : نقطه سفارش بر مبنای خالص موجودی؛

T : فاصله بین دو سفارش متوالی یا فاصله بین رسیدن دو سفارش متوالی یا مدت زمان یک دوره؛

فقط کافی است در حالت بهینه (حداقل شدن هزینه‌ها) بالای هر کدام از این متغیرها * قرار دهیم.

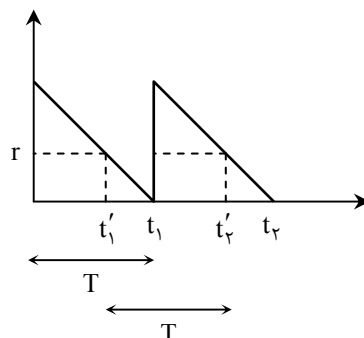
یعنی در نهایت مقادیر T^*, r^*, r_y^*, Q^* بدست می‌آوریم که مقدار سفارش و نقاط سفارش و دوره سفارش بهینه می‌باشند.

نکته: همواره به یاد داشته باشیم منظور از r و r_y یک لحظه قبل از سفارش است و اگر در صورت سوال بعد از سفارش مد نظر باشد؛ در صورت سوال قید می‌کند که یک لحظه بعد از سفارش.

نحوه محاسبه مقدار سفارش اقتصادی Q^*

نمودار موجودی خالص در مدل مقدار سفارش اقتصادی به شرح زیر است:

👉 **توجه:** مقدار ذخیره اطمینان (SS) با توجه به قطعی بودن شرایط صفر در نظر گرفته شده است.



با توجه به نمودار داریم:

$$\tan \alpha = D = \frac{Q}{T} \rightarrow Q = DT$$

$$N = \frac{D}{Q} = \frac{1}{T} \text{ تعداد دوره‌ها در سال}$$

$$\text{هزینه یک دوره} = A + \frac{hQT}{2} + CD$$

(تعداد دوره‌ها) \times (هزینه یک دوره) = متوسط هزینه سالیانه

$$\text{متوسط هزینه سالیانه} : (A + \frac{hQT}{2} + CD) \times \frac{D}{Q} \rightarrow \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} + CD$$

$$TC = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} + CD \text{ متوسط هزینه کل}$$

که هزینه‌های خرید (CD) مقداری ثابت می‌باشد پس:

$$k(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} \text{ متوسط هزینه متغیر سالیانه}$$

$k(Q)$ هزینه‌های متغیر سالیانه است که رابطه $k(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}$ برای بهینه و غیربهینه صادق است.

$$\text{هزینه سفارش‌دهی سالیانه} = \frac{AD}{Q}$$

$$\text{هزینه نگهداری سالیانه} = \frac{hQ}{2}$$

$$\text{هزینه خرید سالیانه} = CD$$

با استفاده از مشتق آن مقدار سفارش بهینه را به شرح زیر بدست می‌آوریم:

$$\frac{dk(Q)}{dQ} = 0 \rightarrow \frac{-AD}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0 \rightarrow Q^* = Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \text{ مقدار سفارش اقتصادی}$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{\sqrt{\frac{2AD}{h}}}{D} = \sqrt{\frac{2A}{Dh}}$$

دوره سفارش اقتصادی

پس فقط در حالت بهینه می‌توان گفت:

$$k(Q^*) = \frac{AD}{Q^*} + \frac{hQ^*}{2} = \sqrt{2ADh}$$

مثال: تقاضای محصول ۳۰۰ کیلو در ماه و هزینه آماده‌سازی دستگاه برای تولید هر بار محصول ۷۰۰۰ تومان تخمین زده شده است. نرخ بهره قابل قبول به عنوان هزینه سرمایه‌گذاری در موجودی ۲٪ در سال و هزینه نگهداری هر کیلو موجودی در ماه ۱۰ تومان است. با فرض نرخ تولید نامحدود و مجاز نبودن کمبود در صورتی که هزینه تولید هر کیلوی این محصول ۱۰۰ تومان باشد، به نظر شما مقدار سفارش اقتصادی تولید بر حسب کیلوگرم حدوداً چقدر است؟ (سراسری ارشد - ۸۸)

$$Q^* = 374 \quad (1) \quad Q^* = 458 \quad (2) \quad Q^* = 648 \quad (3) \quad Q^* = 600 \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

$$D = 300 \times 12 = 3600 \quad A = 7000 \quad i = 0.2 \quad h = ic + w = 0.2 \times 100 + 120 = 140$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 7000 \times 3600}{140}} = 600$$

مثال: در یک سیستم کنترل موجودی با شرایط مدل ساده قطعی دو نوع کالا کنترل می‌شود. تقاضای سالیانه و هزینه ثابت هر بار سفارش برای کالای یک به ترتیب ۵۰۰ واحد کالا و ۵۰ واحد پول و برای کالای شماره ۲ به ترتیب ۴۰۰ واحد کالا و ۲۰ واحد پول برآورده شده است. اگر هزینه نگهداری قابل چشم‌پوشی باشد مقدار سفارش برای هر کالا چقدر است؟ (سراسری ارشد - ۸۶)

$$Q_1 = 110 \quad Q_2 = 80 \quad (1) \quad Q_1 = 500 \quad Q_2 = 100 \quad (2)$$

$$Q_1 = Q_2 = \text{زیاد} \quad (3) \quad Q_1 = 50 \quad Q_2 = 80 \quad (4)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}, h \rightarrow 0 \quad Q^* \rightarrow \infty$$

نکته: وقتی هزینه نگهداری به سمت صفر میل کند مقدار سفارش اقتصادی به سمت بینهایت میل می‌کند.

نکته: وقتی مقدار سفارش اقتصادی به سمت صفر یا بی نهایت میل می کند مقدار هزینه کل به بینهایت میل می کند.

مثال: در مدل ویلسون اگر هزینه اجاره انبار یکی از اجزای هزینه نگهداری محصول باشد، آنگاه در

فرمول EOQ هزینه اجاره بر چه مبنایی محاسبه شده است؟ (سراسری ارزش - ۸۵)

- (۱) بر مبنای حداکثر موجودی
(۲) بر مبنای متوسط موجودی
(۳) بر مبنای حداقل موجودی
(۴) بستگی به سایر اجزای هزینه نگهداری دارد.

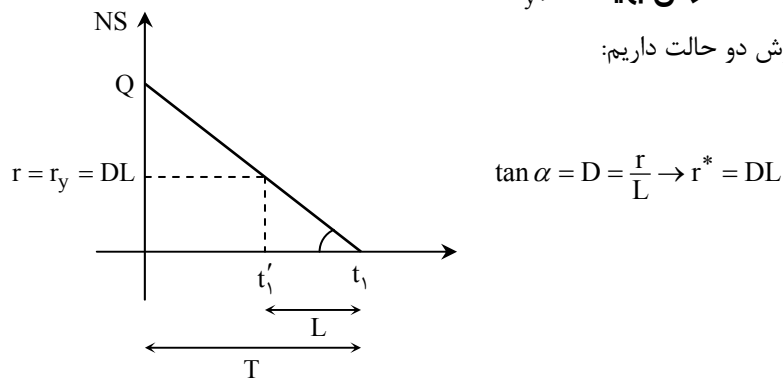
حل: گزینه ۲ صحیح است.

همواره اجزای هزینه نگهداری بر مبنای متوسط موجودی هستند.

نحوه محاسبه نقطه سفارش بهینه r_y^* , r^*

برای یافتن نقطه سفارش دو حالت داریم:

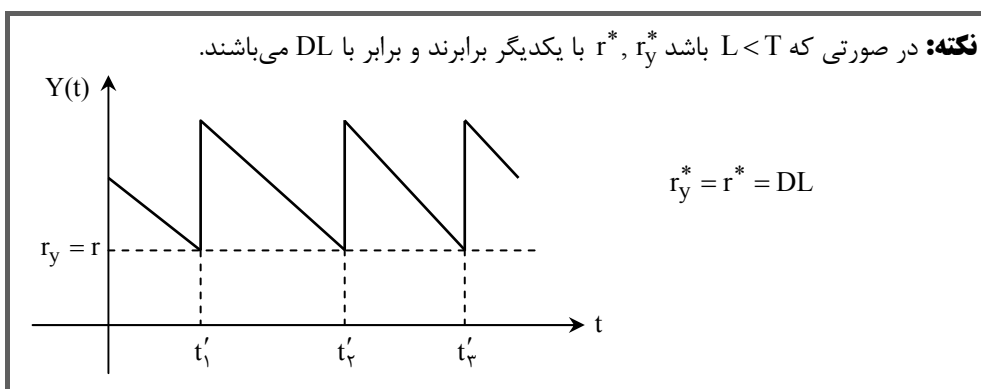
حالت اول: $L < T$

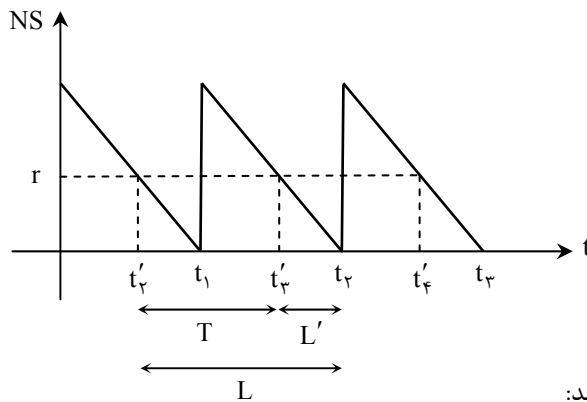


در این حالت تعداد محموله های سفارش در راه یک لحظه قبل از صدور سفارش (t'_1) برابر صفر و

یک لحظه پس از آن برابر Q^* می باشد که در نهایت نمودار موقعیت موجودی به شرح زیر است.

نکته: در صورتی که $L < T$ باشد r_y^* , r^* با یکدیگر برابرند و برابر با DL می باشند.





حالت دوم: $L \geq T$

در این حالت باید L' را بدست بیاوریم که همان فاصله زمانی بین صدور سفارش تا رسیدن اولین سفارش می‌باشد که به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$m = \left\lfloor \frac{L}{T} \right\rfloor \quad L' = L - mT$$

پس نقطه سفارش بصورت زیر بدست می‌آید:

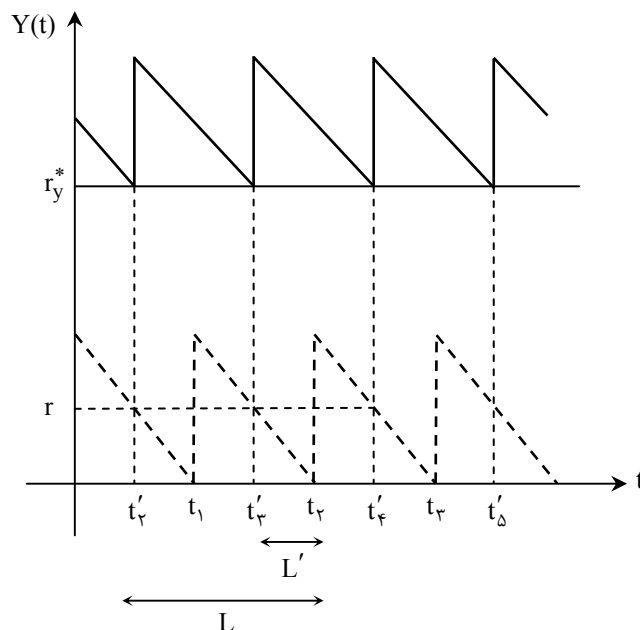
$$r^* = D.L' = D(L - mT) = D.L - mDT = D.L - mQ^*$$

$$r^* = D.L - mQ^*$$

حداقل و حداکثر موجودی خالص برابر است با:

$$0 \leq NS(t) \leq Q^*$$

در این حالت تعداد محموله‌های سفارش در راه یک لحظه قبل از t' برابر با m می‌باشد و لحظه‌ای بعد از آن $m+1$ می‌باشد که در نتیجه مقدار سفارش در راه یک لحظه قبل از صدور سفارش mQ^* و لحظه‌ای بعد از آن $(m+1)Q^*$ می‌باشد و نمودار موقعیت موجودی به شرح زیر است:



$$r_y^* = r^* + mQ^* = D.L$$

بنابراین نقطه سفارش مجدد به شرح زیر بدست می‌آید:

$$r_y^* = D.L$$

حداقل و حداکثر موقعیت موجودی برابر است با:

$$r_y^* \leq Y(t) \leq r_y^* + Q^*$$

$$DL \leq Y(t) \leq DL + Q^*$$

حالت سوم: $L = mT$

در این حالت باید L' را بدست بیاوریم که همان فاصله زمانی بین صدور سفارش تا رسیدن اولین سفارش می‌باشد که به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil \quad L' = L - mT = 0$$

پس نقطه سفارش بصورت زیر بدست می‌آید:

$$r^* = D.L' = 0$$

بطور خلاصه داریم:

$$\begin{cases} r_y^* = D.L \\ r^* = D.L - mQ^* \rightarrow \begin{cases} L < T \rightarrow m = 0 \rightarrow r^* = D.L \\ L > T \rightarrow r^* = D.L - mQ^* \\ L = T \rightarrow r^* = 0 \end{cases} \end{cases}$$

مثال: در یک مدل ساده موجودی فرض کنید مدت تحویل برابر ۲/۵ ماه باشد مقدار سفارش اقتصادی برابر ۱۰۰ واحد و تقاضای سالیانه ۱۲۰۰ واحد است. مقدار موجودی در دست در موقع سفارش در حالت اقتصادی بدست آورید؟ مقدار متوسط مواد در سفارش (موادی که سفارش داده شده و هنوز دریافت نشده‌اند) بدست آورید؟ مقدار موقعیت موجودی در زمان صدور سفارش را بدست آورید؟

$$L = 2/5 \rightarrow L = \frac{2/5}{12}$$

$$EOQ = 100 = Q^* \quad D = 1200$$

$$r^* = DL - mQ^*$$

$$m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil, \quad T = \frac{Q^*}{D} = \frac{100}{1200} = \frac{1}{12}, \quad m = \left\lceil \frac{2/5}{\frac{1}{12}} \right\rceil = 2$$

$$r_y^* = DL = 1200 \times \frac{2/5}{12} = 250 \rightarrow r^* = 1200 \times \frac{2/5}{12} - 2 \times 100 = 50$$

$$r_y^* = DL = 250$$

متوسط مقدار در سفارش و موقعیت موجودی در زمان صدور سفارش

مثال: برای محصولی کمبود موجودی جایز نبوده و تقاضای سالیانه آن معلوم و یکنواخت و برابر ۱۲۰۰۰ واحد در سال است. فاصله زمانی بین انجام سفارش و دریافت آن به انبار برابر ۲ ماه می‌باشد. اگر مقدار سفارش اقتصادی برابر ۳۰۰۰ واحد باشد نقطه سفارش برحسب موجودی در دست چقدر است؟

(۱) ۳۰۰۰ (۲) ۵۰۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) هیچ کدام

حل: گزینه ۴ درست است.

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{3000}{12000} = \frac{1}{4}$$

$$m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil = \left\lceil \frac{2}{\frac{1}{4}} \right\rceil = \left\lceil \frac{4 \times 2}{12} \right\rceil = \left\lceil \frac{2}{3} \right\rceil = 1$$

$$r^* = DL - mQ^* = 12000 \times \frac{1}{6} = 2000$$

* حواست جمع کن! *

نکات مدل EOQ

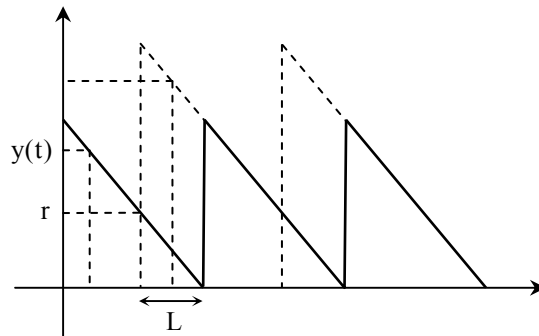
نکته ۱: روابط زیر برای حدود موقعیت موجودی و موجودی خالص برقرار است:

$$r_y^* \leq Y(t) \leq r_y^* + Q^*$$

$$DL \leq Y(t) \leq DL + Q^*$$

$$0 \leq NS(t) \leq Q^*$$

نکته ۲: مقدار موقعیت موجودی قبل و بعد از سفارش دهی بصورت زیر می باشد:



اگر t واحد زمانی قبل از صدور سفارش: $y(t) = D \cdot L + D \cdot t$

اگر t واحد زمانی بعد از صدور سفارش: $y(t) = D \cdot L + Q - D \cdot t$

اگر t واحد زمانی از زمان دریافت سفارش بگذرد: (حالت کلی را نوشتیم) $y(t) = (m+1)Q - D \cdot t$

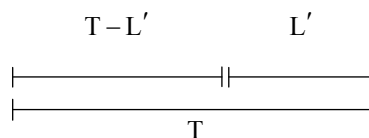
نکته ۳: مقدار r^* می تواند برابر صفر شود ولی هرگز برابر با Q^* نمی شود یعنی داریم:

$$0 \leq r^* < Q^* = DT^*$$

نکته ۴: در مدل EOQ مقدار متوسط موجودی در راه (متوسط مواد در سفارش یا متوسط موادی

که سفارش داده شده ولی هنوز به دست ما نرسیده است) همواره برابر با DL است.

برای اثبات این نکته می توان شکل زیر را در نظر گرفت.



L' : در این قسمت منتظر $(m+1)$ سفارش هستیم که هر سفارش شامل Q واحد موجودی است

$$m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil$$

$T - L'$: در این قسمت منتظر m سفارش هستیم که هر سفارش شامل Q واحد موجودی است

$$m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil$$

متوسط موجودی در راه: $\frac{(T - L') \times mQ + L' \times (m+1)Q}{T}$

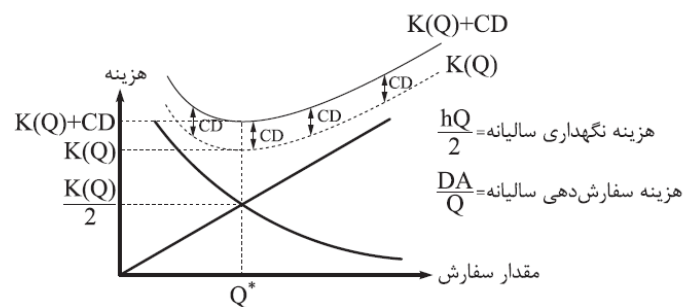
متوسط موجودی در راه: $\frac{mTQ - \cancel{L'mQ} + \cancel{L'mQ} + L'Q}{T}$

همچنین می‌دانیم که $T = \frac{Q}{D}$ و $L' = L - mT$

$$\text{متوسط موجودی در راه} : \frac{mTQ + (L - mT)Q}{T} = \frac{mTQ + LQ - mTQ}{T} = \frac{LQ}{T} = D.L$$

نکته ۵: در یک لحظه قبل از سفارش مقدار سفارش در راه معادل $m.Q^*$ و یک لحظه پس از صدور سفارش $(m+1)Q^*$ می‌باشد. بطور متوسط مقدار سفارش در راه معادل $D.L$ است و همچنان متوسط تعداد دفعات سفارشی (تعداد محموله‌های سفارش داده شده) که بدست ما نرسیده برابر با $\frac{DL}{Q^*} = \frac{DL}{DT^*} = \frac{L}{T^*}$ می‌باشد.

نکته ۶: بسیار مهم * بررسی هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری *



نتیجه ۱: در نقطه مقدار سفارش اقتصادی هزینه نگهداری و سفارش‌دهی با یکدیگر برابرند:

$$Q = Q^* \rightarrow \frac{hQ^*}{2} = \frac{AD}{Q^*}$$

$$k(Q^*) = \frac{AD}{Q^*} + \frac{hQ^*}{2} = \frac{2AD}{Q^*} = \frac{2A}{T^*} = r_n^* A = hQ^* = hI_{\max} = \sqrt{2ADh}$$

$$\text{هزینه نگهداری سالیانه} = \frac{hQ^*}{2} = \frac{\sqrt{2ADh}}{2}$$

$$\text{هزینه سفارش‌دهی سالیانه} = \frac{AD}{Q^*} = \frac{\sqrt{2ADh}}{2}$$

نتیجه ۲: شیب خط هزینه نگهداری در نقطه بهینه معادل $\frac{h}{2}$ و شیب خط هزینه سفارش‌دهی در

نقطه بهینه معادل $-\frac{h}{2}$ می‌باشد.

نتیجه ۳: شیب خط هزینه‌های کل در سمت راست ملایم‌تر از سمت چپ آن می‌باشد در نتیجه:

$$k(Q^* + \alpha) < k(Q^* - \alpha)$$

نتیجه ۴:

هزینه نگهداری کمتر از هزینه سفارش‌دهی است $Q < Q^*$ اگر

هزینه نگهداری برابر هزینه سفارش‌دهی است $Q = Q^*$ اگر

هزینه نگهداری بیشتر از هزینه سفارش‌دهی است $Q > Q^*$ اگر

مثال: حداکثر سطح موجودی محصول نیمه ساخته‌ای در انبار موقت در حالت بهینه برابر ۳۰۰

واحد است. اگر هزینه نگهداری هر واحد این محصول برابر ۴۰۰ تومان در سال باشد، هزینه بهینه

سالیانه نگهداری و راه‌اندازی این محصول چند تومان است؟ (سراسری ارشد - ۱۳۹۱)

$$(۱) ۶۰,۰۰۰ \quad (۲) ۱۲۰,۰۰۰$$

$$(۳) ۲۴۰,۰۰۰ \quad (۴) \text{ داده‌های مسأله برای پاسخگویی کم است.}$$

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$K^* = hQ^* = hI_{\max} = 400 \times 300 = 120,000$$

نکته ۷: در صورتی که بنا به دلایل مختلف (مثلاً صلاحدید مدیریت و محدودیت در مدل یا تخمین زدن یا اشتباه در نظر گرفتن پارامترهای مدل)، مقدار سفارش انجام شده مقدار بهینه نباشد، هزینه‌های سالیانه افزایش می‌یابد و نسبت این افزایش بصورت زیر محاسبه می‌شود. (بجای Q^* مقدار Q سفارش داده‌ایم)

$$\frac{K(Q)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q^*}{Q} + \frac{Q}{Q^*} \right)$$

* ۱۰۰ (ضعف سوال بوده این عدد بزرگ باشد!)*

یکبار $Q_1 = 2Q^*$ در نظر می‌گیریم و یکبار $Q_2 = \frac{1}{2}Q^*$ در نظر می‌گیریم تغییر در هزینه‌ها برابر است زیرا:

$$\frac{K(Q_2)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 2 \right) = 1.25 \quad \frac{K(Q_1)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 2 \right) = 1.25$$

یعنی اگر مقدار سفارش دو برابر یا نصف شود هزینه‌ها ۲۵٪ افزایش می‌یابد.

نکته ۸: برای مقایسه تغییرات کل هزینه سالیانه نمی‌توان از رابطه مربوط به هزینه متغیر سالیانه استفاده کرد که تنها می‌توان برای آن حدود تغییرات طبق نامساوی زیر بدست آورد:

$$1 \leq \frac{K(Q) + CD}{K(Q^*) + CD} < \frac{K(Q)}{K(Q^*)}$$

نکته ۹: در صورتی که یکی از پارامترهای مدل تغییر کند آنگاه قطعاً هزینه بهینه متغیر سالیانه و مقدار سفارش بهینه تغییر می‌کند و نسبت این تغییرات بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{Q_1^*}{Q_2^*} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \times \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} \times \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \quad \frac{k_1^*}{k_2^*} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \times \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} \times \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

نکته ۱۰: راه میان بر! تغییر در مقدار سفارش‌دهی و هزینه در حالت بهینه در اثر تغییر پارامترها و یا اشتباه در تخمین به شرح زیر می‌باشد:

$$X_A = \frac{\text{مقدار تخمینی } A}{\text{مقدار واقعی } A} \quad X_D = \frac{\text{مقدار تخمینی } D}{\text{مقدار واقعی } D} \quad X_H = \frac{\text{مقدار تخمینی } h}{\text{مقدار واقعی } h}$$

$$\frac{Q}{Q^*} = \sqrt{\frac{X_A X_D}{X_H}}$$

$$\frac{K}{K^*} = \frac{1}{2} \times \left(\sqrt{\frac{X_A X_D}{X_H}} + \sqrt{\frac{X_H}{X_A X_D}} \right)$$

نکته ۱۱: همین جا یاد بگیر اگر یک پارامتر تغییر کند یا اشتباهی وارد شود قطعاً هزینه متغیر سالیانه و مقدار سفارش تغییر می‌کند ولی اگر چند پارامتر تغییر کند ممکن است افزایش یا کاهش یابد یا اصلاً تغییر نکند زیرا ممکن است اثرات یکدیگر را خنثی کنند. ولی وقتی مقدار سفارشی بجز مقدار سفارش بهینه در نظر می‌گیریم قطعاً هزینه‌ها بیشتر می‌شود (نکته ۶)

نکته ۱۲: جدول آنالیز حساسیت زیر را یاد بگیر!

$k(Q^*)$	Q^*	افزایش پارامترها
↑	↑	A
↑	↑	D
↑	↓	h
↑	↓	i
↑	↓	c
↑	↓	w
—	—	L

جزئیات تغییرات L : در مدل‌های قطعی تغییر مدت زمان تحویل تاثیری روی مقدار سفارش بهینه و هزینه‌ها ندارد و فقط روی نقطه سفارش تاثیرگذار است.

نکته ۱۳: فقط در حالت بهینه است که هزینه نگهداری و سفارش‌دهی با یکدیگر برابرند.

$$\frac{DA}{Q^*} = \frac{hQ^*}{2} = \frac{\sqrt{2DAh}}{2} = \frac{K(Q^*)}{2}$$

نکته ۱۴: در مدل ویلسون در حالت بهینه هزینه نگهداری و سفارش‌دهی با یکدیگر برابرند، بنابراین اگر هزینه سفارش‌دهی در حالت بهینه بر اثر تمهیدات مسئولین کاهش یابد هزینه نگهداری به همان میزان کاهش می‌یابد و یا برعکس.

مثال: در یک کارخانه که از مدل ویلسون پیروی می‌کند بر اثر تمهیدات مسئولین کارخانه کل

هزینه سفارش‌دهی از c به $\frac{3c}{4}$ کاهش می‌یابد در این حالت هزینه نگهداری: (سراسری ارزش - ۸۷)

(۱) به همان میزان کاهش می‌یابد.

(۲) تغییری نمی‌کند.

(۳) به همان میزان افزایش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد ولی میزان آن بستگی به سایر عوامل دارد.

حل: گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به نکته بالا

مثال: اگر برآورد پارامترها در مدل ویلسون همراه با خطا باشد، رابطه هزینه‌های واقعی و تخمینی

را بیان کنید؟ (سراسری ارزش - ۸۷)

(۱) اگر هزینه‌های واقعی کمتر از کل هزینه‌های تخمینی باشد سیستم در حالت بهینه اجرا شده.

(۲) ممکن است کل هزینه‌های واقعی کمتر از کل هزینه‌های تخمینی باشد.

(۳) حتماً هزینه‌های واقعی کمتر از هزینه‌های تخمینی می‌باشد.

(۴) حتماً هزینه‌های واقعی بیشتر از هزینه‌های تخمینی می‌باشد.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

ممکن است اثر هم را خنثی کنند یا تخمین بسیار زیاد در نظر گیریم یا بسیار کم پس فقط در

صورت ممکن است می‌تواند جواب صحیح باشد.

۵۲ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

مثال: مصرف سالیانه مواد اولیه در شرکت تولیدی ۲۰۰۰ تن و هزینه سفارش دهی آن برابر ۲۰۰۰ تومان و قیمت هر تن از این مواد ۱۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر تن ۵٪ تومان در ماه و هزینه بیمه آتش سوزی و... برابر ۲ درصد متوسط ارزش متوسط موجودی ها در سال باشد کل هزینه های سفارش دهی این کالا در حالت اقتصادی برابر است با:

- (۱) ۲۲۳۶ (۲) ۴۰۰۰ (۳) ۸۰۰۰ (۴) ۳۴۶۴

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$D = 2000 \quad A = 2000 \quad C = 100 \quad i = 0.02$$

$$h = ic + w = 0.02 \times 100 + 0.05 \times 12 = 8$$

$$\frac{AD}{Q^*} = \frac{\sqrt{2ADh}}{2} = \frac{\sqrt{2 \times 2000 \times 2000 \times 8}}{2} = 4000$$

مثال: در یک مدل ساده قطعی اگر مقدار هر بار سفارش ۵۰٪ بیشتر یا ۵۰٪ کمتر از مقدار اقتصادی سفارش باشد به ترتیب هزینه متغیر سالیانه چقدر افزایش خواهد یافت؟ (سراسری ارشد - ۹۸)

- (۱) ۵۰٪ و ۵۰٪ (۲) ۲۵٪ و ۵۰٪ (۳) ۲۵٪ و ۲۵٪ (۴) ۸٪ و ۲۵٪

حل: گزینه ۴ صحیح است.

$$Q_1 = Q^* + \frac{Q^*}{2} = \frac{3Q^*}{2} \Rightarrow \frac{K(Q_1)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \right) = 1.08$$

$$Q_2 = Q^* - \frac{Q^*}{2} = \frac{Q^*}{2}$$

$$\frac{K(Q_2)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 2 \right) = 1.25$$

مثال: در یک مدل ساده قطعی کالایی را هر ۲ ماه یک بار سفارش داده می شود و هزینه ثابت هر بار سفارش دهی ۵۰,۰۰۰ تومان است هزینه نگهداری سالیانه در حالت بهینه چند تومان است؟

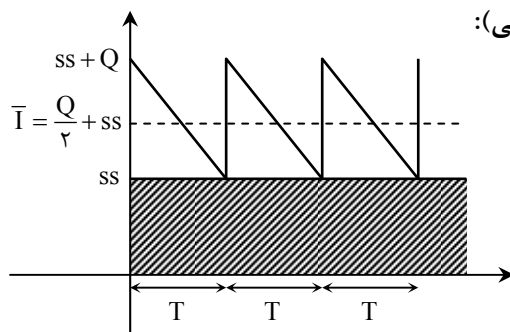
- (۱) ۱۰۰,۰۰۰ (۲) ۳۰۰,۰۰۰ (۳) ۲۰۰,۰۰۰ (۴) ۶۰۰,۰۰۰

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{هزینه نگهداری سالیانه} = \frac{hQ^*}{2} = \frac{A}{T^*} = \frac{50,000}{\frac{1}{6}} = 300,000$$

حالات خاص مدل ویلسون

۱. مدل EOQ با در نظر گرفتن ss (ذخیره ایمنی):



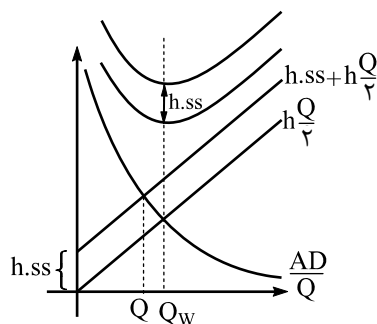
$$\text{هزینه سالیانه} = \underbrace{\frac{D}{Q} A}_{\text{TCA}} + \underbrace{\frac{hQ}{2} + hss}_{\text{TCH}} + \underbrace{DC}_{\text{fixed}}$$

هزینه ثابت نگهداری هزینه متغیر نگهداری

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

فقط در یک نقطه هزینه نگهداری با هزینه سفارش دهی برابر است که همان نقطه Q است.

$$h.ss + \frac{hQ}{2} = \frac{D}{Q} A \rightarrow \text{در نقطه‌ای است که بهینه نمی‌باشد و کمتر از بهینه است}$$



برای مقایسه TCH و TCA ابتدا باید h.ss از هزینه نگهداری کم کرد.

تأثیرات ss و نکات مربوط به آن:

۱. در مقدار سفارش Q_w تأثیری ندارد.

۲. افزایش TCH

۳. افزایش TC

۴. افزایش متوسط موجودی

۵. محل تقاطع (مجموع هزینه‌های نگهداری و سفارش دهی، Q^w را نشان نمی‌دهد).

۶. برای به دست آوردن موقعیت Q^w باید $\frac{hQ}{2}$ و $\frac{AD}{Q}$ مقایسه شود.

$$SS = 100$$

مثال: در انباری که ۱۰۰ تن ذخیره اطمینان داریم، هزینه نگهداری هر تن کالا در سال ۱۰۰۰ ریال است. کل هزینه‌های سالیانه تدارکاتی (سفارشات) در این انبار ۱۸۰,۰۰۰ ریال و کل هزینه‌های نگهداری کالا در انبار در سال ۲۰۰,۰۰۰ ریال است. در این شرایط کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) ممکن است کالا به مقدار اقتصادی سفارش شود.
- (۲) مقدار هر بار سفارش کالا از مقدار EOQ کمتر است.
- (۳) مقدار سفارش کالا $\frac{1}{9}$ برابر مقدار EOQ است.
- (۴) مقدار اقتصادی سفارش کالا از مقدار EOQ بیشتر است.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$SS = 100, \quad h = 1000$$

ابتدا باید مقدار ثابت سالیانه (در اینجا هزینه موجودی اطمینان) را از هزینه نگهداری کم کنیم:

$$\left(\frac{hQ}{2}\right) = 200,000 - 100 \times 1000 = 100,000$$

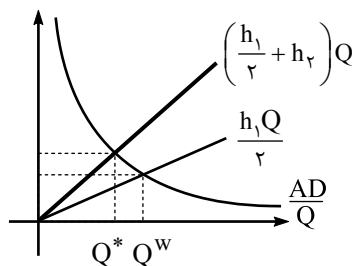
حال با مقایسه‌ی هزینه نگهداری سالیانه و سفارش‌دهی در می‌یابیم که $\left(\frac{hQ}{2}\right) < \left(\frac{AD}{Q}\right)$ پس نتیجه می‌شود که $Q < EOQ$ می‌باشد.

۲. در مدل EOQ وقتی هزینه نگهداری بر اساس max موجودی I_{max} بیان شود:

ابتدا باید بدانیم که ماکزیمم موجودی در مدل EOQ برابر با Q است. ($I_{max} = Q$)

h_1 : هزینه نگهداری واحد کالا بر اساس متوسط موجودی

h_2 : بر اساس ماکزیمم موجودی



$$TC(Q) = \frac{D}{Q}A + \frac{h_1Q}{2} + h_2Q + DC$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h + 2h_2}} \quad TC(Q^*) = \sqrt{2AD(h + 2h_2)}$$

شیب $(\frac{h_1}{2} + h_2)Q$ بیش‌تر از $\frac{h_1}{2}Q$ می‌باشد.

تأثیرات h_2 :

۱. مقدار Q^* نسبت به مدل ویلسون کاهش می‌یابد.

۲. در Q^* ، مقادیر TCH و TCA برابر هستند.

۳. هزینه نگهداری افزایش می‌یابد.

۴. هزینه کل افزایش می‌یابد.

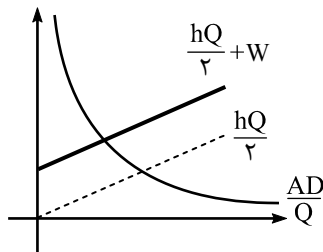
۵. TCH و TCA یک میزان افزایش دارد و به میزان نصف افزایش k^* می‌باشد.

$$\begin{cases} TCH > TCA \leftarrow Q > Q^* \\ TCH < TCA \leftarrow Q < Q^* \\ TCH = TCA \leftarrow Q = Q^* \end{cases}$$

۷. $(\frac{h_1}{r} + h_2)$ و $-(\frac{h_1}{r} + h_2)$ به ترتیب شیب خط هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی در نقطه Q می‌باشد.

$$k^* = \frac{rAD}{Q^*} = r(\frac{h_1 Q^*}{r} + h_2 Q^*) = \frac{rA}{T^*} = rN^* A$$

۳. مدل EOQ با در نظر گرفتن هزینه اجاره انبار به صورت یک مبلغ ثابت:



W: هزینه سالیانه اجاره انبار

$$TC(Q) = \underbrace{\frac{D}{Q} A}_{TCA} + \underbrace{\frac{hQ}{r}}_{TCH} + W + DC$$

تأثیر W در مدل EOQ:

۱. در Q^* تأثیری ندارد.

۲. افزایش هزینه نگهداری بر متوسط موجودی تأثیری ندارد.

۳. محل تقاطع دو هزینه نقطه بهینه نیست.

۴. جهت مقایسه هر Q نسبت به Q^* باید W حذف شود.

مثال: یک کارخانه تولید بتن آماده جهت نگهداری سیمان، از سیلوئی با ظرفیت ۲۰۰ تن استفاده

می‌کند. این شرکت با هدف مینیمم کردن مجموع هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی سالیانه،

مقدار سفارش هر بار سیمان را ۱۵۰ تن در نظر گرفته است که در برابر این تصمیم کل هزینه‌های

نگهداری سالیانه (اجاره سیلو، هزینه‌های راکد سرمایه‌گذاری و...) برابر ۷۵۰۰ تومان و کل

هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه نیز برابر ۷۵۰۰ برآورد شده است. به نظر شما مقدار سفارش این

کالا باید: (سراسری ارزش - ۸۷)

(۱) افزایش یابد. (۲) کاهش یابد.

(۳) ثابت باقی بماند. (۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

حل: گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به هزینه‌هایی که در هزینه نگهداری سالیانه محاسبه شده‌اند در می‌یابیم که هزینه ثابت اجاره سیلو نیز در هزینه نگهداری گنجانده شده است. در صورتی که این هزینه ثابت را از کل هزینه نگهداری سالیانه کسر نماییم عدد به دست آمده که مبنای مقایسه با هزینه سفارش‌دهی سالیانه است از مقدار این هزینه سفارش‌دهی کمتر خواهد بود پس $Q < Q_0$ است.

مدل تقاضای گسسته

تمام فرضیات مانند مدل ویلسون است و تنها فرق آن این است که تقاضا بصورت گسسته و n تایی می‌باشد که این n می‌تواند تکی یا دو تایی و... باشد و مانند مدل ویلسون مقدار آن ثابت است. از جمله کاربردهای آن می‌توان موارد زیر را نام برد:

۱. کالا بصورت واحد باشد یعنی مثلاً ۱,۲۵ کالا معنی نداشته باشد.

۲. کالا در بسته‌های n تایی باشد.

۳. تقاضا برای کالا کم باشد.

۴. قیمت کالا بالا باشد.

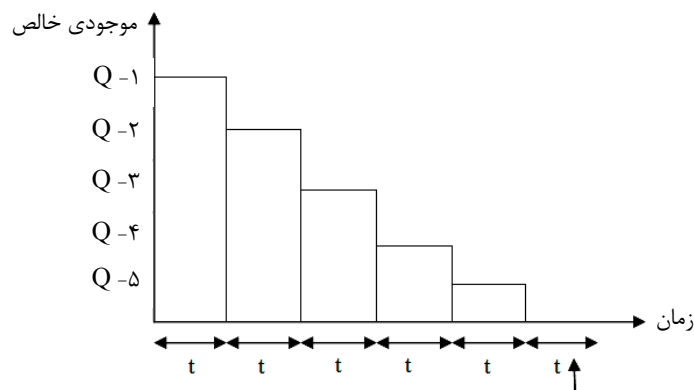
نمودار و هزینه‌های آن به شرح زیر است:

t : بازه زمانی‌ای که در آن یک بسته تقاضا مصرف می‌کنیم و سطح موجودی به اندازه یک بسته کاهش می‌یابد.

(*) زمانی که سفارش می‌دهیم وقتی کالا به دستمان رسید یک بسته را به مشتری تحویل می‌دهیم

پس بیشترین میزان موجودی $Q - n$ می‌گردد. (باعث کاهش هزینه نگهداری)

در این نمودار بسته‌ها را ۱ واحد در نظر گرفته‌ایم:



در این بازه زمانی انبار خالی از موجودی می‌باشد.

در اینجا $n=1$ می باشد $\tan \alpha = D = \frac{n}{t}$

$$A + h((Q-1)t + (Q-2)t + \dots + 1 \times t) \times \frac{D}{Q} = \frac{AD}{Q} + \frac{(Q-1)Q}{2} \times h \times t \times \frac{1}{tQ} = \frac{AD}{Q} + \frac{h(Q-1)}{2}$$

$$n \rightarrow k(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{h(Q-n)}{2}$$

هزینه‌های متغیر سالیانه

$$\text{هزینه‌های سالیانه در حالت کلی (سفارش بسته‌های } n \text{ تایی)} = \frac{AD}{Q} + \frac{h(Q-n)}{2} + CD$$

نکته: گسسته بودن یک محدودیت است در نتیجه جواب مسئله بهتر نمی‌شود.

روش‌های محاسبه مقدار سفارش اقتصادی گسسته

ابتدا باید به نقاط مضرب n در دو طرف Q_w را بدست آوریم و آن‌ها را Q_1, Q_2 می‌نامیم.

$$Q_1 < Q_w < Q_2$$

۱. $k(Q_1), k(Q_2)$ را به دست می‌آوریم هر کدام کمتر بود Q متناظر به عنوان بهینه انتخاب می‌شود.

۲. بین کسرهای \min را به دست آورده و Q مربوط به آن مقدار سفارش بهینه است.

$$\frac{K(Q_1)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_1}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q_1} \right) \quad \frac{K(Q_2)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_2}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q_2} \right)$$

۳. Q_1, Q_2 را در نامساوی زیر جایگزین می‌کنیم (تک تک را به جای Q^* قرار می‌دهیم) هر کدام که

در نامساوی صدق کرد به عنوان مقدار سفارش بهینه انتخاب می‌گردد.

$$Q^*(Q^* - n) \leq Q_w^2 \leq Q^*(Q^* + n) \quad Q^* \underset{\uparrow}{(Q^* - n)} \leq \frac{2AD}{h} \leq Q^* \underset{\uparrow}{(Q^* + n)}$$

یا می‌توان از راه میان بر بجای بررسی دو طرف نامساوی یک طرف را بررسی کرد که به شرح زیر

عمل می‌کنیم:

در حالت ۱ نامساوی بالا اول Q_2 را امتحان می‌کنیم اگر صدق نکرد، Q_1 بهینه است. (اول بزرگترین)

در حالت ۲ نامساوی بالا اول Q_1 را امتحان می‌کنیم اگر صدق نکرد، Q_2 بهینه است. (اول کوچکترین)

در نهایت هزینه‌های بهینه طبق این رابطه بدست می‌آید:

$$TC(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{h(Q-n)}{2} + CD$$

۵۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۵. حالت خاص: هنگامی که $Q_2 < Q_w \leq \frac{Q_1 + Q_2}{2}$ برقرار باشد Q_2 به عنوان مقدار سفارش بهینه انتخاب می‌گردد. ولی اگر نامساوی برقرار نباشد با یکی از روش‌های بالا مقدار سفارش بهینه را پیدا می‌کنیم چون نکات شیب سمت راست هزینه‌ها ملایم‌تر است.


نکات سفارشات گسسته

نکته ۱: مقدار سفارش‌دهی ممکن است بزرگ‌تر یا مساوی یا کوچک‌تر از EOQ باشد.

نکته ۲: در صورتی که سفارشات در بسته‌های n تایی صورت پذیرد و مقدار n از EOQ بزرگ‌تر باشد در این صورت مقدار سفارش‌دهی و هزینه‌های سالیانه نسبت به حالت EOQ قطعاً افزایش می‌یابد.

نکته ۳: اگر Q_w مقدار اعشاری داشت بدون محاسبه مقدار Q بیش‌تر را در نظر می‌گیریم.

نکته ۴: هزینه‌ها در حالت سفارش گسسته نسبت به حالت قبلی کاهش نمی‌یابد.

 **مثال:** در یک مدل EOQ $D = 50,000$ و $A = 290$ و $h = 40$ و سفارش‌دهی در بسته‌های ۲۰ تایی

انجام می‌شود، تعداد بسته‌های سفارش‌دهی در هر بار سفارش در حالت بهینه چقدر است؟

$$n = 20 \quad h = 40 \quad A = 290 \quad D = 50,000$$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2 \times 290 \times 50,000}{40}} = 851.46 \quad Q_1 = 840 \quad Q_2 = 860$$

با توجه به نکته ۳ چون مقدار Q_w اعشاری شد پس بدون محاسبه مقدار Q_2 (بزرگ‌تر) را به عنوان

مقدار بهینه سفارش انتخاب می‌کنیم در نتیجه ۴۳ بسته سفارش می‌دهیم پس:

$$\frac{860}{20} = 43$$

۴۳ بسته سفارش می‌دهیم و در حالت کلی نامساوی را چک می‌کنیم:

$$840(840 - 20) \leq 851^2 \leq 840(840 + 20)$$

$$860(860 - 20) \leq 851^2 \leq 860(860 + 20)$$

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. یکی از فرضیات مدل اصلی مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) این است که:

(سراسری ۷۲)

(۱) تقاضا نامعلوم و متغیر است.

(۲) اگر تقاضا دو برابر شود تعداد سفارش نیز دو برابر می‌شود.

(۳) قیمت خرید هر واحد با مقدار سفارش تغییر می‌کند.

(۴) در هر بار سفارش کل مقدار سفارش یکباره دریافت می‌شود.

در مدل ساده موجودی (که نرخ تقاضا ثابت و معلوم و کمبود موجودی جایز نیست.) فرض کنید مدت

تحويل برابر ۲/۵ ماه، مقدار سفارش اقتصادی برابر ۱۰۰ واحد و تقاضای سالیانه ۱۲۰۰ واحد است.

۲. مقدار موجودی در دست در موقع سفارش در حالت سفارش اقتصادی:

(سراسری ۷۲)

(۱) ۱۵۰ واحد (۲) ۱۰۰ واحد (۳) ۵۰ واحد (۴) ۲۵ واحد

۳. متوسط مقدار مواد در سفارش (موادی که سفارش داده شده و هنوز دریافت نشده‌اند.) برابر است با:

(۱) ۱۵۰ واحد (۲) ۲۰۰ واحد (۳) ۲۵۰ واحد (۴) ۳۰۰ واحد (سراسری ۷۲)

۴. هدف مدل EOQ عبارت از:

(سراسری ۷۲)

(۱) می‌نیم کردن اندازه سفارش است.

(۲) می‌نیم کردن هزینه سفارش است.

(۳) می‌نیم کردن هزینه خرید و هزینه سفارش است.

(۴) هیچ کدام

۵. در مدل EOQ متوسط هزینه سالیانه بهینه سفارش و نگهداری عبارت است از:

(سراسری ۷۲)

(۱) حاصلضرب مقدار سفارش بهینه در هزینه نگهداری هر واحد

(۲) حاصلضرب هزینه هر بار سفارش در نسبت تقاضای سالیانه به مقدار سفارش بهینه

(۳) حاصلضرب هزینه هر بار سفارش در نسبت مقدار سفارش بهینه به تقاضای سالیانه

(۴) هیچکدام

۶. اگر زمان انتظار تحويل (Lead Time) کالایی به دو برابر افزایش یابد مقدار سفارش بهینه:

(۱) به دو برابر افزایش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد ولی نه به اندازه دو برابر

(۳) بدون تغییر می‌ماند.

(سراسری ۷۲ و مشابه سراسری ۸۰)

(۴) هیچ کدام

۶۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۷. کدام یک از عبارات زیر در مورد رابطه بین هزینه سفارش سالیانه و هزینه نگهداری سالیانه در مدل EOQ صادق است؟ (سراسری ۷۲)

(۱) همیشه دو هزینه با هم برابر هستند.

(۲) هزینه نگهداری در بعضی مواقع بیشتر از هزینه سفارش است.

(۳) هزینه نگهداری همیشه بیشتر از هزینه سفارش است.

(۴) رابطه‌ای بین دو هزینه نمی‌توان برقرار کرد.

۸. اگر مقدار سفارش بهینه کالایی به دو برابر افزایش یابد در این صورت متوسط هزینه سالیانه: (سراسری ۷۲)

(۱) به دو برابر افزایش می‌یابد.

(۲) به اندازه دو برابر کاهش می‌یابد.

(۳) به اندازه یک برابر کاهش می‌یابد.

(۴) هیچ کدام

۹. اگر سفارش بهینه کالایی ۴۰۰ واحد و تقاضای سالیانه آن ۱۲۰۰۰ واحد و زمان ما بین دو سفارش متوالی ۱/۵ ماه باشد، نقطه سفارش مجدد با فرض اینکه زمان انتظار تحویل کالا سه ماه باشد، کدام عبارت زیر صحیح است؟ (سراسری ۷۲)

(۱) نقطه سفارش مجدد بدون احتساب موجودی در راه برابر ۳۰۰۰ واحد خواهد بود.

(۲) نقطه سفارش مجدد با احتساب موجودی در راه برابر ۲۲۰۰ خواهد بود.

(۳) نقطه سفارش مجدد با احتساب موجودی در راه برابر ۳۶۰۰۰ خواهد بود.

(۴) هیچ کدام

۱۰. در یک کارخانه سالهاست که مقدار تولید کالا در نقطه سر به سر (Break-Point) است، داریم:

هزینه‌های متغیر تولید = $40 \frac{\text{ریال}}{\text{واحد}}$ ، قیمت واحد محصول = ۵۰ ریال، هزینه‌های آمادگی برای تولید

(set-up) = ۷۵۰ ریال، هزینه‌های ثابت تولید در سال = ۲۰۰۰ ریال، واحد هزینه نگهداری

= $30 \frac{\text{ریال}}{\text{واحد-سال}}$ در این شرایط مقدار اقتصادی هر بار تولید برابر است با: (سراسری ۷۴)

(۱) ۸۵ واحد (۲) ۱۳۲ واحد (۳) ۲۰۰ واحد (۴) ۱۰۰ واحد

۱۱. مقدار اقتصادی تولید یک کالا در هر بار تولید (EOQ)، برابر با عدد q است. ولی به دلیل نوسانات

عوامل فیزیکی، تولید به مقدار دقیق q امکان‌پذیر نیست. موافقت شده که مقادیر حداقل تولید

(q_{\min}) و حداکثر تولید (q_{\max}) به نحوی کنترل شوند که هزینه موجودی‌ها (آمادگی +

نگهداری) بیش از $A\%$ از مقدار هزینه مینیمم (مربوط به EOQ) تجاوز ننماید. در این صورت

داریم: (سراسری ۷۴)

هزینه کل موجودی‌ها در سال Tic

$$Tic_{qmax} > Tic_q, Tic_{qmin} > Tic_q \quad (2) \quad Tic_{qmax} > Tic_q, Tic_{qmin} < Tic_q \quad (1)$$

$$Tic_{qmax} > Tic_{qmin} > Tic_q \quad (4) \quad Tic_{qmin} < Tic_{qmax} < Tic_q \quad (3)$$

۱۲. شرکتی برای یک نوع محصول هر بار ۱۵۰۰ واحد سفارش می‌دهد که این مقدار سفارش شرکت را برای شش ماه کفایت می‌نماید. هزینه خرید هر واحد این محصول ۱۰ تومان و هزینه هر بار سفارش ۲۵ تومان می‌باشد. اگر درصد هزینه نگهداری سالیانه این محصول ۲۵ درصد در سال و زمان انتظار تحویل کالا (Lead Time) برابر ۱۴ هفته (۴ ماه) باشد، هزینه سیستم کنترل موجودی جاری شرکت بدون توجه به هزینه خرید برابر است با:

(سراسری ۷۴)

$$(1) \quad 1235 \text{ تومان} \quad (2) \quad 433 \text{ تومان} \quad (3) \quad 1925 \text{ تومان} \quad (4) \quad 613 \text{ تومان}$$

۱۳. با توجه به اطلاعات تست ۱۲، اگر سفارش این محصول به صورت بهینه انجام گیرد مقدار صرفه‌جویی هزینه‌ها در سال برابر است با:

(سراسری ۷۴)

$$(1) \quad 1925 \text{ تومان} \quad (2) \quad 1313 \text{ تومان} \quad (3) \quad 613 \text{ تومان} \quad (4) \quad 547 \text{ تومان}$$

۱۴. با توجه به اطلاعات تست ۱۳ نقطه سفارش مجدد (Reorder Point) بر حسب موجودی در دست برابر است با:

(سراسری ۷۴)

$$(1) \quad 43 \text{ واحد} \quad (2) \quad 67 \text{ واحد} \quad (3) \quad 73 \text{ واحد} \quad (4) \quad 47 \text{ واحد}$$

۱۵. مصرف سالیانه مواد اولیه در شرکت تولیدی ۲۰۰۰ تن و هزینه سفارش‌دهی آن برابر ۲۰۰۰ تومان و قیمت هر تن از این مواد ۱۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر تن ۵/۰ تومان در ماه و هزینه‌های بیمه و آتش سوزی و ... برابر ۲ درصد متوسط موجودیها در سال می‌باشد، کل هزینه‌های سفارش‌دهی این کالا در حالت اقتصادی برابر است با:

(سراسری ۷۴)

$$(1) \quad 2236 \text{ تومان} \quad (2) \quad 4000 \text{ تومان} \quad (3) \quad 8000 \text{ تومان} \quad (4) \quad 3464 \text{ تومان}$$

۱۶. در مدل سفارش اقتصادی که در آن کمبود مجاز نیست، اگر هزینه نگهداری هر واحد افزایش یابد، آنگاه کل هزینه‌های سفارش‌دهی در واحد زمان:

(سراسری ۷۴)

$$(1) \quad \text{کاهش می‌یابد.} \quad (2) \quad \text{ثابت باقی می‌ماند.} \quad (3) \quad \text{افزایش می‌یابد.} \quad (4) \quad \text{قابل پیش‌بینی نیست.}$$

۶۲ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

۱۷. اگر مقدار سفارش اقتصادی برابر ۵۰۰ واحد باشد و به جای ۵۰۰ واحد ۱۰۰۰ واحد سفارش دهیم، جمع

هزینه های سفارش دهی و نگهداری این تصمیم گیری نسبت به حالت بهینه: (سراسری ۷۴ و مشابه سراسری ۸۱)

(۱) ۲۵ درصد افزایش می یابد. (۲) ۲۵ درصد کاهش می یابد.

(۳) ۲۰ درصد افزایش می یابد. (۴) با اطلاعات فوق قابل محاسبه نیست.

۱۸. قیمت خرید کالایی ۲۰ تومان، تقاضای سالیانه آن ۱۰۰۰ واحد و مینیمم مجموع هزینه های

سفارش و نگهداری سالیانه آن ۸۰۰ تومان می باشد. مقدار سفارش اقتصادی این کالا ۶۰۰ واحد

ولی شرکت آن را در بسته های ۱۲۰۰ تایی سفارش می دهد. در این صورت مجموع هزینه ها شامل

هزینه خرید، نگهداری و سفارشات (سالیانه) برابر است با: (سراسری ۷۵)

(۱) ۲۹۴۱۵ تومان (۲) ۲۱۱۳۱ تومان (۳) ۲۱۰۰۰ تومان (۴) ۲۶۰۰۰ تومان

۱۹. در یک صنعت تولیدی مقدار اقتصادی تولید کالا برابر با ۲۰۰ می باشد، ($EOQ=200$) و داریم:

واحد هزینه کل تولید کالا = ۱۰۰

واحد هزینه متغیر تولید کالا = ۹۰

هزینه های آمادگی سیستم برای تولید (Set-Up) = ۱۶۰

هزینه نگهداری هر واحد کالا در سال = ۴

در صورتی که مقدار تولید سالیانه کالا به میزانی باشد که دقیقاً صنعت در نقطه سر به سر (یا

سراسری) یا (Break Even) باشد، هزینه های ثابت تولید در سال برابر است با: (سراسری ۷۵)

(۱) ۵۰۰۰ (۲) ۴۷۵۰ (۳) ۱۳۵۰ (۴) ۲۰۰۰۰

۲۰. کدام یک از عبارات زیر در فرضیات اولیه مدل اصلی (مدل ساده) EOQ نیست؟ (سراسری ۷۵)

(۱) تقاضا قطعی است. (۲) تخفیف قیمت وجود دارد.

(۳) مدت تحویل ثابت است. (۴) تقاضا در طی زمان یکنواخت و پیوسته است.

۲۱. فرض کنید در مدل اصلی (مدل ساده) EOQ مقدار هزینه سفارش دهی در هر بار ۵۰۰ تومان

است. اگر مقدار سفارش برابر EOQ انتخاب شود و مقدار تقاضای سالیانه ۵ برابر EOQ باشد. کدام

یک از عبارت زیر صحیح است؟ (سراسری ۷۵)

(۱) مجموع هزینه های سفارش دهی و نگهداری سالیانه ۵۰۰۰ تومان است.

(۲) مجموع هزینه های سفارش دهی و نگهداری سالیانه ۱۰۰۰۰ تومان است.

(۳) مجموع هزینه های سفارش دهی و نگهداری سالیانه ۲۰۰۰۰ تومان است.

(۴) برای تعیین هزینه های سفارش دهی و نگهداری سالیانه به اطلاعات بیشتری نیاز است.

فصل ۴: مدل مقدار سفارش اقتصادی ۶۳

۲۲. مدت زمان تحویل محصول (Lead Time) ۴ ماه، مصرف سالیانه محصول ۱۲۰۰ واحد و مقدار هر بار سفارش محصول ۱۵۰ واحد است. نقطه سفارش این محصول بر حسب موجودی در دست با کدام یک از مقادیر زیر برابر است؟ (سراسری ۷۵)

- (۱) ۱۰۰ واحد (۲) ۷۵ واحد (۳) ۱۲۵ واحد (۴) ۱۵۰ واحد

۲۳. مقدار اقتصادی تولید یک کالا در هر بار تولید (EOQ) برابر با عدد q است ولی به دلیل نوسانات عوامل فیزیکی تولید به مقدار دقیق q امکان پذیر نیست. موافقت شده که مقدار حداقل هر بار تولید (q_{min}) و حداکثر مقدار هر بار تولید (q_{max}) به نحوی کنترل شود که هزینه موجودی ها (آمادگی + نگهداری) بیش از $A\%$ از مقدار هزینه مینیمم (مربوط به EOQ) تجاوز ننماید در این صورت داریم: (سراسری ۷۵)

$$q_{min} < q < q_{max} \quad (۲) \quad q_{min} < q = q_{max} \quad \text{یا} \quad q = q_{min} < q_{max} \quad (۱)$$

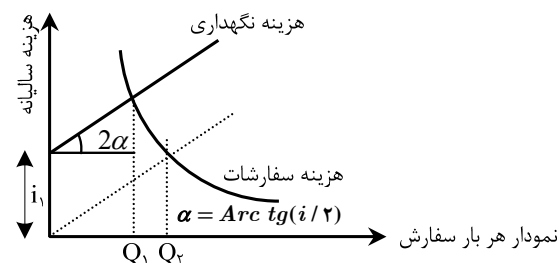
$$q < q_{min} < q_{max} \quad (۴) \quad q > q_{max} > q_{min} \quad (۳)$$

۲۴. یک کارخانه که دارای سیستم تولیدی دسته‌ای (Batch Production) می‌باشد. در هر بار که به تولید محصول X می‌پردازد این محصول را در حجمی بیشتر از مقدار اقتصادی (EOQ) تولید می‌کند. جمع هزینه‌های نگهداری (انبارداری) کالای X را در سال THC می‌نامیم. جمع هزینه‌های آمادگی سیستم برای تولید محصول X در سال را TOC می‌نامیم. در این شرایط کدام یک از گزاره‌های زیر می‌تواند صحیح باشد؟ (سراسری ۷۶)

$$\frac{1}{2} TOC \leq THC \leq 2 TOC \quad (۲) \quad TOC = 700, \quad THC = 1000 \quad (۱)$$

$$TOC = 1000, \quad THC = 700 \quad (۴) \quad TOC = 1000, \quad THC = 1000 \quad (۳)$$

۲۵. هزینه‌های ثابت یک انبار تک کالایی در سال i_1 ریال و هزینه‌های نگهداری کالا در این انبار، i_2 ریال به ازای هر واحد کالا در سال است. در این شرایط با مراجعه به شکل، مقدار اقتصادی هر بار سفارش این کالا (EOQ): (سراسری ۷۶)



(۱) در نقطه Q_2 است.

(۲) در نقطه Q_1 است.

(۳) در بین نقطه‌های Q_1 و Q_2 است.

(۴) در نقطه‌ای بزرگتر از Q_2 یا کوچکتر از Q_1 است.

۲۶. در صورتی که هزینه های نگهداری کالایی وابسته به قیمت آن کالا باشد و نرخ بهره بانک افزایش یابد، مجموع هزینه های موجودی ها شامل سفارش دهی و هزینه نگهداری این کالا: (سراسری ۷۶)

(۱) افزایش می یابد. (۲) کاهش می یابد.

(۳) ثابت باقی می ماند. (۴) مستقل از نرخ بهره بانک است.

۲۷. هزینه نگهداری هر واحد کالایی برابر ۴ تومان می باشد. اما در محاسبه مقدار سفارش اقتصادی به جای ۴، عدد ۱ منظور می گردد. در این صورت هزینه های سالیانه کالا نسبت به حالت بهینه (مجموع هزینه های سفارش دهی و نگهداری): (سراسری ۷۶)

(۱) ۵۰٪ کاهش می یابد. (۲) ۵۰٪ افزایش می یابد.

(۳) ۲۵٪ افزایش می یابد. (۴) ۲۵٪ کاهش می یابد.

۲۸. فرض کنید در استفاده از مدل EOQ مقدار واقعی هزینه ثابت هر بار سفارش برابر ۱۰۰ تومان و هزینه سالیانه سیستم (مجموع هزینه های نگهداری و سفارش دهی سالیانه) در حالت بهینه برابر ۱۰۰۰۰ تومان باشد. اگر از مقدار هزینه ثابت سفارش دهی اطلاع نداشته باشید و به جای آن مقدار تخمینی ۴۰۰ تومان را در استفاده از فرمول EOQ به کار برید آنگاه به نظر شما افزایش هزینه سالیانه سیستم نسبت به مقدار بهینه برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟ (سراسری ۷۷)

(۱) ۱۰۰۰۰ تومان (۲) ۲۵۰۰ تومان (۳) ۴۰۰۰ تومان (۴) ۵۰۰۰ تومان

۲۹. در مدل اصلی EOQ مدت تحویل (Lead Time) را با L و فاصله دو سفارش متوالی را با T نشان دهید و فرض کنید $L > T$ است. در این صورت کدام یک از عبارات زیر صحت ندارد؟ (سراسری ۷۷)

(۱) نقطه سفارش بر حسب موجودی در دست می تواند برابر L باشد.

(۲) نقطه سفارش بر حسب موجودی در دست می تواند برابر صفر باشد.

(۳) موجودی در دست نمی تواند از EOQ بیشتر شود.

(۴) در هر لحظه از زمان حداقل یک سفارش در راه (دریافت نشده) وجود دارد.

۳۰. اگر میزان تقاضای سالیانه محصولی برابر R، هزینه هر واحد محصول P، هزینه نگهداری سالیانه هر واحد H باشد و Q^0 برابر مقدار سفارش اقتصادی برای این محصول باشد، هزینه کل سالیانه (T) این محصول برابر است با: (سراسری ۷۷)

$$\begin{aligned} T &= PR + HQ^0 & (1) \\ T &= PR + HQ^0 & (2) \\ T &= PR + HQ^0 & (3) \\ T &= PR + HQ^0 & (4) \end{aligned}$$

۳۱. در یک سیستم موجودی که تقاضا برای یک ماده اولیه ثابت و یکنواخت فرض شده، اندازه سفارش اقتصادی این ماده برابر ۱۴۵ کیلوگرم محاسبه شده است. اخیراً تصمیم بر این شده که ماده مذکور در بسته‌های ۱۰۰ (یکصد) کیلوگرمی تهیه و توزیع گردد، لذا هر سفارش فقط می‌تواند مضربی از ۱۰۰ کیلوگرم باشد. در این صورت مقدار سفارش اقتصادی چند کیلوگرم است؟ (سراسری ۷۸)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۰۰

۳۲. اگر مقدار تقاضای سالیانه محصول ۲۰۰۰ عدد و هزینه هر بار سفارش‌دهی ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد محصول سالیانه ۲۰ تومان باشد و مدت زمان تحویل برابر ۵ روز و سال کاری برابر ۲۵۰ روز باشد. مقدار سفارش اقتصادی چند واحد بوده و چند روز به طول می‌انجامد تا به صفر برسد؟ (اگر موجودی دیگری در انبار نباشد). (سراسری ۷۸)

- (۱) ۴۰ و ۵ (۲) ۱۰۰ و ۱۲/۵ (۳) ۸۰ و ۱۵ (۴) ۲۰۰ و ۲۵

۳۳. برای یک نوع ماده شیمیایی که همواره به مقدار سفارش (EOQ) خریداری می‌شود، کل هزینه‌های سفارش‌دهی در سال برابر با ۱۰۰۰۰۰ واحد پول است. در صورتی که هزینه نگهداری هر واحد این ماده در سال ۵۰ واحد پول باشد، مقدار اقتصادی سفارش (EOQ) چند واحد است؟ (سراسری ۷۸)

- (۱) ۲۰۰۰ (۲) تقریباً ۲۵۵۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) قابل محاسبه نیست.

۳۴. بر طبق سیستم نقطه سفارش اقتصادی، اگر R میزان تقاضای سالیانه، H هزینه نگهداری سالیانه هر واحد محصول و C هزینه هر بار سفارش‌دهی باشد، تعداد دفعات سفارش در سال برابر است با: (سراسری ۷۸)

- (۱) $\frac{R}{2HC}$ (۲) $\sqrt{\frac{RH}{2C}}$ (۳) $\sqrt{\frac{R}{2HC}}$ (۴) $\sqrt{\frac{2RH}{C}}$

۳۵. یک واحد صنعتی که جهت سفارشات خود از سیستم مقدار سفارش اقتصادی استفاده می‌نماید و Q مقدار سفارش اقتصادی و H هزینه نگهداری یک واحد کالا در سال است. اگر بجای Q، مقدار $\frac{Q}{4}$ سفارش داده شود تفاوت هزینه کل موجودی چقدر خواهد شد؟ (سراسری ۷۸)

- (۱) $\frac{HQ}{4}$ (۲) $\frac{HQ}{2}$ (۳) $\frac{HQ}{3}$ (۴) HQ

۳۶. در شرکتی برای تعیین میزان سفارش اقتصادی برای قطعه‌ای با استفاده از فرمول ویلسون، در تخمین هزینه سفارش و هزینه نگهداری اشتباه رخ داده و در نتیجه اندازه سفارش (Q) دو برابر اندازه سفارش اقتصادی (Q_0) محاسبه شده است و بنابراین شرکت متحمل هزینه بیشتری به

۶۶ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

لحاظ هزینه متغیر سیستم موجودی (هزینه سفارش و هزینه نگهداری) شده است. مشخص کنید درصد افزایش متوسط هزینه متغیر سالانه نسبت به حالت بهینه چه مقدار بوده است و توضیح اینکه کمبود موجودی مجاز نمی باشد. (سراسری ۷۸)

(۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۳۵ (۴) ۵۰

۳۷. در یک مدل اندازه انباشته بدون کمبود موجودی، کالا هر ۲ ماه یکبار سفارش داده می شود و هزینه ثابت هر بار سفارش ۵۰۰۰۰ تومان است. هزینه نگهداری سالیانه در حالت بهینه چند تومان است؟ (سراسری ۷۸ و سراسری ۸۰)

(۱) ۱۰۰۰۰۰ (۲) ۲۰۰۰۰۰ (۳) ۳۰۰۰۰۰ (۴) ۶۰۰۰۰۰

۳۸. در صورتی که هزینه های حمل و نقل کالایی مستقل از مقدار سفارش باشد و این هزینه افزایش یابد، کل هزینه های نگهداری این کالا ... (سراسری ۷۹)

- (۱) کاهش می یابد. (۲) افزایش می یابد.
(۳) ثابت باقی می ماند. (۴) قابل پیش بینی نخواهد بود.

۳۹. در محاسبه مقدار سفارش اقتصادی قیمت هر واحد کالا به جای ۱۵ عدد ۲۵ منظور شده است. اگر هزینه های نگهداری سالیانه برابر TCH و هزینه های سفارش دهی سالیانه TCS باشد، در برابر اشتباه فوق چه رابطه ای خواهیم داشت؟ (سراسری ۷۹)

(۱) $TCH \geq TCS$ (۲) $TCH = TCS$ (۳) $TCH \leq TCS$ (۴) $TCH \neq TCS$

۴۰. شرکتی جهت نگهداری مواد اولیه اقدام به اجاره انبار با اجاره بهای ثابتی در سال نموده است، از سال آینده قرار است اجاره بهای این انبار افزایش یابد. مقدار سفارش اقتصادی این کالا در سال آینده نسبت به شرایط حاضر ... (سراسری ۷۹)

- (۱) کاهش خواهد یافت. (۲) افزایش خواهد یافت. (۳) اطلاعات کافی نیست. (۴) ثابت باقی خواهد ماند.

۴۱. در صورتی که هزینه های سفارش دهی به دو برابر افزایش و هزینه نگهداری هر واحد به نصف کاهش یابد آنگاه ... (سراسری ۷۹)

- (۱) مقدار سفارش و مجموع هزینه های سالیانه، هر دو افزایش می یابد.
(۲) مقدار سفارش ثابت اما مجموع هزینه های سالیانه کاهش خواهد یافت.
(۳) مقدار سفارش ثابت اما مجموع هزینه های سالیانه افزایش خواهد یافت.
(۴) مقدار سفارش افزایش اما مجموع هزینه های سالیانه ثابت باقی خواهد ماند.

فصل ۴: مدل مقدار سفارش اقتصادی ۶۷

۴۲. اگر مقدار سفارش اقتصادی را با Q و کل هزینه‌های نگهداری سالیانه را با TC_h نشان دهیم. با افزایش یافتن هزینه نگهداری هر واحد کالا در سال ... (سراسری ۷۹)

(۱) Q و TC_h هر دو ثابت باقی خواهند ماند.

(۲) Q کاهش TC_h اما افزایش می‌یابد.

(۳) Q کاهش و TC_h ثابت خواهد ماند.

(۴) Q کاهش می‌یابد اما در مورد TC_h نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۴۳. مصرف سالیانه دو کالای A و B یکسان و هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری آنها نیز یکسان است. در محاسبه مقدار سفارش اقتصادی کالای A ، مقدار مصرف دو برابر مقدار واقعی و در محاسبه مقدار سفارش اقتصادی کالای B ، مقدار مصرف نصف مقدار واقعی منظور شده است. اگر مجموعه هزینه‌های سالیانه هر یک از این دو کالا را به ترتیب با TCA و TCB نشان دهیم، آنگاه: (سراسری ۷۹)

$$(۱) TCA = TCB \quad (۲) TCA < TCB$$

$$(۳) TCA > TCB \quad (۴) \text{ در مقایسه } TCA \text{ و } TCB \text{ نمی‌توان اظهار نظر کرد.}$$

۴۴. در تعیین نقطه سفارش چه فاکتوری مهم است؟ (سراسری ۷۹)

(۱) مقدار سفارش (۲) میزان تقاضا سالیانه

(۳) هزینه نگهداری هر واحد کالا (۴) میزان تقاضا در مدت زمان تحویل

۴۵. برای دو سال گذشته فروشنده‌ای تأمین کننده محصولی برای یک واحد صنعتی بوده است. اکنون فروشنده اعلام می‌دارد که از ماه بعد مدت زمان تحویل محصول افزایش خواهد یافت. به نظر شما کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری ۷۹)

(۱) نقطه سفارش افزایش خواهد یافت.

(۲) مقدار سفارش اقتصادی کاهش خواهد یافت.

(۳) مقدار سفارش اقتصادی افزایش خواهد یافت.

(۴) مقدار سفارش اقتصادی و نقطه سفارش اقتصادی کاهش خواهد یافت.

۴۶. در مدل ساده (EOQ) فرض کنید مقدار EOQ برابر ۲۵۰ واحد، مدت تحویل (Lead Time) برابر ۳/۶ ماه و مقدار تقاضا در سال برابر ۱۵۰۰ واحد است. مقدار موجودی در دست در موقع سفارش چند واحد است؟ (سراسری ۷۹)

(۱) ۴۸۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۸۰

۶۸ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

۴۷. بر اساس مقدار سفارش اقتصادی، مجموع هزینه های نگهداری و سفارش دهی سالیانه کالایی ۳۰۰۰ تومان است. اگر مقدار سفارش به گونه ای انتخاب گردد که کل هزینه های نگهداری سالیانه ۷۵۰ تومان باشد، کل هزینه های سفارش دهی سالیانه تحت سفارش جدید چند تومان است؟ (سراسری ۸۰)

(۱) ۷۵۰ (۲) ۲۲۵۰ (۳) ۳۰۰۰ (۴) ۳۷۵۰

۴۸. مصرف سالیانه قلمی ۱۶۰۰۰ کیلو در سال است و کمبود موجودی برای این قلم جایز نیست. مقدار سفارش این قلم در حال حاضر ۴۰۰۰ کیلو است. اگر مدت تحویل این قلم برای هر بار سفارش ۶ ماه باشد، آنگاه نقطه سفارش بر حسب موجودی در دست برای این قلم بر حسب کیلو چقدر است؟ (سراسری ۸۰)

(۱) صفر (۲) ۴۰۰۰ (۳) ۶۰۰۰ (۴) ۸۰۰۰

۴۹. برای محصولی کمبود موجودی جایز نبوده و تقاضای سالیانه آن معلوم و یکنواخت و برابر ۱۲۰۰۰ واحد در سال می باشد. مدت تحویل (فاصله زمانی بین انجام سفارش و دریافت آن به انبار) برابر ۲/۴ ماه است. نقطه سفارش این محصول بر حسب موجودی در دست به اضافه سفارش در راه چقدر است؟ (سراسری ۸۱)

(۱) ۴۴۰۰ واحد (۲) ۳۴۰۰ واحد (۳) ۲۴۰۰ واحد (۴) ۱۴۰۰ واحد

۵۰. در مدل ساده موجودی که کمبود مجاز نیست و تقاضای سالیانه معلوم و ثابت است، فرض کنید تقاضا گسسته است و تقاضای هر مشتری برابر یک واحد است. اگر هزینه نگهداری یک واحد محصول در سال را با h و مقدار سفارش بهینه را با Q^* نشان دهیم، در این صورت متوسط مقدار هزینه نگهداری سالیانه در حالت بهینه بر کدام یک از گزینه های زیر منطبق است؟ (سراسری ۸۱)

(۱) کمتر از $h \frac{Q^*}{p}$ است. (۲) مساوی $h \frac{Q^*}{p}$ است.

(۳) مساوی $\frac{h}{p}(Q^* + 1)$ است. (۴) مساوی $h(\frac{Q^*}{p} + 1)$ است.

۵۱. برای ارسال یک بسته از طریق پست، هزینه هر بار رفتن به محل دفتر پست ۲۰۰ ریال است.

هزینه پست به صورت زیر محاسبه می شود:

بابت هر بسته پستی : مبلغ ۱۰۰۰ ریال

بابت هر کیلو کالا در بسته پستی : ۵۰۰ ریال

فصل ۴: مدل مقدار سفارش اقتصادی » ۶۹

مصرف کالا در مقصد ۵۰۰ کیلو در سال است و هزینه سالیانه نگهداری کالا در مقصد ۳۰۰۰ ریال به ازای هر کیلو برآورد می‌شود. هر بار که به اداره پست می‌روند فقط یک بسته ارسال می‌کنند. در این صورت وزن اقتصادی هر بسته پست باید چند کیلو باشد؟ (سراسری ۸۱)

$$(۱) ۸/۱۶ \quad (۲) ۱۸/۵۰ \quad (۳) ۲۰/۰۰ \quad (۴) ۲۲/۳۶$$

۵۲. میزان تقاضای سالیانه محصولی برابر R و هزینه هر واحد محصول P است. اگر هزینه نگهداری سالیانه هر واحد محصول $\frac{1}{5}$ هزینه خرید واحد محصول باشد و مقدار سفارش اقتصادی $\frac{1}{5}$ مقدار تقاضای سالیانه باشد، هزینه کل سالیانه (T) این محصول کدام گزینه است؟ (سراسری ۸۱)

$$(۱) T = \frac{16}{5} RP \quad (۲) T = \frac{17}{15} RP \quad (۳) T = \frac{27}{25} RP \quad (۴) T = \frac{26}{25} RP$$

۵۳. در یک سیستم موجودی تقاضا برای محصولی ثابت و یکنواخت بوده و کمبود موجودی جایز نمی‌باشد. هزینه ثابت هر بار سفارش‌دهی ۶۰ تومان و مقدار سفارش اقتصادی برابر ۲۴۰ واحد است. اگر مقدار سفارش فقط بتواند مضربی از ۱۰۰ باشد آنگاه مقدار سفارش اقتصادی در این شرایط چقدر است؟ (سراسری ۸۲)

$$(۱) ۱۰۰ \text{ واحد} \quad (۲) ۲۰۰ \text{ واحد} \quad (۳) ۲۵۰ \text{ واحد} \quad (۴) ۳۰۰ \text{ واحد}$$

۵۴. کدام یک از عبارات زیر غلط است؟ (سراسری ۸۲)

- (۱) در مدل ساده قطعی فرض بر این است که کالا متروک شدنی نیست.
- (۲) در مدل ساده قطعی فرض بر این است که هزینه کمبود هر واحد بی‌نهایت است.
- (۳) در مدل ساده قطعی فرض بر این است که نرخ تقاضا قطعی بوده ولی تقاضای کل ثابت نمی‌باشد.
- (۴) در مدل ساده قطعی فرض بر این است که محدودیت فضا، سرمایه و تعداد سفارشات نداریم.

۵۵. اگر R مقدار تقاضای سالیانه محصولی، C هزینه هر بار سفارش‌دهی و H هزینه نگهداری هر واحد محصول در سال باشد و مقدار سفارش اقتصادی به شرط آنکه کمبود موجودی مجاز نباشد Q باشد، اگر در شرایطی بخواهیم مقدار سفارش را برابر $2Q$ در نظر بگیریم به شرط آنکه میزان تقاضای سالیانه تغییر نکند، در چه صورتی $2Q$ می‌تواند سفارش اقتصادی باشد؟ (سراسری ۸۲)

- (۱) هزینه سفارش‌دهی چهار برابر هزینه سفارش‌دهی قبل باشد.
- (۲) هزینه سفارش‌دهی دو برابر هزینه سفارش‌دهی قبل باشد.
- (۳) هزینه نگهداری محصول چهار برابر هزینه نگهداری قبل باشد.
- (۴) هزینه نگهداری محصول نصف هزینه نگهداری قبل باشد.

۷۰. برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۵۶. در یک مدل ساده قطعی کنترل موجودی، مقدار اقتصادی سفارش ۱۰۰ واحد تعیین شده است. اگر پس از یک سال متوجه شدیم که مقدار واقعی هزینه هر بار سفارش $1/4$ برابر مقدار تخمین زده شده و مقدار واقعی هزینه نگهداری یک واحد کالا در سال نیز $1/1$ برابر مقدار تخمین زده شده است. اگر هزینه موجودی‌ها در یک سال گذشته ۱۰۰۰۰ واحد پول باشد چقدر هزینه اضافی به سیستم تحمیل شده است؟ (سراسری ۸۲)

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| (۱) تقریباً ۴۰۰ واحد پول | (۲) تقریباً ۱۰۰ واحد پول |
| (۳) تقریباً ۸۰ واحد پول | (۴) تقریباً ۷۲ واحد پول |

۵۷. در یک مدل ساده قطعی مدت زمان تحویل کالایی یک ماه است، اگر تقاضای سالیانه این کالا ۱۲۰۰۰ واحد باشد و هزینه هر بار سفارش ۲۰ واحد پول و هزینه نگهداری یک واحد کالا در سال ۱۲ واحد پول باشد نقطه سفارش چقدر است؟ (سراسری ۸۲)

- | | | | |
|---------|------------------|-------------------|--------------------|
| (۱) صفر | (۲) ۶۰ واحد کالا | (۳) ۲۰۰ واحد کالا | (۴) ۱۰۰۰ واحد کالا |
|---------|------------------|-------------------|--------------------|

۵۸. مقدار سفارش برابر ۵۰۰ واحد است، کل هزینه‌های سفارش‌دهی این کالا برابر ۶۰۰۰ تومان در سال و کل هزینه‌های نگهداری آن برابر ۱۰۰۰ تومان در سال برآورد شده است. چنانچه مقدار سفارش این کالا از ۵۰۰ واحد به ۱۰۰۰ واحد افزایش یابد جمع هزینه‌های موجودی این کالا نسبت به حالت قبل: (سراسری ۸۲)

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| (۱) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. | (۲) ۲۸ درصد افزایش می‌یابد. |
| (۳) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. | (۴) ۲۸ درصد کاهش می‌یابد. |

۵۹. مقدار سفارش اقتصادی کالایی ۴۰۰۰ واحد و اجاره بهای ثابت سالیانه انبار این کالا (به جز هزینه‌های متغیر نگهداری) ۱۵۰۰۰ تومان است. اگر اجاره این انبار از ۱۵۰۰۰ تومان به ۱۲۰۰۰ تومان کاهش یابد، مقدار سفارش اقتصادی این کالا: (سراسری ۸۲)

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| (۱) به ۳۲۰۰ واحد کاهش می‌یابد. | (۲) به ۴۸۰۰ واحد افزایش می‌یابد. |
| (۳) همان ۴۰۰۰ واحد خواهد بود. | (۴) اطلاعات کافی نیست. |

۶۰. در یک مدل ساده قطعی اگر مقدار هر بار سفارش ۵۰ درصد بیشتر یا ۵۰ درصد کمتر از مقدار اقتصادی سفارش باشد به ترتیب هزینه کل چقدر افزایش پیدا خواهد کرد؟ (سراسری ۸۲)

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|--------------|
| (۱) ۵۰٪ و ۵۰٪ | (۲) ۲۵٪ و ۵۰٪ | (۳) ۵۰٪ و ۲۵٪ | (۴) ۸٪ و ۲۵٪ |
|---------------|---------------|---------------|--------------|

۶۱. مصرف سالانه محصولی دارای نرخ ثابت و یکنواخت ۲۰۰۰ واحد در سال است. هزینه هر بار سفارش این محصول ۳۰۰۰ تومان و قیمت خرید هر واحد آن ۲۵۰ تومان است. چنان چه نرخ هزینه نگهداری ۲۰ درصد در سال باشد و در هنگام مصرف هر واحد از این محصول به دلیل آلاینده‌گی آن مجبور باشیم ۵۰ تومان نیز عوارض اضافی بپردازیم. مقدار بهینه هر بار سفارش از این محصول برابر خواهد بود با: (سراسری ۸۳)

- (۱) تقریباً ۱۰۹۵ (۲) تقریباً ۱۴۱۴
(۳) تقریباً ۱۵۴۹ (۴) اطلاعات داده شده کافی نیست.

۶۲. یک سیستم نگهداری موجودی دارای شرایط مدل ساده قطعی است و با مدل ساده قطعی کنترل می‌شود. یک سال از اجرای مدل می‌گذرد و اطلاعات واقعی نشان می‌دهد که در یک سال گذشته هزینه واقعی نگهداری یک واحد کالا در سال ۱/۴ برابر مقدار تخمینی و هزینه هر بار سفارش‌دهی واقعی ۹۵٪ برابر مقدار تخمینی بوده است. به خاطر عدم دقت در تخمین پارامترها چند درصد هزینه اضافی به سیستم تحمیل شده است؟ (سراسری ۸۳)

- (۱) تقریباً چهار درصد (۲) تقریباً سه درصد (۳) تقریباً دو درصد (۴) تقریباً یک درصد

۶۳. مدل ساده موجودی که کمبود مجاز نیست و تقاضای سالیانه معلوم و ثابت است، فرض کنید تقاضا گسسته است و تقاضای هر مشتری برابر یک واحد است. اگر مقدار تقاضای سالیانه را با D ، هزینه ثابت هر بار سفارش‌دهی را با A ، و هزینه نگهداری هر واحد موجودی در سال را با h نشان دهیم آنگاه کدام یک از عبارات زیر در مورد مقدار سفارش بهینه (Q^*) صادق است؟ (سراسری ۸۳)

- (۱) $Q^* (Q^* - 1) \geq \frac{rDA}{h}$ کوچک‌ترین عدد صحیحی است که به ازای آن
(۲) $Q^* (Q^* + 1) > \frac{rDA}{h}$ کوچک‌ترین عدد صحیحی است که به ازای آن
(۳) $Q^* (Q^* + 1) < \frac{rDA}{h}$ کوچک‌ترین عدد صحیحی است که به ازای آن
(۴) $Q^* (Q^* - 1) < \frac{rDA}{h}$ کوچک‌ترین عدد صحیحی است که به ازای آن

۷۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۶۴. کدام عبارت صحیح است؟ در مدل EOQ کاهش همزمان هزینه‌های نگهداری هر واحد محصول و هزینه هر بار سفارش ...

(سراسری ۸۴)

- (۱) حتماً منجر به افزایش مقدار هر بار سفارش می‌شود.
- (۲) ممکن است مقدار سفارش تغییر نکند.
- (۳) حتماً منجر به کاهش مقدار هر بار سفارش می‌شود.
- (۴) به هر حال تغییر خواهد کرد ولی ممکن است افزایش یا کاهش باشد.

۶۵. چنان چه در مدل EOQ مجبور به سفارش کالا به صورت مضرب صحیح از یک مقدار مشخص شویم، آنگاه هزینه سیستم در مقایسه با مدل EOQ ساده:

(سراسری ۸۴)

- (۱) ممکن است کمتر شود.
- (۲) کمتر از دو برابر افزایش می‌یابد.
- (۳) ممکن است تغییری نکند.
- (۴) افزایش می‌یابد ولی مقدار آن بستگی به پارامترهای مسئله دارد.

۶۶. در یک مدل EOQ به یکباره مقدار تقاضای مشتری دو برابر شده است، جهت پاسخگویی به مشتری بدون بروز کمبود:

(سراسری ۸۴)

- (۱) نقطه سفارش مجدد باید دو برابر شود.
- (۲) نقطه سفارش مجدد تغییری نمی‌کند.
- (۳) نقطه سفارش مجدد نصف می‌شود.
- (۴) نقطه سفارش مجدد افزایش می‌یابد ولی تعداد آن بستگی به سایر پارامترها خواهد داشت.

۶۷. در یک صنعت تولیدی در محاسبات اقتصادی نقطه بهینه سفارش (مواجهه با کسری) مجاز نیست، بنابراین در فرمول اقتصادی سفارش باید واحد هزینه مواجهه با کسری برابر با چه مقدار منظور شود؟

(سراسری ۸۴)

- (۱) صفر
- (۲) بی‌نهایت
- (۳) هر عدد منفی
- (۴) هر عدد مثبت کوچکتر از واحد

۶۸. در یک سیستم موجودی از نوع EOQ می‌دانیم هزینه بهینه سالانه نگهداری و سفارش برابر با ۱۰۰۰۰ واحد پولی و مقدار اقتصادی هر بار سفارش ۱۵۰ عدد است. اگر تقاضای محصول سالانه ۳۰۰۰ عدد باشد، هزینه هر بار سفارش چقدر است؟

(سراسری ۸۵)

- (۱) ۲۰۰
- (۲) ۲۵۰
- (۳) ۳۰۰
- (۴) ۳۵۰

۶۹. فرض کنید در یک سیستم کنترل موجودی با فرضیات مدل ساده قطعی $L = mT$ است که در آن L مدت زمان تحویل، m یک عدد صحیح و T طول یک دوره سفارش است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(سراسری ۸۵)

(۱) کالای در سفارش برابر $Q(m+1)$ است.

(۲) همیشه موجودی در دست در لحظه صدور سفارش برابر صفر خواهد بود.

(۳) همیشه موجودی در دست در لحظه صدور سفارش برابر Q خواهد بود.

(۴) به جز در نقطه سفارش، کالای در سفارش برابر $Q(m+1)$ است.

۷۰. سفارش محصولی تنها در بسته‌های ۲۰۰ تایی قابل انجام است، چنان چه تقاضای سالانه این محصول ۲۰۰۰، هزینه هر بار سفارش ۱۰۰ و هزینه نگهداری هر واحد محصول در سال ۲۰ واحد پولی باشد مقدار اقتصادی هر بار سفارش چقدر است؟

(سراسری ۸۵)

(۱) ۴۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۰۰

۷۱. در یک سیستم موجودی با مدل EOQ اگر هزینه هر بار سفارش ۱۰۰ واحد پولی و نرخ هزینه نگهداری و تقاضای سالانه به ترتیب ۲۰ درصد و ۲۰۰۰ عدد در سال باشند و در هر بار سفارش ۱۰۰ عدد سفارش داده شود، با فرض این که قیمت هر واحد کالا ۲۰ واحد پولی باشد کل هزینه سیستم موجودی به طور متوسط در سال چقدر است؟

(سراسری ۸۵)

(۱) ۲۲۰۰ (۲) ۴۰۰۰ (۳) ۴۰۴۰۰ (۴) ۴۲۲۰۰

۷۲. در مدل EOQ اگر هزینه اجاره انبار یکی از اجزای هزینه نگهداری محصول باشد، آنگاه EOQ هزینه اجاره بر چه مبنایی محاسبه شده است؟

(سراسری ۸۵)

(۱) بر مبنای حداکثر موجودی در انبار محاسبه شده است.

(۲) بر مبنای متوسط موجودی در انبار محاسبه می‌شود.

(۳) بر مبنای حداقل موجودی در انبار محاسبه شده است.

(۴) بستگی به سایر اجزاء هزینه نگهداری دارد.

۷۳. اگر برآورد پارامترها در مدل EOQ همراه با خطا باشد ...

(سراسری ۸۶)

(۱) اگر کل هزینه‌های واقعی کم‌تر از کل هزینه‌های تخمینی باشد، سیستم به حالت بهینه اجرا شده است.

(۲) ممکن است کل هزینه‌های واقعی کم‌تر از هزینه‌های تخمینی شود.

(۳) حتماً کل هزینه‌های واقعی بیش‌تر از کل هزینه‌های تخمینی خواهد بود.

(۴) حتماً کمینه کل هزینه‌های واقعی کم‌تر از کل هزینه‌های تخمینی خواهد بود.

۷۴ ► برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۷۴. در یک مدل ساده قطعی کنترل موجودی مصرف سالیانه ۱۰۰۰ واحد و مقدار اقتصادی سفارش ۲۰۰ واحد تعیین شده است اگر مدت زمان تحویل سه ماه باشد متوسط موجودی در سفارش چند واحد خواهد بود؟ (سراسری ۸۶)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۳۰۰

۷۵. در یک کارخانه که از مدل سفارش اقتصادی (EOQ) پیروی می‌کند، بر اثر تمهیدات مسئولین کارخانه کل هزینه‌های سفارش‌دهی از C به $\frac{3C}{4}$ کاهش می‌یابد. در این حالت کل هزینه‌های نگهداری: (سراسری ۸۷)

- (۱) به همان میزان کاهش می‌یابد.
(۲) تغییری نمی‌کند.
(۳) به همان میزان افزایش می‌یابد.
(۴) کاهش می‌یابد ولی میزان آن بستگی به سایر عوامل دارد.

۷۶. در انباری که ۱۰۰ تن ذخیره اطمینان داریم، هزینه نگهداری هر تن کالا در سال ۱۰۰۰۰ ریال است. کل هزینه‌های سالیانه تدارکاتی (سفارشات) در این انبار ۱۸۰۰۰۰ ریال و کل هزینه‌های نگهداری کالا در انبار در سال ۲۰۰۰۰۰ ریال است. در این شرایط کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۷)

- (۱) ممکن است کالا به مقدار اقتصادی سفارش شود.
(۲) مقدار هر بار سفارش کالا از مقدار EOQ کم‌تر است.
(۳) مقدار سفارش کالا $\frac{1}{9}$ برابر مقدار EOQ است.
(۴) مقدار اقتصادی سفارش کالا از مقدار EOQ بیش‌تر است.

۷۷. شرکتی در پایان یک دوره ۱۲ ماهه متوجه می‌شود که هزینه‌های کنترل موجودی نسبت به حالت بهینه ۲۵ درصد افزایش داشته است. طی بررسی‌های بعمل آمده مشخص می‌شود که هزینه‌های نگهداری هر واحد کالا اشتباهاً عدد ۲ واحد پول در نظر گرفته شده است. هزینه نگهداری واقعی برابر است با: (سراسری ۸۷)

- (۱) ۴ واحد پول (۲) ۸ واحد پول (۳) ۱۲ واحد پول (۴) ۲۰ واحد پول

فصل ۴: مدل مقدار سفارش اقتصادی » ۷۵

۷۸. یک کارخانه تولید بتن آماده جهت نگهداری سیمان، از سیلویی با ظرفیت ۲۰۰ تن استفاده می‌کند.

این شرکت با هدف مینیمم کردن مجموع هزینه‌های نگهداری و سفارش دهی سالیانه، مقدار سفارش هر بار سیمان را ۱۵۰ تن در نظر گرفته است که در برابر این تصمیم کل هزینه‌های نگهداری سالیانه (اجاره سیلو، هزینه‌های راکد سرمایه‌گذاری و...) برابر ۷۵۰۰ تومان و کل هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه نیز برابر ۷۵۰۰ برآورد شده است. به نظر شما مقدار سفارش این کالا باید: (سراسری ۸۷)

(۱) افزایش یابد. (۲) کاهش یابد.

(۳) ثابت باقی بماند. (۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۷۹. در یک مؤسسه همواره مقدار سفارش محصول براساس فرمول‌های اقتصادی EOQ تعیین می‌شود.

براساس تغییرات در شرایط تدارک در بازار هزینه ثابت سفارش‌دهی در حال حاضر به سه برابر افزایش یافته است. با توجه به این شرایط کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری ۸۸)

(۱) هزینه سالیانه موجودی تغییر نمی‌کند.

(۲) هزینه سالیانه سیستم موجودی افزایش می‌یابد.

(۳) هزینه سالیانه سیستم موجودی تعدیل شده و کاهش می‌یابد.

(۴) هزینه سالیانه سفارش‌دهی افزایش یافته ولی هزینه نگهداری موجودی کاهش می‌یابد.

۸۰. در یک شرکت خدماتی هزینه سالیانه سیستم موجودی ۱/۲۵ برابر هزینه سالیانه سیستم در حالت

بهینه است. مقدار افزایش هزینه سالیانه سیستم به نظر شما ناشی از کدام مورد است؟ (سراسری ۸۸)

(۱) مقدار سفارش ۲/۵ برابر مقدار بهینه است.

(۲) مقدار سفارش نسبت به حالت بهینه ده درصد کم‌تر است.

(۳) مقدار سفارش به میزان نصف مقدار سفارش اقتصادی است.

(۴) مقدار سفارش ۲۵٪ بیش‌تر از مقدار سفارش اقتصادی است.

۸۱. کدام عبارت زیر در مورد مدل ساده قطعی صادق است؟ (سراسری ۸۸)

(۱) هزینه هر بار سفارش‌دهی بستگی به مقدار دارد.

(۲) هزینه خرید واحد موجودی بستگی به محدوده‌ی خرید دارد.

(۳) هزینه نگهداری سالیانه موجودی مستقل از مقدار سفارش است.

(۴) هزینه سالیانه سیستم موجودی بدون در نظر گرفتن محدودیت‌ها تعیین می‌شود.

۷۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۸۲. تقاضای محصول ۳۰۰ کیلو در ماه و هزینه آماده‌سازی دستگاه برای تولید هر بار محصول ۷۰۰۰ تومان تخمین زده است. نرخ بهره قابل قبول به عنوان هزینه سرمایه‌گذاری در موجودی ۲۰٪ در سال و هزینه نگهداری هر کیلو موجودی در ماه ۱۰ تومان باشد، با فرض نرخ تولید نامحدود و مجاز نبودن کمبود در صورتی که هزینه تولید هر کیلوی این محصول ۱۰۰ تومان باشد، به نظر شما مقدار سفارش اقتصادی تولید برحسب کیلوگرم حدوداً چقدر است؟ (سراسری ۸۸)

$$Q^* = 374 \quad (1) \quad Q^* = 458 \quad (2) \quad Q^* = 648 \quad (3) \quad Q^* = 600 \quad (4)$$

۸۳. در مؤسسه‌ای با تخمین انجام شده برای پارامترهای مدل EOQ دو خطا صورت گرفته است یکی تقاضای سالیانه محصول ۱/۵ برابر مقدار واقعی و هزینه ثابت سفارش‌دهی برابر نصف مقدار واقعی تعیین شده است. در این حالت 'x' نسبت مقدار سفارش قطعه Q، به مقدار بهینه واقعی Q^* ، تقریباً

چقدر است؟ $x = \frac{Q}{Q^*}$ (سراسری ۸۸)

$$x = 0.87 \quad (1) \quad x = 0.75 \quad (2) \quad x = 0.25 \quad (3) \quad x = 1 \quad (4)$$

۸۴. مقدار سفارش اقتصادی محصولی برابر ۱۰۰۰ واحد است. تقاضا برای این محصول در سال برابر ۲۰۰۰۰ واحد است. براساس اطلاع فروشنده زمان تدارک (مدت تحویل) محصول به نصف کاهش پیدا کرده است. با توجه به این اطلاع کدام عبارت، صحیح است؟ (سراسری ۸۸)

- (۱) نقطه سفارش کالا کاهش پیدا می‌کند.
- (۲) مقدار سفارش اقتصادی کاهش پیدا می‌کند.
- (۳) هزینه نگهداری سالیانه سیستم افزایش پیدا می‌کند.
- (۴) هزینه نگهداری سالیانه کاهش ولی هزینه سفارش‌دهی افزایش می‌یابد.

۸۵. در مدل EOQ یا مدل کلاسیک کنترل موجودی درست در یک لحظه قبل و بعد از صدور سفارش

موقعیت موجودی به ترتیب چقدر است؟ $(m = \lfloor \frac{LT}{T} \rfloor)$ (سراسری ۸۹)

$$\begin{aligned} (1) \quad & r + mQ \quad \text{و} \quad r + (m+1)Q \\ (2) \quad & r + mQ \quad \text{و} \quad r + (m+1)Q \\ (3) \quad & r + mQ \quad \text{و} \quad r + (m+1)Q \\ (4) \quad & r + (m+1)Q \quad \text{و} \quad r + (m+1)Q \end{aligned}$$

فصل ۴: مدل مقدار سفارش اقتصادی ۷۷

۸۶. مدیر یک مؤسسه تهیه و توزیع کالاهای اساسی تصمیم گرفته است برای هر یک از کالاهای، ذخیره احتیاطی ایجاد نماید. C قیمت هر واحد کالا، H هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا، ROP نقطه سفارش مجدد و SS مقدار ذخیره احتیاطی یک نوع کالا است. به نظر شما در صورت ایجاد ذخیره احتیاطی برای این نوع کالا، هزینه سالیانه سیستم کنترل موجودی چقدر افزایش پیدا می‌کند؟ (سراسری ۸۹)

$$(1) H \times ROP \quad (2) H \times SS \quad (3) (C + H) \times SS \quad (4) (C + H) \times ROP$$

۸۷. در مدل مقدار سفارش اقتصادی با تقاضای گسسته اگر مقدار تقاضا در هر بار ۳ واحد، تقاضای سالیانه ۱۰۰۰ واحد، هزینه سفارش‌دهی ۲ واحد پول و هزینه نگهداری یک واحد کالا در یک دوره زمانی، ۱۰ واحد پول باشد، مقدار سفارش اقتصادی کدام است؟ (سراسری ۹۰)

$$(1) 24 \quad (2) 21 \quad (3) 20 \quad (4) 17$$

۸۸. فرض کنید در یک مدل EOQ بنا به دلایلی Q^* محاسبه شده قابل سفارش‌دهی نیست و به جای آن باید با $Q^* + \alpha$ یا مقدار $Q^* - \alpha$ سفارش‌دهیم به نظر شما کدام یک از دو مقدار هزینه کل کمتری دارد؟ (سراسری ۹۰)

$$(1) Q^* + \alpha \quad (2) Q^* - \alpha$$

(۳) هزینه‌ها با هم برابرند. (۴) بستگی به مقدار α و پارامترهای مسئله دارد.

۸۹. در یک کارخانه، موتور الکتریکی برای مونتاژ خریداری می‌شود. در صورت سفارش منظم به عرضه‌کننده، قیمت هر واحد ۵۰۰ تومان است اما در صورت اتمام موجودی، مجبوریم تأمین فوری آن را به قیمت هر واحد ۵۵۰ تومان انجام دهیم. مصرف ماهیانه ۱۶۰۰۰ واحد و هزینه هر بار سفارش منظم ۵۰۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد ۲۵۰ تومان در ماه است. مقدار بهینه‌ی سفارش چقدر است؟ (سراسری ۹۰)

$$(1) 800 \quad (2) 876$$

(۳) ۱۹۶۰ (۴) هر بار به هنگام نیاز تأمین فوری انجام می‌شود.

۹۰. حداکثر سطح موجودی محصول نیمه ساخته‌ای در انبار موقت در حالت بهینه برابر ۳۰۰ واحد است. اگر هزینه نگهداری هر واحد این محصول برابر ۴۰۰ تومان در سال باشد، هزینه بهینه سالیانه نگهداری و راه‌اندازی این محصول چند تومان است؟ (سراسری ۹۱)

$$(1) 60000 \quad (2) 120000$$

(۳) ۲۴۰۰۰۰ (۴) داده‌های مسئله برای پاسخگویی کم است.

۷۸ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

۹۱. اگر در محاسبه مقدار سفارش اقتصادی در مدل EOQ هزینه های سفارش دهی اشتباهاً ۲ برابر و هزینه های نگهداری اشتباهاً نصف در نظر گرفته شده باشد. کل هزینه های نگهداری و سفارش دهی سالیانه چند برابر می شود؟
(سراسری ۹۲)

- (۱) ۱ (۲) ۱/۱ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۱/۷

۹۲. معمولاً تقاضا در یک مدل قطعی به صورت پیوسته در نظر گرفته می شود. اگر تقاضا به صورت گسسته و نرخ تولید نامحدود و کمبود مجاز نباشد. اندازه بهینه (Q) کدام است؟ h : هزینه نگهداری، D : نرخ تقاضا، A : هزینه سفارش
(سراسری ۹۳)

(۱) جزء صحیح $\sqrt{\frac{2AD}{h}}$

(۲) کوچکترین Q که در رابطه $Q(Q+1) > \frac{2AD}{h}$ صدق کند.

(۳) بزرگترین Q که در رابطه $Q(Q-1) < \frac{2AD}{h}$ صدق کند.

(۴) گزینه ۲ و ۳ هر دو صحیح است.

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۴ ☺

در مدل EOQ یک سری فرضیاتی داریم یعنی:

- ۱- تمامی پارامترها قطعی ۲- تقاضا ثابت و پیوسته ۳- فقط یک کالا در آن کنترل می‌شود
- ۴- کمبود کالا مجاز نیست ۵- تخفیف در قیمت کالا و سایر پارامترهای هزینه وجود ندارد.
- ۶- دریافت موجودی به صورت یکجا ۷- محدودیتی وجود ندارد
- ۸- مدت زمان تحویل قطعی، عملاً هیچ چیز احتمالی در این مدل وجود ندارد.

۲. گزینه ۳ ☺

$$L = 2/5 \text{ ماه} \quad Q^* = 100 \quad D = 1200$$

دقت کن که r_y موقعیت موجودی هست و r مقدار موجودی در دست می‌باشد و داریم:

$$r_y = DL$$

$$r = DL - mQ \quad m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} L = 2/5 \text{ ماه} \Rightarrow m = \frac{2/5}{12} = \text{سال} \\ T = \frac{Q^*}{D} = \frac{100}{1200} = \frac{1}{12} \text{ سال} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \left\lceil \frac{2/5}{1/12} \right\rceil = \left\lceil 2/5 \right\rceil = 2$$

$$\Rightarrow L > T \Rightarrow r = DL - mQ = 1200 \times \frac{2/5}{12} - 2 \times 100 = 250 - 200 = 50$$

۳. گزینه ۳ ☺

متوسط مقدار مواد در سفارش برابر است با حاصل ضرب تقاضا در مدت تحویل. یعنی: $D \times L$

$$D.L = 1200 \times \frac{2/5}{12} = 250$$

۴. گزینه ۴ ☺

هدف مدل EOQ پیدا کردن مقدار بهینه سفارش‌دهی و نقطه سفارش بهینه می‌باشد به صورتی که هزینه‌های سیستم حداقل شود.

هزینه‌های سیستم شامل هزینه سفارش‌دهی + هزینه نگهداری + هزینه خرید.

که در هیچ یک از گزینه‌ها به طور کامل به این موضوع اشاره نشده.

☺ گزینه ۱

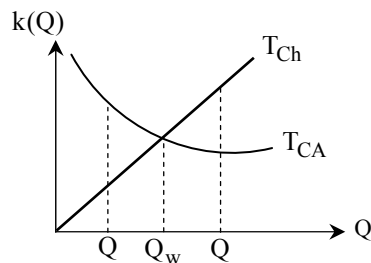
حاصل ضرب مقدار سفارش بهینه در هزینه نگهداری.

$$k_w = \sqrt{2ADh} = \frac{2AD}{Q_w} = 2 \frac{1}{2} h Q_w = \frac{2A}{T_w} = 2AN_w$$

☺ گزینه ۳

اگر به فرمول مقدار سفارش اقتصادی یعنی $Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$ نگاه کنیم متوجه می‌شویم که هیچ گونه اثری از L نیست پس هیچ تأثیری روی هم ندارند. تغییر L (مدت زمان تحویل) فقط روی نقطه سفارش‌دهی تأثیرگذار است.

☺ گزینه ۲



در این نمودار واضح است که اگر:

$$T_{CA} > T_{Ch} \Leftrightarrow Q < Q_w$$

$$T_{CA} < T_{Ch} \Leftrightarrow Q > Q_w$$

☺ گزینه ۴

چون در سوال گفته شده است مقدار سفارش بهینه کالا دو برابر شده است، امکان استفاده از رابطه $\frac{k}{k^a} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right)$ وجود ندارد. بنابراین دو برابر شدن مقدار سفارش بهینه کالا، می‌تواند به دلایل مختلفی مثل تغییر در پارامترهای A ، D یا h باشد. بنابراین هیچ یک از گزینه‌های اول تا سوم صحیح نمی‌باشد.

☺ گزینه ۹

$$Q^* = 400 \quad D = 12000 \quad T = 1/5 \text{ ماه}$$

طراح در این سوال یک سوتی داده چون یکجا گفته $T = 1/5$ ولی اگر T را بدست بیاوریم یعنی

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{400}{12000} = \frac{1}{30}$$

$$\left. \begin{array}{l} L = 3 \text{ ماه} = \frac{1}{4} \text{ سال} \\ T = 1/5 \text{ ماه} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{3}{1/5} \right] = 2$$

$$L > T \quad \begin{cases} r = DL - mQ = 12000 \times \frac{1}{4} - 2 \times 4 = 2200 \\ ry = DL = 12000 \times \frac{1}{4} = 3000 \end{cases}$$

۱۰. گزینه ۴ ☺

ما در نقطه سر به سر داریم که هزینه سالیانه با درآمد سالیانه برابر است یعنی درآمد سالیانه که از حاصل ضرب تقاضا در قیمت فروش بدست می‌آید برابر است با هزینه سالیانه که از جمع هزینه متغیر و هزینه ثابت می‌باشد. پس:

هزینه سالیانه = درآمد سالیانه

$$P.D = F + V.D$$

F = هزینه ثابت (Fixed cost)

P = قیمت فروش هر واحد (Price)

D = تقاضا (Demand)

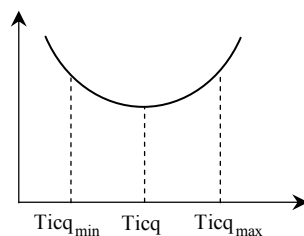
V = هزینه متغیر (Variable cost)

$$\Rightarrow D = \frac{F}{P - V} = \frac{2000}{50 - 40} = 200$$

بنابراین میزان تقاضای سالیانه برابر با ۲۰۰ واحد می‌باشد. پس برای Q^* داریم:

$$\Rightarrow Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 750}{30}} = 100$$

۱۱. گزینه ۲ ☺



زمانی که ما تولید بهینه داریم یعنی از لحاظ هزینه‌ای در کمترین حالت ممکن هستیم پس $Ticq$ کمترین مقدار ممکن است.

اما ارتباطی نمی‌توان بین $Ticq_{min}$ و $Ticq_{max}$ بدست آورد

پس گزینه ۲ دقیق‌ترین گزینه می‌باشد.

۱۲. گزینه ۳ ☺

در صورت سوال نگفته که مقدار سفارش اقتصادی هست پس تمامی فرمول‌های مربوط به مقدار سفارش اقتصادی کنار گذاشته شده و با اصل فرمول‌ها کار می‌کنیم.

$$Q = 1500$$

$$T = 6 \text{ ماه} = \frac{6}{12} \text{ سال} = \frac{1}{2} \text{ سال}$$

$$C = 10, A = 25, i = 0.25, L = 4 \text{ ماه}$$

$$\Rightarrow k(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} \Rightarrow D = ? \quad h = ic + w = 0.25 \times 10 = 2.5$$

D را از رابطه ی زیر بدست می آوریم:

$$T = \frac{Q}{D} \Rightarrow D = \frac{Q}{T} \Rightarrow D = \frac{1500}{\frac{1}{2}} = 3000 \Rightarrow k(Q) = \frac{25 \times 3000}{1500} + \frac{2/5 \times 1500}{2} = 1925$$

۱۳. گزینه ۲ ☺

در صورت سوال گفته شد حالت بهینه پس می توان:

$$k^* = \sqrt{2ADh} = \sqrt{2 \times 3000 \times 25 \times 10 \times 0/25} = 612/37$$

$$\text{میزان افزایش در هزینه ها} = 1925 - 612/37 = 1312/63 \approx 1313$$

۱۴. گزینه ۳ ☹

دقت کن موجودی در دست یا همون r خواسته شده:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 3000 \times 25}{0/25 \times 10}} = 244/95 = 245$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{245}{3000} = 0/0817 \text{ سال} \quad L = 14 \text{ هفته} = \frac{14}{52} = 0/269 \text{ سال}$$

$$m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil = \left\lceil \frac{0/269}{0/0817} \right\rceil = 3$$

$$L > T \Rightarrow r = DL - mQ^* = 3000 \times \frac{14}{52} - 3 \times 245 = 72/7 = 73$$

نگران عده های این سوال نباش این مال زمانی هست که ماشین حساب آزاد بدو توی کنکور این روزها سوال این شکل خیلی کم میار.

۱۵. گزینه ۲ ☺

یک نکته مهمی که این سوال داره هزینه نگهداری ماهیانه رو داده حتماً دقت کن به واحدهای داده شده در سوال:

$$D = 2000 \quad A = 2000 \quad C = 100 \quad h = 0/5 \text{ ماه} \quad i = 0/02$$

هزینه سفارش دهی سالیانه چندتا فرمول داشت:

$$\frac{AD}{Q} = h \frac{Q}{2} = \frac{k^*}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2ADh}$$

اگر از طریق $\frac{1}{2} \sqrt{2ADh}$ داریم:

$$h_1 = 0/5 \text{ ماه در سال} = 0/5 \times 12 = 6$$

فصلی ۲: مدل مقدار سفارش اقتصادی ۸۳

$$h = h_1 + ic = 6 + 0.02 \times 100 = 6 + 2 = 8 \text{ تومان در سال}$$

$$\text{هزینه سفارش دهی سالیانه} = \frac{1}{4} \sqrt{2 \times 20000 \times 20000 \times 8} = 4000$$

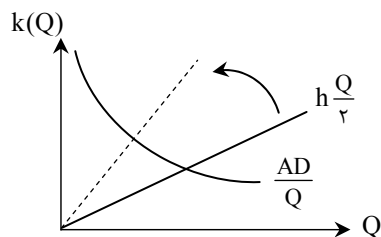
۱۶. گزینه ۳ ☺

روش ۱: فرمول هزینه‌های سفارش دهی $\frac{AD}{Q}$ هست و h هم روی Q تأثیر دارد. چون حرف از

اقتصادی بودن کرده، پس $Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$ می‌باشد.

با افزایش $h \Rightarrow Q$ کاهش

کاهش $Q \Rightarrow$ افزایش $\frac{AD}{Q}$.



روش ۲: با افزایش h شیب هزینه نگهداری افزایش و به طبع هزینه سفارش دهی را در نقطه‌ای بالاتر

قطع می‌کند. پس افزایش می‌یابد.

۱۷. گزینه ۱ ☺

$$Q^* = 500 \quad Q = 1000$$

دقت کن توی سوال ذکر شده که مقدار سفارش اقتصادی پس داریم:

$$\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1000}{500} + \frac{500}{1000} \right) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{4} = 1.25 \Rightarrow k = 1.25 k^*$$

مجموع هزینه‌های سفارش دهی و نگهداری نسبت به حالت بهتر ۲۵ درصد افزایش یافته.

۱۸. گزینه صحیح ندارد ☺

$$Q^* = 1200 \Rightarrow k(Q^*) = \frac{D}{Q} A \rightarrow h \frac{Q-n}{2} = \frac{1000}{1200} \times 240 + h \frac{1200-1200}{2} = 200$$

$$k_w = \frac{2DA}{Q} \Rightarrow A_w = \frac{9 \times 1000 \times A}{600} \rightarrow A = 240$$

که در گزینه‌ها وجود ندارد.

۱۹. گزینه ۱ ☺

$$Q^* = 200 \quad PD = F + DV \Rightarrow D \text{ مجهول است}$$

$$A = 160$$

$$h = 4 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 160 \times D}{4}} \Rightarrow D = 500$$

$$F = ? , D = ?$$

$$P = 100 \Rightarrow F = PD - DV = D(P - V) = 500(100 - 90)$$

$$V = 90 = 5000$$

😊 ۲۰. گزینه ۲

طبق توضیحات سوال ۱ در EOQ تخفیف نداریم.

😊 ۲۱. گزینه ۱

دقت کن همیشه ببین توی سوال چیا دادن بهت و چی ازت می خوان، طبق اونا فرمول هارو می تونی سریع حدس بزنی.

$$k^* = \sqrt{2ADh} = \frac{2AD}{Q_w} = h_{Q_w}$$

$$k^* = \frac{2AD}{Q_w} = \frac{2 \times 500 \times 500}{Q_w} = 5000 \text{ تومان}$$

😊 ۲۲. گزینه ۱

حتماً حتماً به واحد Lead Time (ماه، سال) دقت کن.

و اینکه ببین ازت موقعیت موجودی خواسته یا موجودی در دست.

$$Q = 150 \quad D = 1200$$

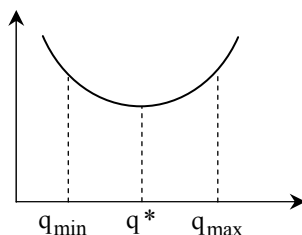
$$L = 4 \text{ ماه} = \frac{1}{3} \text{ سال}$$

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{150}{1200} = 0.125 \text{ سال} \quad m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil = \left\lceil \frac{\frac{1}{3}}{0.125} \right\rceil = 2$$

$$L > T \Rightarrow r = DL - mQ = 1200 \times \frac{1}{3} - 2 \times 150 = 400 - 300 = 100$$

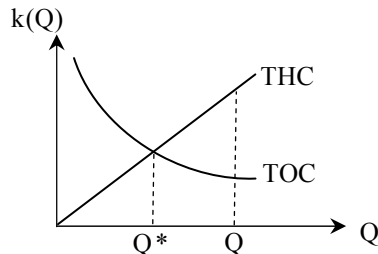
😊 ۲۳. گزینه ۲

شبه سوال ۱۱ هست.



$$\Rightarrow q_{\min} < q < q_{\max}$$

☺ گزینه ۲۴

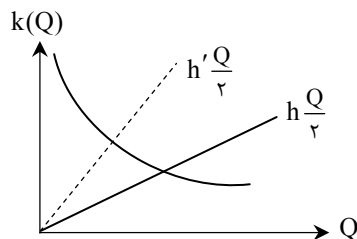


میزان سفارش از میزان سفارش اقتصادی بیشتری باشد پس واضح است که THC بزرگتر از TOC باشد. پس گزینه ۱ بهترین جواب می باشد.

☺ گزینه ۲۵

این سوال یکی از حالات خاص مدل ویلسون رو داره میگه که در هر حالت به جز مدل EOQ بر اساس max موجودی ما باید اون عامل که باعث افزایش هزینه نگهداری شده را حذف کنیم. یعنی اگر مثلاً SS (ذخیره اطمینان) داشتیم یا w (هزینه اجاره سالیانه انبار) حذفش می کنیم و بعد نمودار رو بررسی می کنیم. اینجا Q_2 جواب می باشد.

☺ گزینه ۲۶



افزایش نرخ بهره بانک روی h تأثیر دارد پس هزینه نگهداری افزایش پیدا می کند. در این نمودار داریم: پس هم هزینه نگهداری افزایش می یابد و هم هزینه سفارش دهی و به طور کلی باعث افزایش خواهد شد.

☺ گزینه ۲۷

تغییر در پارامترها رخ داده پس \Leftarrow

$$\frac{k'}{k_w} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{X_D X_A}{X_h}} + \sqrt{\frac{X_h}{X_A X_D}} \right] \quad \begin{matrix} X_A = \frac{A'}{A} = 1 \\ X_D = \frac{D'}{D} = 1 \end{matrix} \quad X_h = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{4} \right) = 1/25$$

☺ گزینه ۲۸

اشتباه در تخمین رخ داده است پس از طریق پارامترها داریم:

$$X_A = \frac{A'}{A} = \frac{400}{100} = 4 \quad X_D = X_h = 1$$

$$\frac{k'}{k_w} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{X_D X_A}{X_h}} + \sqrt{\frac{X_h}{X_D X_A}} \right] = \frac{1}{2} \left(\sqrt{4} + \sqrt{\frac{1}{4}} \right) = 1/25$$

در نتیجه ۲۵٪ افزایش هزینه داریم.

$$\text{میزان افزایش هزینه سالیانه} = 0/25 \times 100000 = 2500$$

☺ ۲۹. گزینه ۴

به طور کلی در یک لحظه قبل از سفارش تعداد سفارش در راه m و یک لحظه پس از صدور سفارش تعداد سفارش در راه $m+1$ می‌باشد.
حال اینجا چون $L > T$ می‌باشد پس $m \neq 0$ پس تعداد سفارشات در راه m و $m+1$ می‌باشد.

☺ ۳۰. گزینه ۱

پارامترهای رایج	پارامترهای سوال	
D میزان تقاضای سالیانه	$\Rightarrow R$	$\text{هزینه کل سیستم} = \sqrt{2ADh} + CD$
C هزینه هر واحد محصول	P	
h هزینه نگهداری	H	$= \frac{AD}{Q_w} + h \frac{Q_w}{2} + DC = hQ_w + CD$
Q مقدار سفارش	Q°	$\Rightarrow HQ^\circ + PR$ طبق جدول

☺ ۳۱. گزینه ۲

$Q^* = 145$ و چون سفارش گسسته می‌باشد پس یا ۱۰۰ تا باید سفارش دهیم و یا ۲۰۰ تا. حال باید بررسی کنیم که کدام اقتصادی‌تر است.

$$Q=100 \Rightarrow Q(Q-n) \leq \frac{2AD}{h} \leq Q(Q+n)$$

$$\Rightarrow 100(100-100) \leq (145)^2 \leq 100 \times 200 \Rightarrow 21025 < 20000$$

پس مقدار سفارش $Q=200$ خواهد بود.

$$200 \times 100 \leq 145^2 \leq 200 \times 300 \Rightarrow 20000 \leq 21025 \leq 60000$$

یک راه سریع‌تر:

$$Q(Q-n) \leq Q^{*2} \leq Q(Q+n)$$

دو مقدار برای Q داریم همیشه اگر مقدار Q بزرگتر در $Q(Q-n) \leq Q^{*2}$ صدق کرد همان Q جواب است در غیر اینصورت مقدار دیگری جواب خواهد بود. در اینجا داریم:

$$200(200-100) \leq 21025$$

صدق می‌کند پس $Q=200$ جواب خواهد بود.

😊 ۳۲. گزینه ۴

$$A = 200 \quad D = 2000 \quad h = 20$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 200}{20}} = 200$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{200}{2000} = 0.1 \text{ سال} \quad 0.1 \times 250 = 25 \text{ روز}$$

دقت کن منظور از به صفر رسیدن مقدار سفارش، همان اتمام یک دوره می‌باشد.

😊 ۳۳. گزینه ۳

چون گفته در نقطه سفارش اقتصادی قرار داریم پس هزینه سفارش‌دهی و نگهداری در این نقطه با هم برابر است پس:

$$h = 50 \quad T_{CA} = 100000$$

$$T_{CA} = T_{CH} \Rightarrow 100000 = \frac{hQ^*}{2} \Rightarrow Q^* = \frac{2 \times 100000}{50} = 4000$$

😊 ۳۴. گزینه ۲

پارامترهای صورت سوال	پارامترهای رایج
D	میزان تقاضای سالیانه
h	هزینه نگهداری
A	هزینه هر بار سفارش‌دهی
R	
H	
C	

$$N_w^* = \frac{1}{T_w} = \frac{D}{Q_w} = \frac{D}{\sqrt{\frac{2AD}{h}}}$$

$$= \sqrt{\frac{hD}{2A}} = \sqrt{\frac{HR}{2C}}$$

😊 ۳۵. گزینه ۱

دقت کن گفته در حالت اقتصادی قرار داریم پس داریم:

$$\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left[\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{Q}{\frac{Q}{2}} + \frac{Q}{\frac{Q}{2}} \right] = 1.25$$

$$\Rightarrow k = 1.25k^* \Rightarrow k - k^* = 1.25k^* - k^* = 0.25k^*$$

به این نکته هم که گفته تفاوت هزینه در دست کردی دلت؟

$$k^* = \sqrt{2ADh} = \frac{2AD}{Q_w} = hQ_w \Rightarrow 0.25 hQ_w = \frac{hQ_w}{4}$$

☺ ۳۶. گزینه ۲

این ۲ برابر مقدار اقتصادی سفارش دادن تا حالا خیلی زیاد مطرح شده سریع تو هوا بزن ۲۵/۰
افزایش ولی خب حل می کنیم:

$$\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left[\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{2Q_0}{Q_0} + \frac{Q_0}{2Q_0} \right] = 1/25 \Rightarrow k = 1/25 k^*$$

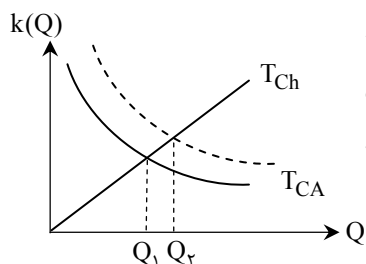
☺ ۳۷. گزینه ۳

نقطه بهینه خواسته شده. در نقطه بهینه همواره داشتیم که هزینه نگهداری با سفارش دهی با هم برابر هستند. سوال از ما هزینه نگهداری خواسته ولی با اطلاعات سوال می توانیم هزینه سفارش دهی را بدست بیاوریم. پس:

$$A = 50000 \quad T_w = \frac{2}{12}$$

$$h = \frac{Q_w}{2} = \frac{AD}{Q_w} = AN_w = \frac{A}{T_w} = \frac{50000}{\frac{2}{12}} = 50000 \times 6 = 300000$$

☺ ۳۸. گزینه ۲



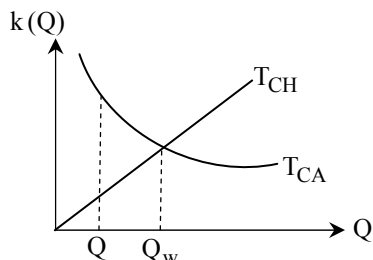
هزینه حمل و نقل وقتی مستقل از مقدار سفارش باشد جزء هزینه های سفارش دهی قرار می گیرد. پس افزایش هزینه های سفارش دهی باعث افزایش نگهداری نیز می شود چون در نقطه بهینه این ۲ هزینه با هم برابر بودند.
پس افزایش پیدا می کند.

☺ ۳۹. گزینه ۳

در صورتی که قیمت هر واحد کالا (C) بیشتر از حالت اقتصادی منظور شده باشد هزینه نگهداری

یعنی h نیز افزایش می یابد و این افزایش h باعث کاهش Q ($Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$) خواهد شد و کاهش Q

باعث رفتن به سمت چپ می شود.



پس روی شکل داریم:

$$\Rightarrow T_{CA} \geq T_{CH} \text{ یا } T_{CC} \geq T_{CH}$$

☺ ۴.۴۰. گزینه ۴

هزینه اجاره انبار به صورت سالیانه به صورت یک هزینه ثابت (w) به تابع هزینه اضافه خواهد شد، که در مشتق‌گیری اثری ندارد پس روی مقدار Q تأثیری ندارد.

$$T_{C(Q)} = \frac{AD}{Q} + h \frac{Q}{\gamma} + w + DC$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

اگر یاد باشد توی حالت‌های خاص هم این عامل‌های مزاحم رو برای پیدا کردن Q^* حذف می‌کردیم. پس عملاً افزایش و کاهش آن روی Q^* تأثیری ندارد.

☺ ۴.۴۱. گزینه ۴

$$\frac{Q_1}{Q^*} = \frac{\sqrt{\frac{2A_1D_1}{h_1}}}{\sqrt{\frac{2AD}{h}}} = \frac{\sqrt{\frac{2D(\gamma A)}{h}}}{\sqrt{\frac{2AD}{h}}} = \gamma \Rightarrow Q_1 = \gamma Q^*$$

$$\Rightarrow \frac{k(Q)}{k^*(Q^*)} = \frac{\sqrt{2A_1D_1h_1}}{\sqrt{2ADh}} = \frac{\sqrt{2D\gamma A \frac{h}{\gamma}}}{\sqrt{2ADh}} = 1 \Rightarrow k(Q) = k(Q^*)$$

☺ ۴.۴۲. گزینه ۲

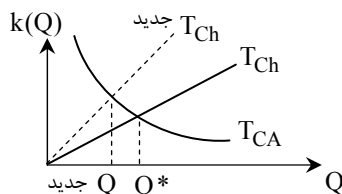
اگر به فرمول ۲ مورد خواسته شده دقت کنیم راحت جواب سوال رو بدست می‌آوریم:

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \Rightarrow h \uparrow \rightarrow Q \downarrow$$

$$*T_{Ch} = h \frac{Q}{\gamma} \Rightarrow h \uparrow, Q \downarrow \Rightarrow T_{Ch} \uparrow$$

* به این دلیل که مقدار افزایش h در Q به صورت جذری می‌باشد و مقدار کوچک‌تر شدن Q

نمی‌تواند مانع افزایش T_{Ch} شود اما برای توضیح بهتر در این نمودار داریم:



افزایش h باعث افزایش شیب T_{Ch} خواهد شد.

پس هم Q کاهش و هم T_{Ch} افزایش خواهد یافت.

☺ ۴.۴۳. گزینه ۱

طبق فرمول داشتیم:

$$\frac{k'}{k_w} = \frac{1}{\gamma} \left[\sqrt{\frac{X_D X_A}{X_h}} + \sqrt{\frac{X_h}{X_D X_A}} \right]$$

برای کالای A داریم:

$$\frac{k'}{k_w} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right] \quad X_D = \frac{D'}{D} = \frac{2D}{D} = 2$$

برای کالای B داریم:

$$\frac{k'}{k_w} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} \right] \quad X_D = \frac{D'}{D} = \frac{D}{2D} = \frac{1}{2}$$

۴۴. گزینه ۴ ☺

اگر در این شکل سوالا گیر کردی سریع برو سراغ فرمول (البته راه دیگه ای هم نداری ☺)

$$r_y = DL$$

پس به میزان تقاضا (D) در مدت زمان تحویل (L) بستگی دارد.

$$r = DL - mQ$$

نکته: تو چند تا تست قبل هم گفتم که تغییر L فقط روی نقطه سفارش تأثیر دارد.

۴۵. گزینه صحیح ندارد ☺

چون تغییر در مدت زمان تحویل روی مقدار سفارش اقتصادی بی اثر است و هیچ رابطه قیمتی بین مدت زمان تحویل و مقدار بهینه سفارش دهی وجود ندارد. بنابراین با افزایش مدت زمان تحویل، نقطه سفارش عدد بر حسب موجودی در دست، ممکن است ثابت بماند یا کاهش یا افزایش یابد. بنابراین گزینه صحیح وجود ندارد.

۴۶. گزینه ۳ ☺

نگران بد بودن عددها نباش البته اینجا نباید اصلاً نگران هم باشی چون بدون ماشین حساب قابل حل هست راحت.

$$L = 3/6 \text{ ماه} = \frac{3/6}{12} = 0/3 \text{ سال}$$

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{250}{1500} = 0/167 \text{ سال}$$

$$m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{0/3}{0/167} \right] = 1 \quad \begin{matrix} L > T \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad r = DL - mQ^* = 1500 \times 0/3 - 1 \times 250 = 200$$

۴۷. گزینه ۳ ☺

در نقطه بهینه هزینه نگهداری سالیانه و هزینه سفارش دهی سالیانه با هم برابرند.

$$\left. \begin{aligned} k^* &= 3000 & T_{Ch} &= h \frac{Q^*}{r} = 1500 & (\text{در حالت بهینه}) \\ T_{Ch} &= T_{CA} = 1500 & T_{Ch} &= h \frac{Q}{r} = 750 & (\text{در حالت غیر بهینه}) \end{aligned} \right\} \frac{Q^*}{Q} = 2$$

$$\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 2 \right) = 1/25 \Rightarrow k = 3000 \times 1/25 = 3750$$

$$\Rightarrow k = 3750 = \text{هزینه نگهداری سالیانه} + \text{هزینه سفارش دهی سالیانه}$$

$$\Rightarrow 3000 = \text{هزینه سفارش دهی سالیانه}$$

توی این سوال امیدیم ببینیم این تغییر توی هزینه نگهداری روی Q چه تأثیری داره و سپس طبق

تغییری که Q می‌کنه نسبت $\frac{k}{k^*}$ رو بدست می‌آوریم.

😊 **گزینه ۱۴۸**

$$L = 6 \text{ ماه} = \frac{1}{2} \text{ سال}$$

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{4000}{16000} = \frac{1}{4} \text{ سال}$$

$$m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} \right] = 2$$

$$L > T \Rightarrow r = DL - mQ = 16000 \times \frac{1}{2} - 2 \times 4000 = 0$$

در صورتی که $\frac{L}{T}$ یک عدد صحیح شود نقطه سفارش مجدد ۰ خواهد شد.

😊 **گزینه ۳۴۹**

موقعیت موجودی رو خواسته یعنی r_y

$$L = 2/4 \text{ ماه} = \frac{2/4}{12} \text{ سال}$$

$$r_y = DL = 12000 \times \frac{2/4}{12} = 2400$$

😊 **گزینه ۵۰**

تابع هزینه کل مربوط به سفارش گسسته به صورت مقابل است. یعنی:

$$T_C(Q) = \frac{AD}{Q} + h \frac{(Q-h)}{r} + CD \Rightarrow n=1 \Rightarrow h \frac{Q-1}{r} < h \frac{Q}{r}$$

هزینه نگهداری هزینه سفارش دهی

۵۱. گزینه ۳ ☺

$$h = 3000 \quad D = 500 \quad A = 200 + 1000 = 1200$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 500 \times 1200}{3000}} = \sqrt{400} = 20$$

هزینه ثابت جزء هزینه های سفارش دهی قرار می گیرد یعنی $200 + 1000$ و هزینه متغیر داده شده یعنی C تأثیری روی Q ندارد.

۵۲. گزینه ۲ ☺

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{\Delta} P^* \\ Q_w &= \frac{1}{\Delta} R \\ D &\equiv R \\ C &\equiv P \end{aligned} \quad \begin{aligned} T_{C(Q^*)} &= \sqrt{2ADh} + DC = \frac{2AD}{Q_w} + CD \\ &= hQ_w + DC = \left(\frac{1}{\Delta}P\right)\left(\frac{1}{\Delta}R\right) + PR \\ &= \frac{1}{25}PR + PR = \frac{26}{25}PR \end{aligned}$$

۵۳. گزینه ۲ ☺

این رو از روش سریع حل می کنیم:

$$Q_w = 240 \Rightarrow Q = 200 \text{ یا } Q = 300$$

در نتیجه اگر $Q = 300$ در این رابطه $Q(Q - n) \leq Q_w^2$ صدق کرد پس مقدار بهینه خودش می باشد اما اگر صدق نکرد $Q = 200$ جواب خواهد بود.

$$\begin{aligned} 300(300 - 100) &\leq 240^2 \\ 60000 &\leq 57600 \end{aligned}$$

صدق نکرد $\Leftarrow Q = 200$ خواهد بود

۵۴. گزینه ۲ ☺

در مدل ساده قطعی نرخ تقاضا قطعی و ثابت است.

و نباید کمبود داشته باشیم پس هزینه آن را برابر با بی نهایت قرار می دهیم نه صفر، دقت کن.

۵۵. گزینه ۱ ☺

طبق فرمول $Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$ برای ۲ برابر شدن Q_w چند راه داریم:

۱- ۴ برابر شدن هزینه سفارش دهی

۲- ۴ برابر شدن مقدار تقاضای سالیانه

۲-۳ برابر شدن هزینه سفارش دهی و تقاضای سالیانه

۴- $\frac{1}{4}$ شدن هزینه نگهداری.

پس طبق این توضیحات گزینه ی ۱ صحیح است.

☺ ۵۶. گزینه ۴

$$X_A = \frac{A'}{A} = 1/4 \quad X_h = \frac{h'}{h} = 1/1$$

$$\frac{k'}{k_w} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{X_D X_A}{X_h}} + \sqrt{\frac{X_h}{X_D X_A}} \right] = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1/4}{1/1}} + \sqrt{\frac{1/1}{1/4}} \right) = 1/0.72$$

$$\Rightarrow k' = 1/0.72 k_w \Rightarrow k_w \Rightarrow k' = 1.0000$$

$$\Rightarrow k_w = \frac{1.0000}{1/0.72} = 9928 \Rightarrow k' - k_w \approx 72$$

☺ ۵۷. گزینه ۱

$$D = 12000 \quad A = 20 \quad h = 12$$

$$L = 1 \text{ ماه} \Rightarrow \frac{1}{12} \text{ سال}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 12000 \times 20}{12}} = 200$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{200}{12000} = \frac{1}{60} \text{ سال} \quad m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{1/12}{1/60} \right] = 5$$

طبق نکات داشتیم که اگر $\frac{L}{T}$ عدد صحیح شد نقطه سفارش دهی ۰ خواهد شد اما محاسبه می کنیم.

$$L > T \Rightarrow r = DL - mQ = 12000 \times \frac{1}{12} - 5 \times 200 = 0$$

☺ ۵۸. گزینه ۴

دقت کن چون مدل سفارش اقتصادی نیست، نمی توان از رابطه ی $\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right)$ رفت. پس باید از اصل فرمول ها پارامترها را بدست آورد.

$$k_1 = \frac{AD}{Q_1} + h \frac{Q_1}{2} = 6000 + 1000 = 7000$$

$$\frac{AD}{Q} = 6000 \rightarrow \frac{AD}{500} = 6000 \Rightarrow AD = 3000000$$

$$\frac{hQ}{2} = 1000 \rightarrow h \frac{500}{2} = 1000 \Rightarrow h = 4$$

$$k_2 = \frac{AD}{Q_2} + h \frac{Q_2}{2} = \frac{3000000}{1000} + 4 \frac{1000}{2} = 3000 + 2000 = 5000 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{5000}{7000} = 0.72$$

بنابراین هزینه های متغیر سالیانه ۲۸ درصد نسبت به حالت بهینه کاهش دارد.

روش دوم: همون روش بالایی هست اما یک مقداری سریع تر:

$$\begin{aligned}
 Q &= 5000 & Q' &= 1000 \\
 \frac{AD}{Q} &= 6000 & \Rightarrow \frac{AD}{Q'} &= 3000 & \rightarrow \text{کل معادله رو در } \frac{1}{3} \text{ ضرب می کنیم} \\
 \frac{hQ}{2} &= 1000 & \Rightarrow \frac{hQ'}{2} &= 2000 & \Rightarrow \text{کل معادله رو در } 2 \text{ ضرب می کنیم} \\
 \text{کاهش } &= 0.28 = \frac{2000}{7000} & \Rightarrow \text{واحد کاهش } &= 2000 & \Rightarrow \text{جمع} = 5000 & \Rightarrow \text{جمع} = 7000
 \end{aligned}$$

☺ گزینه ۳

مقدار اجاره بهای سالیانه روی مقدار سفارش اقتصادی تأثیری ندارد چون طبق تابع هزینه

$$T_C = \frac{AD}{Q} + h \frac{Q}{2} + CD + W$$

در مشتق گیری حذف خواهد شد.

☺ گزینه ۴

مشابه این سوال سال ۹۸ هم تکرار شد. اگر مقدار سفارش ۵۰ درصد بیشتر شود:

$$\frac{k_1}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_1}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q_1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1.5Q^*}{Q^*} + \frac{Q^*}{1.5Q^*} \right) = \frac{1}{2} \left(1.5 + \frac{1}{1.5} \right) = 1.08 \Rightarrow \text{۸ درصد افزایش هزینه}$$

اگر مقدار سفارش ۵۰ درصد کمتر شود:

$$\frac{k_2}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_2}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{0.5Q^*}{Q^*} + \frac{Q^*}{0.5Q^*} \right) = \frac{1}{2} \left(0.5 + 2 \right) = 1.25 \Rightarrow \text{۲۵ درصد افزایش هزینه}$$

☺ گزینه ۳

این ۵۰ تومان به عنوان عوارضی پرداخت می شود نکته گمراه کننده ای هست و عملاً در جایی استفاده نمی شود.

$$\begin{aligned}
 D &= 2000 & A &= 30000 & C &= 250 & i &= 0.2 \\
 Q^* &= \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 30000}{0.2 \times 250}} = \sqrt{2400000} = 1549/2
 \end{aligned}$$

☺ گزینه ۳

$$\begin{aligned}
 X_h &= 1/4 & X_A &= 0.95 \\
 \frac{k}{k^*} &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{X_D X_A}{X_h}} + \sqrt{\frac{X_h}{X_D X_A}} \right] = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{0.95}{1/4}} + \sqrt{\frac{1/4}{0.95}} \right) = 1.019 \approx 1.02
 \end{aligned}$$

بنابراین ۲ درصد هزینه اضافی به سیستم تحمیل می شود.

۶۳. گزینه ۴ ☺

در تقاضای گسسته چند بار هم در سوالاتی قبل نکته و راه حل سریع تر گفته شد اما به طور کلی:

$$Q^*(Q^* - n) \leq \frac{rAD}{h} \leq Q(Q + n)$$

$$n = 1$$

۶۴. گزینه ۲ ☺

در صورتی که کاهش هزینه سفارش دهی (A) و هزینه نگهداری (h) به یک میزان و یک نسبت باشد همدیگر را خنثی می کند و مقدار سفارش تغییری نمی کند.
اما اگر میزان کاهش متفاوت باشد، مقدار سفارش تغییر می کند اما افزایش یا کاهش آن معلوم نیست.

۶۵. گزینه ۳ ☺

مانند اضافه شدن یک محدودیت به سیستم هست و افزایش محدودیت باعث می شود جواب بهینه بهتر نشود یا همان بماند یا بدتر. پس یا هزینه همان می ماند و یا افزایش.

۶۶. مشکل دارد ☺

در این سوال به درستی در مورد مدت زمان تحویل صحبت نشده پس ۲ حالت داریم:

$$r = DL - mQ \quad \Leftarrow \quad L > T \quad -1$$

در این حالت با افزایش میزان تقاضا مشخص نیست نقطه سفارش چه تغییری می کند.

$$r = DL \quad \Leftarrow \quad L < T \quad -2$$

در این حالت با افزایش D واضح است که نقطه سفارش مجدد نیز افزایش می یابد.

۶۷. گزینه ۲ ☺

کلاً توی مسائل مدل سازی و تحقیق در عملیاتی اگر نخواهیم با پارامتری مواجه شویم نباید هزینه آن را برابر ۰ در نظر بگیریم حتماً باید هزینه آن را برابر با بی نهایت قرار دهیم.

۶۸. گزینه ۲ ☺

سیستم در حالت بهینه قرار دارد پس هزینه سفارش دهی و نگهداری سالیانه با هم برابرند.

$$D = 3000 \quad \text{هزینه نگهداری سالیانه} = \text{هزینه سفارش دهی سالیانه} = 5000$$

$$\text{هزینه سفارش دهی سالیانه} = \frac{AD}{Q} = 5000 \rightarrow \frac{3000A}{150} = 5000 \Rightarrow A = 250$$

😊 گزینه ۶۹

گفتیم که اگر $\frac{L}{T}$ عدد صحیح شد موجودی در دست در لحظه صدور سفارش برابر ۰ خواهد بود.
در صورت سوال به صورت غیرمستقیم گفته شده که $\left[\frac{L}{T}\right] = \frac{L}{T}$ پس $\frac{L}{T}$ عدد صحیح می باشد
← گزینه ۲ صحیح است.

😊 گزینه ۷۰

توی گزینه ها با نگاه ۲ تا شو حذف می کنیم گزینه ۲ و ۴ چون گفته بسته های ۲۰۰ تایی بعد چجوری
۳۰۰ تا یا ۱۰۰ تا سفارش بدیم.
حالا Q_w رو بدست میاریم:

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 100}{20}} = 141/4$$

این نکته هم یادت باشه که اگر Q_w اعشاری شد بدون شک مقدار اقتصادی Q بیشتر خواهد شد.
اینجا ۲ مقدار برای Q می توانیم داشته باشیم $Q = 200$ و $Q = 0$ که چون اعشاری شده مقدار
بزرگتر یعنی $Q = 200$ جواب خواهد بود.

😊 گزینه ۷۱

$$A = 100 \quad D = 2000 \quad i = 0/2 \quad Q = 100 \quad C = 20$$

$$T_C(Q) = \frac{AD}{Q} + h \frac{Q}{2} + DC$$

$$= \frac{2000 \times 100}{100} + 0/2 \times 20 \times \frac{100}{2} + 2000 \times 20 = 42200$$

😊 گزینه ۷۲

در این سوال گفته شده که هزینه اجاره انباری یکی از اجزای هزینه نگهداری (h) به حساب می آید
و همچنین در فرمول اصلی همیشه هزینه نگهداری در متوسط موجودی یعنی \bar{I} ضرب می کردیم.
پس هزینه انبار هم در متوسط موجودی ضرب خواهد شد.

😊 گزینه ۷۳

اگر اشتباه در تخمین یک پارامتر باشد پس قطعاً هزینه ها افزایش خواهد یافت اما اگر در ۲ پارامتر
تخمین اشتباه بزنیم می توانند همدیگر را خنثی کنند و مقدار هزینه ها تغییری نکند.
پس کلمه حتماً گزینه های ۳ و ۴ را غلط کرده. گزینه یک هم که دیگه خیلی پرتنه.

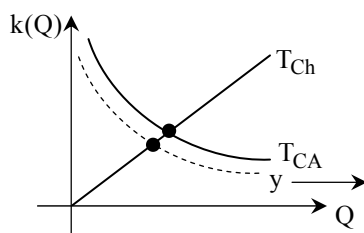
۷۴. گزینه ۳ ☺

$$D = 1000 \quad L = 3 \text{ ماه}$$

$$DL = 1000 \times \frac{3}{12} = 250 = \text{متوسط موجودی در سفارش}$$

۷۵. گزینه ۱ ☺

بدلیل اینکه هزینه‌های سفارش‌دهی بر اثر تمهیدات مسئولین کاهش یافته پس نقطه جدید نیز بهینه است و هزینه نگهداری در آن نقطه با هزینه سفارش‌دهی برابر می‌باشد. پس هزینه نگهداری نیز به همان میزان کاهش می‌یابد.



کاهش هزینه‌های سفارش‌دهی

۷۶. گزینه ۲ ☺

یکی از حالت‌های خاص مدل EOQ می‌باشد که ذخیره‌ی اطمینان داریم (SS) باید ذخیره اطمینان را از هزینه نگهداری کم کنیم سپس به مقایسه بین هزینه نگهداری و سفارش‌دهی بپردازیم، یعنی داریم:

$$T_{Ch} = h \frac{Q}{2} + hSS = 200000 \Rightarrow h \frac{Q}{2} = 200000 - 100000 = 100000$$

$$T_{CA} = \frac{AD}{Q} = 180000$$

هزینه سفارش‌دهی بیشتر از هزینه نگهداری است پس مقدار هر بار سفارش از مقدار EOQ کمتر است.

۷۷. گزینه ۲ ☺

$$\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{X_D X_A}{X_h}} + \sqrt{\frac{X_h}{X_A X_D}} \right] = 1/25 \Rightarrow \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{1}{X_h}} + \sqrt{X_h} \right] = 1/25$$

مقدار ۲۵/۱ مقدار معروفی هست یعنی مقدار جمع داخل پرانتز برابر ۵/۲ یعنی $2 + \frac{1}{2}$

پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} X_h = 4 \\ X_h = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_h = 4 \Rightarrow \frac{h}{h'} = 4 \Rightarrow h = 4h' = 4 \times 20 = 80 \\ X_h = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{1}{4} \Rightarrow h = \frac{1}{4}h' = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

واحد پول

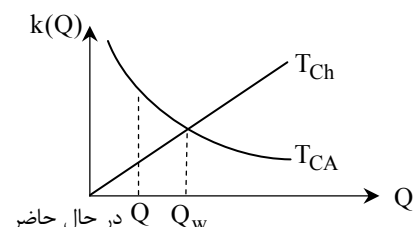
واحد پول

😊 گزینه ۱

یکی از حالت‌های خاص مدل EOQ می‌باشد دقت کن در هزینه‌های نگهداری هزینه اجاره سیلو نیز لحاظ شده. برای بررسی نقطه سفارش‌دهی بهینه باید این اجاره سیلو را از هزینه نگهداری کم کنیم سپس با هزینه سفارش‌دهی مقایسه کنیم.

اکنون هزینه نگهداری ۷۵۰۰ تومان اگر هزینه اجاره سیلو را کم کنیم این مقدار کمتر از ۷۵۰۰ خواهد شد.

پس هزینه سفارش‌دهی که ۷۵۰۰ می‌باشد بیشتر از هزینه نگهداری می‌شود.



پس باید مقدار Q افزایش یابد.

😊 گزینه ۲

هزینه سفارش‌دهی افزایش یافته پس هزینه سفارش‌دهی سالیانه نیز افزایش می‌یابد به طبع هزینه نگهداری سالیانه نیز افزایش می‌یابد \Leftarrow هزینه سالیانه سیستم موجودی نیز افزایش می‌یابد.

😊 گزینه ۳

باز هم همون عدد معروف اینو حفظ کن اگر مقدار سفارش نصف و یا ۲ برابر مقدار Q_w شود هزینه‌ها ۱/۲۵ برابر خواهد شد.

$$\left. \begin{array}{l} Q = 2Q_w \\ Q = \frac{1}{2}Q_w \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q_w} + \frac{Q_w}{Q} \right) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{2} \right) = 1/25$$

😊 گزینه ۴

در مدل EOQ هیچ محدودیتی نداریم پس سریع بزن گزینه ۴. بقیه گزینه‌ها هم بررسی می‌کنیم. هزینه هر بار سفارش‌دهی و هزینه خرید واحد موجودی در صورتی که در بازه‌های مختلف تغییر کند جزء مدل‌های تخفیف قرار می‌گیرد (فصل‌های جلوتر داریم).

هزینه نگهداری سالیانه موجودی $\frac{Q}{h}$ که Q مقدار سفارش می‌باشد. پس وابسته می‌باشد.

۸۲. گزینه ۴ ☺

دقت کن، هزینه نگهداری ماهیانه داده.

$$D = 300 \text{ ماه کیلو} \quad A = 7000 \quad i = 0.2 \quad h = 10 \text{ ماه} \quad C = 100$$

$$h = 10 \times 12 + 0.2 \times 100 = 120 + 20 = 140$$

$$D = 300 \text{ ماه کیلو} \quad 300 \times 12 = 3600 \text{ سال کیلو}$$

$$Q^* = Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 3600 \times 7000}{140}} = 600$$

۸۳. گزینه ۱ ☺

$$D' = 1/5 D \rightarrow X_D = 1/5$$

$$A' = 0.5 A \rightarrow X_A = 0.5$$

$$\frac{Q'_w}{Q_w} = \sqrt{\frac{X_D}{X_h}} = \sqrt{\frac{1/5 \times \frac{1}{2}}{1}} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} = 0.316$$

۸۴. گزینه ۱ ☺

تغییر مدت زمان تحویل فقط روی نقطه سفارش تأثیر دارد پس گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ کلاً غلط هستند.

گزینه یک هم مشکل دارد چون مشخص نشده که T و L نسبت بهم چگونه می‌باشند اما سر جلسه باید همین گزینه یک را انتخاب کنیم.

۸۵. گزینه ۳ ☺

اگر r نقطه سفارش‌دهی بر حسب خالص موجودی در دست باشد یک لحظه قبل از صدور سفارش m سفارش در راه و بعد از صدور سفارش $m+1$ سفارش در راه داریم. پس:

$$r + (m+1)Q, \quad r + mQ$$

۸۶. گزینه ۳ ☺

دقت کن که هزینه خرید و نگهداری موجودی اطمینان اضافه می‌گردد یعنی:

$$(C + H) \times SS$$

۸۷. گزینه ۲ ☺

$$n = 3 \quad D = 1000 \quad A = 2 \quad h = 10$$

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 2}{10}} = 20$$

پس $Q = 21$ یا $Q = 18$ خواهد شد.

۱۰۰ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

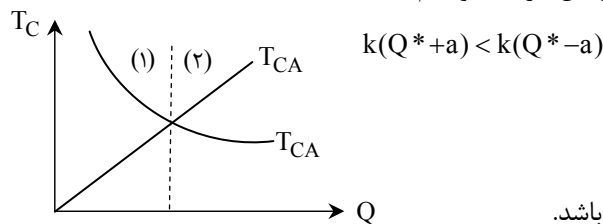
مقدار بزرگتر رو در $Q(Q-n) \leq Q_w^2$ تست می کنیم.

$$21(21-3) \leq 20^2 \Rightarrow 378 \leq 400$$

صدق می کند پس مقدار $Q=21$ می باشد.

😊 گزینه ۲

در نمودار زیر شیب نمودار در سمت راست ملایم تر از سمت چپ می باشد پس اگر یک مقدار یکان به سمت راست حرکت کنیم کمتر افزایش هزینه خواهیم داشت.



شیب در قسمت (۱) بیشتر از (۲) می باشد.

😊 گزینه ۱

از آنجایی که در مدل قطعی، کمبود رخ نمی دهد، پس برای محاسبه مقدار سفارش بهینه داریم:

$$Q^* = Q_w = \sqrt{\frac{2DA}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 11000 \times 5000}{250}} = 800$$

طبق گفته صورت سوال، در صورتی که کمبود رخ دهد، بالاجبار باید با صرف هزینه بیشتر کالا را تأمین کنیم بنابراین داریم:

$$\pi = 550 - 500 = 50 \Rightarrow \pi D = 500 \times 1600 = 800,000$$

$$k_w = \sqrt{2DAh} \Rightarrow t_w = \sqrt{2 \times 1600 \times 5000 \times 250} = 300,000$$

بنابراین، پس از آنجایی که $k_w < \pi D$ شود برای محاسبه میزان سفارش داریم:

$$Q^* = Q_w = \sqrt{\frac{2DA}{h}} = 800$$

😊 گزینه ۲

$$I_{\max} = Q_w = 300$$

$$k^* = \sqrt{2ADh} = \frac{2AD}{Q_w} = hQ_w = 400 \times 300 = 120,000$$

😊 گزینه ۳

$$\frac{k'}{k_w} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{X_D X_A}{X_h}} + \sqrt{\frac{X_h}{X_D X_A}} \right] = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{2}{1}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right] = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{2} \right) = 1/25$$

۹۲. گزینه ۴ ☺

این هم که اصلاً نکته‌ای هست که چندین بار تکرار شده.

$$Q^*(Q^*-n) \leq Q_w^2 \leq Q^*(Q+n)$$

\downarrow
 بزرگترین Q^*

\downarrow
 کوچکترین Q^*

فصل ۳

مدل های کمبود

مدل‌های کمبود

در فرضیات مدل EOQ تنها تغییری که رخ داده است، این است که کمبود موجودی مجاز می‌باشد.

مدل‌های کمبود در حقیقت ۳ نوع می‌باشند که ما به بررسی ۲ نوع آن می‌پردازیم.

۱. مدل کمبود پس افت

در این حالت کمبود بصورت سفارشات عقب افتاده مجاز می‌باشد یعنی قابل جبران است و قبل از اینکه تقاضای جدید برآورد شود تقاضای پس افت برآورد می‌گردد.

هدف از این مدل تعیین مقدار سفارش بهینه و مقدار کمبود بهینه در هر دوره و همینطور تعیین نقطه سفارش در جهت کمینه کردن هزینه‌ها می‌باشد.

نحوه محاسبه روابط مقدار سفارش اقتصادی:

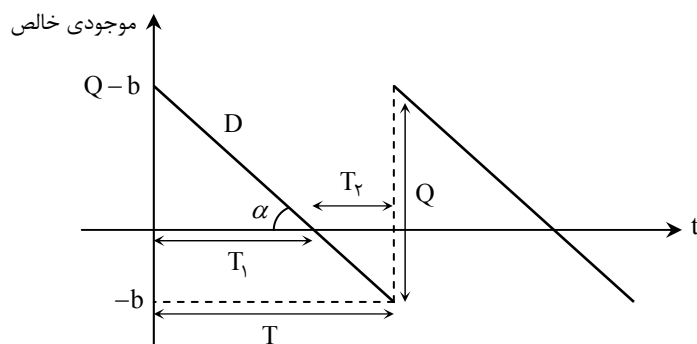
کلیه پارامترها مانند مدل EOQ است فقط $\pi, \hat{\pi}$ مقادیر ثابت هزینه‌های کمبود می‌باشند.

T_r : مدت زمانی است که در یک دوره کمبود رخ می‌دهد.

T_1 : مدت زمانی است که در یک دوره کمبود رخ نمی‌دهد.

b : مقدار کمبود

Q : مقدار سفارش



$$D = \tan \alpha = \frac{Q-b}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{Q-b}{D}$$

$$T_2 = \frac{b}{D}$$

$$\text{تابع هزینه در یک دوره} : A + \frac{h(Q-b)T_1}{2} + \hat{\pi} \frac{bT_2}{2} + \pi b + CQ$$

تابع هزینه در یک دوره را در تعداد دوره‌ها یعنی $\frac{D}{Q}$ و بجای T_1, T_2 روابط بالا را جایگزین کرده تا تابع هزینه در یک سال بدست آید.

$$\text{تابع هزینه در یک سال} : \frac{AD}{Q} + \frac{h(Q-b)^2}{2Q} + \frac{\hat{\pi}b^2}{2Q} + \pi \frac{D}{Q}b + DC$$

از تابع هزینه داریم:

$$\frac{(Q-b)^2}{2Q} : \text{متوسط موجودی در یک سال}$$

$$\frac{b^2}{2Q} : \text{متوسط کمبود در یک سال}$$

$$\frac{D}{Q}b : \text{تعداد کمبود در سال}$$

الگوریتم حل مدل:

در اینجا ۷ حالت را بررسی می‌کنیم و ابتدا با استفاده از فرضیات مسئله و محاسبات ساده تشخیص می‌دهیم در کدامیک از حالات زیر قرار داریم و سپس راجع به کمبود بهینه و سفارش بهینه نظر می‌دهیم.

$$۱. \pi D > \sqrt{2DAh} \Rightarrow Q^* = Q_w, b^* = 0, K^* = K_w$$

$$\pi D < \sqrt{2DAh} \Rightarrow \begin{cases} ۲. \hat{\pi} = 0 \rightarrow b^* = \infty, K^* = \pi D \\ \hat{\pi} > 0 \rightarrow \begin{cases} ۳. \pi > 0 \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(\hat{\pi}+h)}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}}, b^* = \frac{hQ^* - \pi D}{\hat{\pi}+h} \\ ۴. \pi = 0 \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}}, b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi}+h}, K^* = K_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}} \end{cases} \end{cases}$$

$$\pi D = \sqrt{2DAh} \Rightarrow \begin{cases} ۵. \hat{\pi} = 0 \rightarrow 0 \leq b^* \leq \infty \text{ or } b^* = Q^* \rightarrow K^* = \pi D = \sqrt{2DAh} \\ ۶. \hat{\pi} > 0 \rightarrow Q^* = Q_w, b^* = 0, K^* = K_w \end{cases}$$

۱. اگر $\pi D > k_w$ در این صورت هم برای شرایطی که $\hat{\pi} = 0$ or $\hat{\pi} \neq 0$ آنگاه $K^* = \sqrt{2ADh}$ و

$$b^* = 0 \text{ و } Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

۲. اگر $\pi D < k_w$ و مقدار $\hat{\pi} = 0$ در این حالت سیستم موجودی نداریم در واقع اصلاً صرفه ندارد که موجودی نگهداری کنیم و آنگاه $K^* = \pi D$, $Q^* = 0$, $b^* = \infty$ یعنی هرچه تقاضا داشته باشیم تبدیل به کمبود می‌گردد.

۳. اگر $\pi D < k_w$ و مقدار $\hat{\pi} \neq 0$ در این حالت وجود هزینه کمبود وابسته به زمان مانع از آن می‌شود که کل تقاضا را با کمبود مواجه کنیم، احتمالاً هزینه کمبود بیشتر از هزینه k_w می‌گردد پس مقادیر بهینه طبق روابط بدست می‌آید.

۴. اگر $\hat{\pi} > 0$, $\pi = 0$ (حالت خاص ۳ که در آن $\pi = 0$ می‌باشد).

۵. اگر $\pi D = k_w$ و $\pi \neq 0$, $\hat{\pi} = 0$ در این حالت ابتدا b را انتخاب می‌کنیم و سپس براساس آن مقدار Q^* بدست می‌آید و داریم $K^* = K_w = \pi D$ که کمبود هر مقداری را می‌تواند اختیار کند.

۶. اگر $\pi D = k_w$ و $\pi \neq 0$, $\hat{\pi} > 0$ در این حالت آنگاه $K^* = \sqrt{2ADh}$, $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$, $b^* = 0$.

* حالت خاص ۴ و این روابط خیلی مهم!

$$Q^* = Q_w \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \quad b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h}$$

$$I_{\max}^* = Q_w \times \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} = Q^* \times \left(\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}\right) = Q^* - b^*$$

$$K^* = K_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} = hI_{\max}^* = \hat{\pi}b^* \rightarrow \frac{h}{\hat{\pi}} = \frac{b^*}{I_{\max}^*}$$

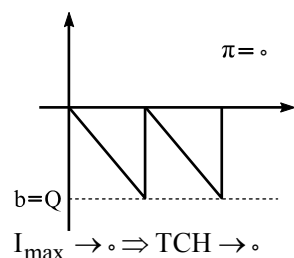
برای راحت‌تر حفظ کردن روابط می‌توان B را بصورت زیر قرار داد و روابط را ساده‌تر نوشت:

$$B = \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} \Rightarrow Q^* = \frac{Q_w}{B}, I_{\max}^* = Q_w B, K^* = k_w B, b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h}$$

۷. در این حالت $\hat{\pi}$ یک عدد ثابت است و $\pi = 0$ و $h \rightarrow \infty$

$$h \rightarrow \infty \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2DA}{\hat{\pi}}}, b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{\hat{\pi}}}$$

همان مدل EOQ که زیر محور قرار گرفته و داریم:



$$TCB = \hat{\pi} \frac{Q}{2} = \hat{\pi} \frac{b}{2}$$

$$K(Q) = \frac{AD}{Q} + \hat{\pi} \frac{Q}{2}$$

آنالیز حساسیت مقادیر Q^* , I_{\max}^* , K^* به شرح زیر می‌باشد:

$$Q^* = \sqrt{\frac{rDA}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{rDA}{h}} \times \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}} \quad \hat{\pi} \nearrow \Rightarrow Q^* \searrow \quad \hat{\pi} \searrow \Rightarrow Q^* \nearrow$$

$$K^* = \sqrt{rDAh} \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} = \frac{K_w}{\sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}}} \quad \hat{\pi} \nearrow \Rightarrow K^* \nearrow \quad \hat{\pi} \searrow \Rightarrow K^* \searrow$$

$$I_{\max} = Q^* - b^* = \sqrt{\frac{rDA}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} \quad \hat{\pi} \nearrow \Rightarrow I_{\max} \nearrow \quad \hat{\pi} \searrow \Rightarrow I_{\max} \searrow$$

وقتی مقدار $\hat{\pi}$ کاهش می‌یابد گویی از مدل ویلسون به سمت مدل کمبود می‌رویم مقدار سفارش اقتصادی و کمبود بهینه افزایش می‌یابد ولی هزینه‌ها و سطح موجودی ماکزیمم کاهش می‌یابد، ولی وقتی مقدار $\hat{\pi}$ افزایش می‌یابد گویی از مدل کمبود به سمت مدل ویلسون می‌رویم مقدار سفارش اقتصادی و کمبود بهینه کاهش می‌یابد ولی هزینه‌ها و سطح موجودی افزایش می‌یابد.

نکته: در مدل ویلسون گفته بودیم هزینه نگهداری با سفارش‌دهی در حالت بهینه برابر است الان در حالت کمبود دار می‌گوییم در حالت بهینه جمع هزینه‌های نگهداری و کمبود با هزینه سفارش‌دهی برابر است.

$$\text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه کمبود} = \text{هزینه سفارش‌دهی}$$

نکته: در مدل ویلسون بدون کمبود داریم:

$$\text{هزینه نگهداری (TCH)} = \text{هزینه سفارش‌دهی (TCA)}$$

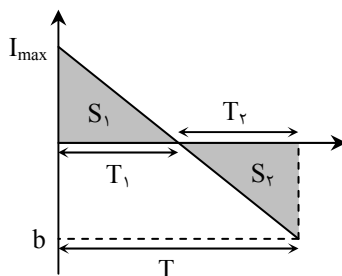
$$\frac{k^*}{2} = \frac{k^*}{2}$$

در مدل EOQ با مجاز بودن کمبود داریم:

$$\text{هزینه کمبود (TCB)} + \text{هزینه نگهداری (TCH)} = \text{هزینه سفارش‌دهی (TCA)}$$

$$\frac{k^*}{2} = \frac{k^*}{2}$$

و این $\frac{k^*}{2}$ باید به نسبت مشخصی بین هزینه کمبود (TCB) و هزینه نگهداری (TCH) تقسیم گردد. برای تعیین این نسبت به شکل زیر نگاه کنید.



با توجه به شکل مشخص است که در بالای محور موجودی نگهداری می‌شود و زیر محور نشان‌دهنده کمبود موجودی است. هنگامی که h افزایش پیدا می‌کند، هزینه نگهداری زیاد می‌شود و چون ما ترجیح می‌دهیم هزینه‌ها کم شوند به زیر محور حرکت می‌کنیم و در نتیجه مساحت S_p زیاد می‌شود.

با زیاد شدن مساحت S_p هزینه کمبود افزایش می‌یابد. نتیجه اینکه با زیاد شدن h هزینه کمبود هم زیاد شد. پس TCB متناسب با h تغییر می‌کند.

هنگامی که \hat{r} افزایش پیدا می‌کند، رفتار منطقی آن است که ما بیشتر موجودی نگهداری کنیم. با افزایش میزان موجودی که نگهداری می‌شود، طبیعتاً مساحت بالای محور (S_1) افزایش یافته و این موجب می‌شود تا TCH نیز افزایش یابد. نتیجه آنکه افزایش \hat{r} ، افزایش هزینه نگهداری را در پی خواهد داشت. یعنی TCH متناسب با \hat{r} تغییر می‌کند. با توجه به این توضیحات می‌توان گفت:

$$\frac{k^*}{r} = TCH + TCB$$

$$\frac{k^*}{r} = \left(\frac{\hat{r}}{\hat{r} + h}\right)TCH + \left(\frac{h}{\hat{r} + h}\right)TCB$$

و بر این اساس می‌توان نسبت‌های طلائی زیر را ارائه داد؛

$$\begin{aligned} TCH &\sim T_1 \sim \hat{r} \sim I_{\max} \\ + TCB &\sim T_p \sim h \sim b \end{aligned}$$

$$\frac{k^*}{r} \sim T \sim \hat{r} + h \sim Q$$

همچنین می‌توان گفت که توان دوم نسبت‌های فوق با مساحت‌های S_1 و S_p نیز متناسب است؛ یعنی:

$$(TCH \sim T_1 \sim \hat{r} \sim I_{\max})^2 \sim S_1$$

$$(TCB \sim T_p \sim h \sim b)^2 \sim S_p$$

نکته: اگر در روابط مدل ویلسون مقدار h را با $h\left(\frac{\hat{r}}{\hat{r} + h}\right)$ جایگزین کنیم، روابط مدل سفارش اقتصادی با مجاز بودن کمبود به دست می‌آید.

$$Q^* = \sqrt{\frac{rDA}{h\left(\frac{\hat{r}}{\hat{r} + h}\right)}} = \sqrt{\frac{rDA}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{r} + h}{\hat{r}}} \quad \text{افزایش نسبت به حالت ویلسون}$$

$$k^* = \sqrt{rDAh\left(\frac{\hat{r}}{\hat{r} + h}\right)} = \sqrt{rDAh} \times \sqrt{\frac{\hat{r}}{\hat{r} + h}} \quad \text{کاهش نسبت به حالت ویلسون}$$

۱۱۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

مثال: در مدل سفارش اقتصادی با کمبود، کمبود به صورت سفارش عقب افتاده و نسبت واحد

هزینه نگهداری به واحد هزینه کمبود برابر ۳ است کدام گزینه صحیح است؟ (سراسری ارشد - ۹۲)

(۱) حداکثر کمبود، ۳ برابر حداکثر موجودی است.

(۲) حداکثر موجودی $\frac{1}{3}$ مقدار سفارش است.

(۳) در $\frac{1}{3}$ از زمان، کمبود وجود ندارد.

(۴) حداکثر موجودی ۳ برابر حداکثر کمبود است.

حل: گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به رابطه بالا داریم:

$$\frac{b^*}{I_{\max}} = \frac{h}{\hat{\pi}} = 3 \Rightarrow b^* = 3I_{\max}^*$$

مثال: کارخانه‌ای برای سیستم موجودی خود مقادیر بهینه را به شرح زیر بدست آورده است، مقدار

سفارش اقتصادی در شرایط مجاز بودن کمبود بدست آورید؟ ($Q_w = 120$, $I_{\max} = 100$, $b^* = 44$)

$$I_{\max}^* = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} \Rightarrow 100 = 120 \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{100}{120}\right)^2 = \frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h} = 1 + \frac{h}{\hat{\pi}} \Rightarrow 1 + \frac{h}{\hat{\pi}} = 1/44 \Rightarrow \frac{h}{\hat{\pi}} = 0/44$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}} \quad \frac{h}{\hat{\pi}} = \frac{44}{100}$$

$$\Rightarrow Q^* = 120 \times \sqrt{1/44} = 120 \times 1/2 = 144$$

$$\Rightarrow I_{\max}^* = Q^* - b^* \Rightarrow 100 = Q^* - 44 \Rightarrow Q^* = 144$$

روابط r_y^* , r^* مانند مدل EOQ است که فقط به اندازه b^* به سمت پایین شیفت پیدا کرده است

یعنی از آن کسر می‌گردد.

$$r_y^* = DL - b^* \quad r^* = DL - mQ^* - b^*, \quad m = \left[\frac{L}{T} \right]$$

در چه صورت r^* منفی می‌شود؟

اگر $L' < T_p$ باشد r^* منفی گردد و اگر $L = m.T$ باشد داریم $r^* = -b^*$

نکته: مقایسه مدل کمبود پس افت با مدل EOQ به شرح زیر می‌باشد:

مدل EOQ	مدل EOQ در حالت کمبود پس افت	
Q_w	$<$	مقدار سفارش بهینه (Q^*)
Q_w	$>$	حداکثر موجودی بهینه (I_{\max})
$\frac{Q_w}{2}$	$>$	متوسط موجودی بهینه (\bar{I})
$h\bar{I}$	$>$	هزینه نگهداری سالیانه
$\sqrt{2DAh}$	$>$	کل هزینه متغیر سالیانه $K(Q^*)$

مثال: تقاضای کالای ۱۲,۰۰۰ واحد در سال است، کسری به صورت تقاضای عقب افتاده مجاز

است و مقدار بهینه هر بار سفارش و کسری هر دوره به ترتیب ۶۰۰ و ۲۱۰ واحد محاسبه شده

است اگر مدت زمان تحویل یک ماه باشد نقطه سفارش مجدد برابر است با: (سراسری ارزش - ۹۱)

(۱) ۱۹۰ (۲) ۳۹۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۱۰۰۰

حل: گزینه ۱ صحیح است.

$$Q^* = 600 \quad b^* = 210 \quad L = \frac{1}{12} \quad r^* = ?$$

$$m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{\frac{1}{12}}{\frac{Q}{D}} \right] = \left[\frac{\frac{1}{12}}{\frac{600}{12000}} \right]$$

$$r^* = LD - mQ^* - b^* \Rightarrow \frac{1}{12} \times 12,000 - 600 - 210 = 190$$

مثال: در مدل ساده موجودی که کمبود مجاز بوده و مقدار کمبود پس افت می‌شود، اطلاعات زیر در دسترس

است. هزینه کمبود هر واحد موجودی در سال برابر ۱۰۰ تومان و هزینه کمبود هر واحد موجودی برابر π

تومان است. اگر تقاضای سالیانه D واحد باشد و K_w هزینه بهینه سالیانه در صورت مجاز نبودن کمبود باشد

و رابطه $\pi D = 0.75 K_w$ را داشته باشیم به نظر شما کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری ارزش - ۸۸)

(۱) در جواب بهینه مقدار سفارش اقتصادی در هر دور از EOQ بیشتر است.

(۲) در جواب بهینه مقدار کمبود در یک دور برابر تقاضای سالیانه است.

(۳) در جواب بهینه مقدار کمبود در یک دور برابر مقدار سفارش است.

(۴) در جواب بهینه مقدار کمبود نامتناهی است.

حل: گزینه ۱ صحیح است.

$$\hat{\pi} = 100 \quad \pi D < K_w = \sqrt{2DAh} \Rightarrow Q^* = \frac{Q_w}{B} = Q_w \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

مثال: در مدل سفارش وقتی کمبود کالا جایز است، اگر هزینه کمبود وابسته به زمان ($\hat{\pi}$) به ازای کمبود هر واحد کالا بسیار ناچیز (تقریباً برابر صفر) باشد، مقدار کمبود در حالت بهینه چقدر خواهد بود؟
(سراسری ارشد - ۸۹)

- (۱) بستگی به موجودی در راه دارد. (۲) نامعین
(۳) برابر مقدار ذخیره ایمنی (۴) برابر با مقدار سفارش

حل: گزینه ۴ صحیح است.

مثال: در یک سیستم موجودی با نرخ تقاضای ثابت، در حالتی که کمبود موجودی مجاز نیست، میزان سفارش اقتصادی برابر ۴۰۰۰ تن و نقطه سفارش مجدد (بر مبنای موجودی در دست و سفارش در راه) برابر ۱۳،۰۰۰ تن محاسبه شده است. چنانچه کمبود مجاز باشد میزان اقتصادی سفارش ۸۰۰۰ تن محاسبه شده است. در این حالت نقطه سفارش مجدد (بر مبنای موجودی در دست و سفارش در راه) چقدر است؟
(سراسری ارشد - ۸۹)

- (۱) ۵۰۰۰ (۲) ۸۰۰۰ (۳) ۷۰۰۰ (۴) ۱۲،۰۰۰

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$r_y^* = 13,000 \quad Q^* = 8,000 \quad Q_w = 4,000 \quad r_y'^* = ?$$

$$Q^* = Q_w \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}} \Rightarrow 8,000 = 4,000 \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}} \Rightarrow 1 + \frac{h}{\hat{\pi}} = 4 \Rightarrow \frac{h}{\hat{\pi}} = 3$$

$$b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{3\hat{\pi} \times 8,000}{4\hat{\pi}} = 6,000 \Rightarrow r_y'^* = r_y^* - b \Rightarrow r_y'^* = 13,000 - 6,000 = 7,000$$

مثال: شرکتی کالایی را با نرخ ۱۰۰۰ واحد در سال تولید می‌کند ولی تقاضا برای این کالا ۱۵۰۰ واحد در سال است. چنانچه کمبود برای کالا مجاز بوده و برای جبران کمبودها، صدور سفارش خرید در فواصل زمانی مساوی از خارج شرکت مدنظر باشد و هزینه هر واحد کمبود موجودی در سال ۱۰ واحد پول و هزینه هر بار سفارش‌دهی ۱۰۰ واحد پول و هزینه نگهداری موجودی بی‌نهایت باشد مقدار اقتصادی سفارش خرید چقدر خواهد بود؟
(سراسری ارشد - ۹۱)

- (۱) ۷۱/۴ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۲/۴ (۴) ۲۱۲

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$\hat{\pi} = 10 \quad A = 100 \quad h \rightarrow \infty \quad Q^* = ?$$

تقاضا بیشتر از تولید به اندازه اختلافشون برون‌سپاری می‌شود.

$$D = 1500 \Rightarrow D_{\text{new}} = D - P = 500$$

$$P = 1000$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2A(D-P)}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 500}{10}} = 100$$

۲. مدل کمبود در حالت فروش از دست رفته

در این حالت کمبود مجاز و غیر قابل جبران می‌باشد و مابقی فرضیات مانند مدل EOQ می‌باشد.

هدف از این مدل تعیین مقدار سفارش بهینه و مقدار کمبود بهینه در هر دوره و همین‌طور تعیین

نقطه سفارش در جهت کمینه کردن هزینه‌ها می‌باشد.

$$\pi = \pi_0 + (S - C)$$

π : هزینه کمبود به ازای هر واحد اقتصادی از دست رفته که صرفاً به دلیل کمبود ایجاد شده

π : هزینه کمبود به ازای هر واحد کالا (هزینه‌هایی که صرفاً به دلیل کمبود ایجاد شده + سود از دست

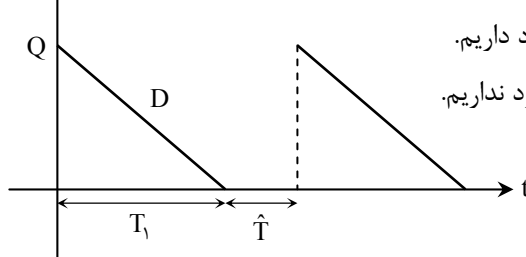
رفته به دلیل کمبود)

S: قیمت فروش

C: قیمت خرید

نحوه محاسبه روابط مقدار سفارش اقتصادی:

موجودی خالص



\hat{T} : مدت زمانی که در یک دوره کمبود داریم.

T_1 : مدت زمانی که در یک دوره کمبود نداریم.

اینجا هزینه‌های خرید جزء هزینه‌های متغیر است و قابل حذف نیست.

$$\left. \begin{array}{l} T = T_1 + \hat{T} \\ T_1 = \frac{Q}{D} \end{array} \right\} \rightarrow T = \frac{Q}{D} + \hat{T} \rightarrow T = \frac{Q + D\hat{T}}{D} \quad \frac{1}{T} = \frac{D}{Q + D\hat{T}}$$

$$\text{هزینه یک دوره} : A + \frac{hQT_1}{\gamma} + CQ + \pi D\hat{T}$$

$$\text{هزینه سالیانه} : \frac{AD}{Q + D\hat{T}} + \frac{hQ^{\gamma}}{\gamma(Q + D\hat{T})} + \frac{CDQ}{Q + D\hat{T}} + \frac{\pi D^{\gamma}\hat{T}}{Q + D\hat{T}}$$

$$\frac{d_{\text{cost}}}{dQ} = 0 \quad Q^* = \frac{\pi D \pm \sqrt{(\pi D)^{\gamma} - \gamma ADh}}{h}$$

$$\frac{d_{\text{cost}}}{dT} = 0 \quad \hat{T}^* = \frac{\pi D \pm \sqrt{(\pi D)^{\gamma} - \gamma ADh}}{h}$$

الگوریتم حل مدل:

$$۱. \pi D > \sqrt{\gamma DAh} \Rightarrow Q^* = Q_w \quad k^* = k_w \quad \hat{T}^* = 0$$

$$۲. \pi D = \sqrt{\gamma DAh} \Rightarrow Q^* = Q_w = \frac{\pi D}{h} \quad \hat{T}^* = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \quad \text{هر عددی می‌تواند اختیار کند} \\ \text{some number}$$

$$۳. \pi D < \sqrt{\gamma DAh} \Rightarrow \hat{T}^* = \infty \quad \text{سیستم موجودی نداریم}$$

خلاصه داریم:

۱. اگر $\pi D \geq k_w$: مدل تبدیل به حالت ویلسون می‌گردد و $\hat{T}^* = 0$ ، $k^* = k_w$ ، $Q^* = Q_w$ می‌باشد.
 ۲. اگر $\pi D < k_w$: سیستم نگهداری موجودی نداریم یعنی $\hat{T}^* = \infty$ ، $k^* = \pi D$ ، $Q^* = 0$ می‌باشد.
- یعنی در وضعیت اقتصادی در حالت فروش از دست رفته برای کمینه کردن هزینه‌ها یا سیستم نگهداری موجودی نداریم یا اگر سیستم موجودی داشته باشیم به مدل EOQ بدون کمبود تبدیل می‌شود.

نکته: پس برای مقدار $\hat{T} = 0$ or ∞ می‌باشد یعنی در حالت قطعی عدد نمی‌تواند بگیرد.

نکته: در این مدل همواره $b^* = 0$ می‌باشد.

نکته: در رابطه با r^* ، r_y^* می‌توان گفت: در صورتیکه که در حالت ۱ باشیم داریم $m = \left[\frac{L}{T} \right]$ و در حالت ۲ سیستم موجودی نداریم. $r_y^* = DL$ ، $r^* = DL - mQ^*$

نکته: در صورتی که $\pi D = k_w$ باشد داریم: $Q^* = \frac{\pi D}{h} = \sqrt{\frac{\gamma DAh}{h^{\gamma}}} = \sqrt{\frac{\gamma AD}{h}} = Q_w$

مثال: در یک مدل ساده قطعی که در آن کسری به صورت فروش از دست رفته مجاز شده است:

- (۱) با کاهش هزینه هر بار سفارش‌دهی ممکن است مقدار سفارش بهینه کمتر شود. (سراسری ارشر - ۸۶)
- (۲) با کاهش هزینه هر بار سفارش‌دهی ممکن است مقدار سفارش بهینه بیشتر شود.
- (۳) با کاهش هزینه هر بار سفارش‌دهی حتماً مقدار سفارش کاهش پیدا خواهد کرد.
- (۴) موارد ۱ و ۲

حل: گزینه ۴ صحیح است.

$$۱. \pi D \geq \sqrt{2DAh} \rightarrow Q^* = Q_w = \sqrt{\frac{2DA}{h}}$$

$$۲. \pi D < \sqrt{2DAh} \rightarrow Q^* = 0$$

در صورتی که در حالت ۱ قرار داشته باشیم با کاهش A مقدار Q^* کاهش می‌یابد در صورتی که در حالت ۲ باشیم با کاهش A ممکن است به حالت ۱ برویم در این صورت مقدار Q^* از صفر به Q_w افزایش می‌یابد.

مثال: کدام یک از عبارات‌های زیر غلط است؟ (سراسری ارشر - ۸۵)

- (۱) اگر در سیستمی کسری مجاز شوند هزینه نگهداری سالانه افزایش پیدا نخواهد کرد.
- (۲) اگر در سیستمی کسری به صورت تقاضای عقب افتاده مجاز شود هزینه کل سیستم ممکن است کاهش پیدا کند.
- (۳) اگر در سیستمی کسری به صورت فروش از دست رفته مجاز شود هزینه کل سیستم کاهش پیدا خواهد کرد.
- (۴) اگر در سیستمی کسری به صورت تقاضای عقب افتاده مجاز شود و هزینه‌های کسری مستقل از زمان، صفر و هزینه‌های کسری وابسته به زمان مخالف ∞ باشد هزینه کل سیستم حتماً کاهش پیدا خواهد کرد.

حل: گزینه ۳ صحیح است.

در فروش از دست رفته یا سیستم موجودی نداریم یا اگر باشه ویلسون است پس کاهش نداریم.

مثال: مقدار سفارش اقتصادی در شرایط ویلسون ۴۰۰ بوده و بعد از مجاز شدن کمبود به ۶۰۰ واحد رسیده است درصد اوقاتی که سیستم با کمبود روبروست را بدست آورید؟

$$Q_w = 400 \Rightarrow Q^* = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \rightarrow 600 = 400 \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \Rightarrow \frac{h}{\hat{\pi}} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{T_r}{T} \times 100 = \frac{\frac{b^*}{D}}{\frac{Q^*}{D}} = \frac{b^*}{Q^*} \frac{h Q^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{h}{\hat{\pi} + h} \times 100 \Rightarrow \frac{\frac{5}{4} \hat{\pi}}{\frac{9}{4} \hat{\pi}} \times 100 = \frac{5}{9} \times 100$$

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. مقدار سفارش بهینه در زمانی که کمبود کالا جایز باشد در مقایسه با زمانی که کمبود کالا جایز نباشد:

(سراسری ۷۲ و ۸۲)

- (۱) بیشتر است. (۲) کمتر است. (۳) برابر است. (۴) غیر قابل مقایسه است.

۲. مصرف سالیانه مواد اولیه در شرکت تولیدی ۲۰۰۰ تن و هزینه سفارش‌دهی آن برابر ۲۰۰۰ تومان و قیمت هر تن از این مواد ۱۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر تن ۵/۰ تومان در ماه و هزینه های بیمه و آتش سوزی و ... برابر ۲ درصد متوسط موجودی‌ها در سال می‌باشد، اگر هزینه کمبود هر تن از این مواد ۴ تومان باشد مقدار سفارش اقتصادی این کالا برابر است با:

(سراسری ۷۴)

- (۱) ۱۰۰۰ تن (۲) ۲۰۰۰ تن (۳) $1000\sqrt{3}$ تن (۴) $2000\sqrt{3}$ تن

۳. افزایش نقطه سفارش مجدد باعث می‌گردد:

(سراسری ۷۵)

- (۱) مقدار سفارش کاهش یابد. (۲) هزینه‌های نگهداری افزایش یابد.
(۳) هزینه‌های کسری افزایش یابد. (۴) هر سه مورد فوق

۴. واحد هزینه مواجهه با کسری (کمبود) را با نماد C_s نشان می‌دهیم. در صورتی که مواجهه با کسری مجاز نباشد، در مدل‌های کنترل موجودی خواهیم داشت:

(سراسری ۷۵)

- (۱) $0 \leq C_s < \infty$ (۲) $C_s = \infty$ (۳) $C_s = 0$ (۴) $C_s > 0$

۵. در صورتی که کمبود کالا مجاز و قابل جبران باشد، حداکثر فضای لازم جهت نگهداری این کالا نسبت به حالتی که کمبود مجاز نباشد:

(سراسری ۷۶)

- (۱) ثابت است. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) کاهش می‌یابد. (۴) قابل پیش‌بینی نیست.

۶. کمبود کالایی مجاز و قابل جبران است با افزایش هزینه‌های کمبود، مقدار سفارش اقتصادی این کالا: (سراسری ۷۷)

- (۱) ثابت باقی می‌ماند. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) کاهش می‌یابد. (۴) قابل پیش‌بینی نیست.

۷. تقاضای سالانه قطعه‌ای ۸۰۰۰ واحد، هزینه سفارش ۳۰ واحد پولی و هزینه نگهداری سالانه هر قطعه برابر ۳ واحد پولی می‌باشد. اگر کمبود مجاز باشد و هزینه هر قطعه‌ای که با تأخیر تحویل می‌شود برابر ۱ واحد پولی در سال محاسبه شود، معین کنید هزینه متغیر سالانه این قطعه (هزینه نگهداری + هزینه سفارش‌دهی + هزینه کمبود) به کدام مقدار زیر نزدیکتر است؟ (سراسری ۷۷)

- (۱) ۶۰۰ واحد پولی (۲) ۸۰۰ واحد پولی (۳) ۹۰۰ واحد پولی (۴) ۷۰۰ واحد پولی

۸. مقدار سفارش کالایی در دو حالت کمبود و عدم کمبود برای شرایطی که هزینه کمبود هر واحد

محصول به اندازه زیادی افزایش می‌یابد، در این صورت مقدار سفارش اقتصادی ... (سراسری ۷۸)

(۱) در حالت کمبود به مقدار سفارش اقتصادی در حالت عدم کمبود نزدیک تر می‌شود.

(۲) در حالت کمبود از مقدار سفارش اقتصادی در حالت عدم کمبود خیلی بیشتر می‌شود.

(۳) در حالت کمبود از مقدار سفارش اقتصادی در حالت عدم کمبود خیلی کمتر می‌شود.

(۴) هیچ‌کدام

۹. اگر تقاضای سالیانه محصولی R، هزینه نگهداری سالیانه هر واحد H و هزینه هر بار سفارش‌دهی C

باشد و ضمناً کمبود مجاز و هزینه سالیانه هر واحد کمبود برابر K باشد. اگر بخواهیم مقدار سفارش

اقتصادی ۲ برابر حداکثر موجودی باشد چه رابطه‌ای باید بین هزینه نگهداری سالیانه (H) و هزینه

کمبود سالیانه (K) برقرار باشد؟ (سراسری ۷۹)

$$H = \frac{1}{2} K \quad (1) \quad H = K \quad (2) \quad H = \frac{3}{4} K \quad (3) \quad H = 2K \quad (4)$$

۱۰. یک قطعه خریداری شده دارای نرخ تقاضای سالیانه ۷۰۰۰ واحد است. هزینه ثابت سفارش ۱۰۰

تومان بوده و هزینه هر واحد ۸ تومان است. نرخ هزینه نگهداری موجودی سالیانه ۱/۱۰ است. کمبود

موجودی مجاز بوده و به صورت سفارشات تأخیر شده در می‌آیند. هزینه سالیانه هر واحدی که به

تأخیر می‌افتد ۳ تومان است. اندازه انباشته اقتصادی و تعداد بهینه سفارشات تأخیر شده هر سیکل

به ترتیب کدام است؟ (سراسری ۸۰)

$$\begin{aligned} S^* = 0, Q^* = 1322 \quad (2) & \quad S^* = 313, Q^* = 1489 \quad (1) \\ S^* = 927, Q^* = 1174 \quad (4) & \quad S^* = 1175, Q^* = 1489 \quad (3) \end{aligned}$$

۱۱. کمبود کالایی مجاز اما غیر قابل جبران است (فروش از دست رفته) با افزایش هزینه‌های کمبود

این کالا چه تغییری در وضعیت موجودیها خواهد آمد؟ (سراسری ۸۰)

(۱) مقدار سفارش و کمبود هر دو افزایش اما حداکثر موجودی انبار کاهش می‌یابد.

(۲) مقدار سفارش و حداکثر موجودی انبار هر دو ثابت باقی خواهند ماند.

(۳) مقدار سفارش و کمبود هر دو افزایش می‌یابند اما حداکثر موجودی انبار ثابت باقی خواهد ماند.

(۴) مقدار سفارش افزایش اما حداکثر موجودی انبار و میزان کمبود هر دو کاهش می‌یابند.

۱۲. اگر تقاضای سالیانه محصولی R ، هزینه سفارش‌دهی C و هزینه انبارداری H و هزینه کمبود هر واحد کالا در سال K باشد و مقدار سفارش اقتصادی با فرض کمبود موجودی مجاز برابر Q باشد، اگر هزینه کمبود به دو برابر افزایش یابد ($2K$) به شرط آنکه سایر عوامل ثابت باشد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟ (سراسری ۸۰)

(۱) مقدار حداکثر موجودی کاهش می‌یابد. (۲) مقدار سفارش اقتصادی تغییری نمی‌کند.

(۳) مقدار حداکثر موجودی تغییری نمی‌کند. (۴) مقدار سفارش اقتصادی کاهش می‌یابد.

۱۳. یک قطعه خریداری شده دارای نرخ تقاضای سالیانه ۴۰۰۰ واحد است. هزینه ثابت سفارش ۶۰ تومان بوده و هزینه هر واحد ۴ تومان می‌باشد. نرخ هزینه نگهداری موجودی سالیانه ۱۵٪ است. کمبود موجودی مجاز بوده و به صورت سفارشات تأخیر شده در می‌آیند. هزینه سالیانه هر واحدی که به تأخیر می‌افتد ۱ تومان است. اندازه انباشته اقتصادی و تعداد بهینه سفارشات تأخیر شده هر سیکل کدام یک از موارد زیر است؟ (سراسری ۷۸ و ۸۱)

$$Q^* = 1131 \text{ و } S^* = 424 \quad (2) \quad Q^* = 1252 \text{ و } S^* = 478 \quad (1)$$

$$Q^* = 1081 \text{ و } S^* = 418 \quad (4) \quad Q^* = 1304 \text{ و } S^* = 508 \quad (3)$$

۱۴. در یک سیستم موجودی، تقاضا برای قطعه‌ای با نرخ ثابت و سالانه برابر ۵۶۰۰ قطعه می‌باشد. برای این قطعه با سیاست عدم کمبود موجودی، اندازه سفارش اقتصادی برابر ۴۰۰ واحد محاسبه شده است. اکنون با این سیاست که کمبود موجودی مجاز می‌باشد اندازه سفارش اقتصادی برابر ۵۶۰ واحد محاسبه گردیده است. برای حالت اخیر (مجاز بودن کمبود) نقطه سفارش مجدد را بر حسب موجودی در دست محاسبه و مشخص کنید به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (زمان تدارک (سفارش تا تحویل) دو ماه می‌باشد و از هزینه ثابت کمبود موجودی صرف نظر شده است). (سراسری ۸۱)

$$(1) 100 \text{ واحد} \quad (2) 160 \text{ واحد} \quad (3) 200 \text{ واحد} \quad (4) 280 \text{ واحد}$$

۱۵. تقاضای سالیانه محصولی برابر R ، هزینه نگهداری سالیانه هر واحد محصول H ، هزینه هر بار سفارش‌دهی برابر C ، کمبود موجودی مجاز و هزینه سالیانه هر واحد کمبود $\frac{1}{3}$ هزینه نگهداری سالیانه هر واحد محصول است. اگر هر بار به تعداد Q^* سفارش داده شود، ماکزیمم سطح موجودی (V) در انبار چقدر خواهد بود؟ (از هزینه ثابت کمبود صرف نظر شده است). (سراسری ۸۱)

$$V = \frac{Q^*}{2} \quad (1) \quad V = \frac{4HQ^*}{3} \quad (2) \quad T = \frac{HQ^*}{4} \quad (3) \quad V = \frac{Q^*}{4} \quad (4)$$

۱۶. در یک مدل موجودی قطعی اگر هزینه نگهداری بسیار زیاد (∞) و هزینه کسری برابر ۱۰ واحد پول به ازای هر واحد کسری در سال باشد. همچنین هزینه هر بار سفارش ۲۰۰ واحد پول و تقاضا ۱۰۰۰ واحد در سال باشد، مقدار اقتصادی هر بار سفارش چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۲ و مشابه سراسری ۸۴)

(۱) ۲۰۰ واحد کالا

(۲) ۵۰۰ واحد کالا

(۳) ۱۰۰۰ واحد کالا

(۴) سیستم موجودی در حالت بهینه وجود نخواهد داشت. (صفر واحد کالا)

۱۷. کمبود کالایی مجاز و قابل جبران است. با کاهش هزینه‌های کمبود، مقدار سفارش اقتصادی و حجم مورد نیاز جهت نگهداری این کالا به ترتیب:

(سراسری ۸۲)

(۱) افزایش و افزایش می‌یابد. (۲) کاهش و افزایش می‌یابد.

(۳) افزایش و کاهش می‌یابد. (۴) کاهش و کاهش می‌یابد.

۱۸. در یک مدل موجودی قطعی که در آن کسری مجاز است با در نظر گرفتن پارامترهای زیر:

π : هزینه یک واحد کسری

D: تقاضای سالیانه

K_w : می‌نیمم هزینه وقتی مقدار سفارش از رابطه EOQ بدست می‌آید.

(سراسری ۸۲)

خواهیم داشت:

(۱) در هر دو حالت تقاضای پس‌افت و فروش از دست رفته اگر $\pi D < K_w$ باشد، سیستم موجودی وجود نخواهد داشت.

(۲) در هر دو حالت تقاضای پس‌افت و فروش از دست رفته اگر $\pi D > K_w$ باشد، جواب بهینه فقط با مدل موجودی بدون کسری به دست می‌آید.

(۳) در حالت تقاضای پس‌افت اگر $\pi D > K_w$ باشد، سیستم موجودی وجود نخواهد داشت.

(۴) در حالت فروش از دست رفته اگر $\pi D > K_w$ باشد، سیستم موجودی وجود نخواهد داشت.

۱۹. در مدل سفارش اقتصادی وقتی کمبود مجاز است، اگر تقاضای سالیانه D، مقدار سفارش اقتصادی Q، حداکثر موجودی و L مدت زمان تحویل بر حسب سال باشد، نقطه سفارش بر حسب

(سراسری ۸۳)

موجودی‌های در دست و راه (B) از چه رابطه‌ای تبعیت می‌کند؟

$$B = DL - (Q^* - V) \quad (۲) \quad B = DL \quad (۱)$$

$$B = DL + \frac{Q^*}{V} \quad (۴) \quad B = DL + (Q^* - V) \quad (۳)$$

۱۲۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۲۰. مدل مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) را در نظر بگیرید. حال فرض کنید کمبود کالا مجاز و قابل جبران باشد و هزینه کمبود تنها به صورت (وابسته به زمان) محاسبه شود. در این صورت به ترتیب مقدار بهینه (سفارش اقتصادی، حداکثر فضای انبار مورد نیاز، متوسط هزینه کل سالانه) نسبت به زمانی که کمبود مجاز نباشد:

- (۱) به ترتیب (بیشتر، کمتر، کمتر) است. (۲) به ترتیب (کمتر، بیشتر، بیشتر) است.
(۳) به ترتیب (بیشتر، بیشتر، کمتر) است. (۴) به ترتیب (بیشتر، کمتر، بیشتر) است.

۲۱. مدل مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) را در نظر بگیرید. فرض کنید کمبود مجاز ولی قابل جبران نباشد، در این صورت به ترتیب مقدار بهینه (سفارش اقتصادی، حداکثر فضای انبار مورد نیاز، متوسط هزینه کل سالانه) نسبت به زمانی که کمبود مجاز نباشد:

- (۱) به ترتیب (بیشتر، کمتر، کمتر) است.
(۲) به ترتیب (کمتر، بیشتر، بیشتر) است.
(۳) به ترتیب (بیشتر، کمتر، بیشتر) است.
(۴) در صورت داشتن سیستم موجودی، مقادیر بهینه مذکور نسبت به زمانی که کمبود مجاز نباشد با هم برابر خواهند بود.

۲۲. کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد مدل ساده قطعی که در آن کمبود مجاز بوده و مقدار کمبود پس‌افت می‌شود صحیح است؟

- (۱) نقطه سفارش بدون احتساب مقدار کمبود محاسبه می‌شود.
(۲) نقطه سفارش فقط مقادیر مثبت را به خود اختصاص می‌دهد.
(۳) نقطه سفارش می‌تواند مقادیر منفی را هم به خود اختصاص دهد.
(۴) نقطه سفارش بستگی به کسری از زمان دارد که سیستم خالی از موجودی است.

۲۳. در مدل ساده قطعی که کمبود موجودی مجاز بوده و مقدار کمبود پس‌افت می‌شود کدامیک از گزینه‌های زیر

- صحیح است؟ (π هزینه ثابت یک واحد کمبود کالا و $\hat{\pi}$ هزینه کمبود یک واحد کالا در واحد زمان) (سراسری ۸۴)
- (۱) وقتی هزینه کمبود یک واحد موجودی برابر صفر است ($\pi = 0$)، آنگاه مقدار بهینه کمبود برابر صفر است.
(۲) وقتی هزینه کمبود یک واحد موجودی برابر صفر است ($\pi = 0$)، آنگاه در حالت بهینه مقداری کمبود وجود دارد.
(۳) وقتی هزینه کمبود یک واحد موجودی برابر صفر است ($\pi = 0$)، آنگاه مقدار بهینه کمبود برابر بی‌نهایت است.
(۴) وقتی هزینه کمبود یک واحد موجودی برابر صفر است ($\pi = 0$)، آنگاه نگهداری موجودی و داشتن سیستم موجودی بهینه نمی‌باشد.

۲۴. کدام یک از عبارت‌های زیر غلط است؟

(سراسری ۸۵)

- (۱) اگر در سیستمی کسری مجاز شود هزینه نگهداری سالانه افزایش پیدا نخواهد کرد.
- (۲) اگر در سیستمی کسری به صورت تقاضای عقب افتاده مجاز شود، هزینه کل سیستم ممکن است کاهش پیدا کند.
- (۳) اگر در سیستمی کسری به صورت فروش از دست رفته مجاز شود، هزینه کل سیستم کاهش پیدا خواهد کرد.
- (۴) اگر در سیستمی کسری به صورت تقاضای عقب افتاده مجاز شود و هزینه‌های کسری مستقل از زمان، صفر و هزینه‌های کسری وابسته به زمان مخالف ∞ باشد هزینه کل سیستم حتماً کاهش پیدا خواهد کرد.

۲۵. در یک مدل ساده قطعی که در آن کسری به صورت فروش از دست رفته مجاز شده است: (سراسری ۸۶)

- (۱) با کاهش هزینه هر بار سفارش‌دهی ممکن است مقدار سفارش بهینه کمتر شود.
- (۲) با کاهش هزینه هر بار سفارش‌دهی ممکن است مقدار سفارش بهینه بیشتر شود.
- (۳) با کاهش هزینه هر بار سفارش‌دهی حتماً مقدار سفارش کاهش پیدا خواهد کرد.
- (۴) موارد ۱ و ۲

۲۶. در مدل تقاضای پس افت که مقدار کمبود با تأخیر برآورده می‌شود، در صورتی که هزینه‌های کمبود افزایش پیدا کند، کدام مورد در ارتباط با حجم مورد نیاز برای نگهداری کالا در انبار صحیح است؟ (سراسری ۸۸)

- (۱) کاهش می‌یابد.
- (۲) تغییر پیدا نمی‌کند.
- (۳) افزایش می‌یابد.
- (۴) بسته به سایر پارامترهای مسئله قابل تغییر است.

۲۷. در مدل ساده موجودی که کمبود مجاز بوده و مقدار کمبود پس افت می‌شود اطلاعات زیر در دسترس است. هزینه کمبود هر واحد موجودی در سال برابر ۱۰۰ تومان و هزینه کمبود هر واحد موجودی برابر π تومان است. اگر تقاضای سالیانه D واحد باشد و k_w هزینه بهینه سالیانه در صورت مجاز نبودن کمبود باشد و رابطه $\pi D = 0.75 K_w$ را داشته باشیم به نظر شما کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری ۸۸)

- (۱) در جواب بهینه مقدار سفارش اقتصادی در هر دور از EOQ بیش‌تر است.
- (۲) در جواب بهینه مقدار کمبود در یک دور برابر تقاضای سالیانه است.
- (۳) در جواب بهینه مقدار کمبود در یک دور برابر مقدار سفارش است.
- (۴) در جواب بهینه مقدار کمبود نامتناهی است.

۱۲۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۲۸. در یک سیستم موجودی با نرخ تقاضای ثابت، در حالتی که کمبود موجودی مجاز نیست، میزان سفارش اقتصادی برابر ۴۰۰۰ تن و نقطه سفارش مجدد (بر مبنای موجودی در دست و سفارش در راه) برابر ۱۳۰۰۰ تن محاسبه شده است. چنانچه کمبود مجاز باشد میزان اقتصادی سفارش ۸۰۰۰ تن محاسبه شده است. در این حالت نقطه سفارش مجدد (بر مبنای موجودی در دست و سفارش در راه) چقدر است؟ (سراسری ۸۹ و مشابه سراسری ۷۸)

(۱) ۵۰۰۰ (۲) ۸۰۰۰ (۳) ۷۰۰۰ (۴) ۱۲۰۰۰

۲۹. در مدل سفارش اقتصادی وقتی کمبود کالا جایز است، اگر هزینه کمبود وابسته به زمان ($\hat{\pi}$) به ازای کمبود هر واحد کالا بسیار ناچیز (تقریباً برابر صفر) باشد، مقدار کمبود در حالت بهینه چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۹)

(۱) بستگی به موجودی در راه دارد. (۲) نامعین
(۳) برابر مقدار ذخیره ایمنی (۴) برابر با مقدار سفارش

۳۰. تقاضای کالایی ۱۲۰۰۰ واحد در سال است، کسری به صورت تقاضای عقب افتاده مجاز است و مقدار بهینه هر بار سفارش و کسری هر دوره به ترتیب ۶۰۰ و ۲۱۰ واحد محاسبه شده است، اگر مدت زمان تحویل ۱ ماه باشد نقطه سفارش مجدد برابر است با: (سراسری ۹۱)

(۱) ۱۹۰ (۲) ۳۹۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۱۰۰۰

۳۱. در مدل سفارش اقتصادی با کمبود، کمبود به صورت سفارش عقب افتاده و نسبت واحد هزینه نگهداری به واحد هزینه کمبود برابر ۳ است. کدام گزینه صحیح است؟ (سراسری ۹۲)

(۱) حداکثر کمبود، ۳ برابر حداکثر موجودی است. (۲) حداکثر موجودی، $\frac{1}{3}$ مقدار سفارش است.
(۳) در $\frac{1}{3}$ از زمان، کمبود وجود ندارد. (۴) حداکثر موجودی، ۳ برابر حداکثر کمبود است.

پاسخ‌های تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۱ ☺

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}}$$

$$\Rightarrow Q^* = Q_w \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}} \Rightarrow Q_w \text{ در عددی بزرگتر از یک ضرب شده}$$

پس مقدار سفارش اقتصادی در حالت کمبود همان مقدار سفارش ویلسون است که در عددی بزرگتر از یک ضرب شده پس مقداری بزرگتر از Q_w دارد.

۲. گزینه صحیح ندارد ☺

این سوال یک ایرادی دارد به این صورت که ما الان در حالت $\pi \neq 0$ و $\hat{\pi} = 0$ قرار داریم پس با محاسبه هزینه‌ها:

$$D = 2000 \quad A = 2000 \quad C = 100 \quad i = 0.02$$

$$h_1 = 0.5 \text{ تومان در سال} = 0.5 \times 12 = 6$$

$$h = h_1 + h_2 = 6 + 0.02 \times 100 = 6 + 2 = 8$$

$$k_w = \sqrt{2ADh} = \sqrt{2 \times 2000 \times 2000 \times 8} = 8000$$

$$\pi D = 4 \times 2000 = 8000$$

در این حالت مقدار کمبود و مقدار سفارش‌دهی سالیانه تأثیری در هزینه سیستم ندارد و هر مقداری سفارش داده شود هزینه سیستم برابر πD که برابر با k_w است خواهد بود.

اگر فرض کنیم منظور طراح $\hat{\pi} = 4$ (هزینه کمبود وابسته به زمان) بوده پس:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 2000}{8}} \times \sqrt{\frac{4 + 8}{4}} = 1000\sqrt{3}$$

که در گزینه‌ها نیز می‌باشد.

۳. گزینه ۲ ☺

اگر r افزایش پیدا کند طبق فرمولش $r = DL - mQ - b$ یا D یا L افزایش یافته یا Q یا b کاهش یافته.

حالا حالت‌های بالا رو تحلیل می‌کنیم:

۱- اگر L تغییر کند روی هیچ پارامتری به جزء نقطه سفارش تأثیرگذار نیست.

۲- اگر D تغییر کند (اینجا افزایش) به طبع Q^* هم افزایش می‌یابد.

افزایش Q^* باعث افزایش هزینه‌های نگهداری می‌شود ($T_{Ch} = h \frac{Q^*}{p}$) (گزینه ۲)

۳- کاهش b باعث کاهش هزینه‌های کمبود می‌شود.

پس طبق توضیحات و تحلیل بالا گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۲ ☺

در مدل‌های تحقیق در عملیاتی قبلاً هم چند بار بهش اشاره کردیم اگر نخواهیم به پارامتری برخورد کنیم یعنی مثلاً اینجا نخواهیم کمبود داشته باشیم باید هزینه آن را بی‌نهایت قرار دهیم.

گزینه ۳ ☺

مدل EOQ	مدل EOQ با مجاز بودن کمبود
$I_{\max} = Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$	$I_{\max} = Q^* - b = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}}$ $= Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}}$

اگر بررسی کنیم با همان فرمول $Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}}$ متوجه می‌شویم که همان I_{\max} مربوط به مدل EOQ در عددی بین ۰ و ۱ ضرب شده پس مقدارش کوچکتر خواهد شد.

گزینه ۴ ☺

این جور سوالات رو بیاین با تحلیل حل کنید تا الان طبق سوالی قبل و همچنین متن کتاب داشتیم که مقدار سفارش اقتصادی در حالت کمبود نسبت به حالت عدم کمبود بزرگتر می‌باشد. حالا اگر هزینه مربوط به کمبود افزایش یابد ما آرام آرام به سمت مدل بدون کمبود حرکت می‌کنیم یعنی همان ویلسون پس مقدار سفارش کاهش خواهد یافت.

گزینه ۱ ☺

طبق اطلاعات سوال:

$$D = 8000 \quad A = 30 \quad h = 3 \quad \hat{\pi} = 1$$

$$k^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} = \sqrt{2 \times 8000 \times 30 \times 3} \times \sqrt{\frac{1}{1+3}} = 600$$

گزینه ۸ ☺

این سوال رو هم باید طبق تحلیل سوال ۶ سریع حل کنیا!!

داره می‌گه که هزینه کمبود اگر میل کند به سمت بی‌نهایت چه اتفاقی می‌افتد؟ خب ما گفتیم که اگر مقدار یک پارامتر به سمت بی‌نهایت برود چون از جنس هزینه می‌باشد ما تمایلی به مقدار دادن به آن نداریم. پس اینجا با میل کردن هزینه کمبود به سمت بی‌نهایت ما به مدل ویلسون نزدیک می‌شویم. پس گزینه ۱ جواب مسأله خواهد بود.

😊 **گزینه ۲**

$$Q^* = rI_{\max} \rightarrow Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = rQ_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}}$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}} = \frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h} \Rightarrow \sqrt{\hat{\pi}} = (\hat{\pi} + h)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\hat{\pi}} = \hat{\pi} + h \Rightarrow \hat{\pi} = h$$

$$h = H, \quad \hat{\pi} = k \Rightarrow H = k$$

😊 **گزینه ۱۰**

از اطلاعات سوال داریم:

$$D = 7000 \quad A = 100 \quad C = 8 \quad i = 0.1 \quad \hat{\pi} = 3$$

$$h = ic = 0.1 \times 8 = 0.8$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{rAD}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 7000 \times 100}{0.8}} \times \sqrt{\frac{3 + 0.8}{3}} = 1488.8$$

$$b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{0.8 \times 1488.8}{3 + 0.8} = 313.4$$

😊 **گزینه صحیح ندارد**

در حالت فروش از دست رفته ما یا سیستم موجودی نداریم و یا اگر داریم همان مدل ویلسون می‌باشد. پس دو حالت داریم:

- ۱- سیستم موجودی نداریم. در این حالت یعنی $\pi D < k_w$ شده پس افزایش هزینه کمبود می‌تواند باعث شود که $k_w < \pi D$ و سیستم موجودی همان سیستم سفارش اقتصادی شود پس مقدار سفارش اقتصادی افزایش و حداکثر موجودی نیز افزایش می‌یابد.
- ۲- سیستم موجودی داریم: در این حالت یعنی $\pi D > k_w$ می‌باشد. پس افزایش هزینه‌های کمبود هیچ تأثیری روی مدل ندارد.

😊 **گزینه ۱۲**

اگر همان تحلیل سوالی قبل رو بلد باشی می‌توانی این را هم به راحتی جواب بدی گفته هزینه کمبود افزایش پیدا کند.

۱۲۶ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

پس ما از حالت مدل سفارشی اقتصادی دارای کمبود به مدل سفارشی اقتصادی بدون کمبود (ویلسون) حرکت می کنیم پس مقدار سفارش اقتصادی کاهش می یابد.

۱۳. گزینه ۲ ☺

از اطلاعات سوال داریم:

$$h = ic = 0.15 \times 4 = 0.6 \quad D = 4000 \quad A = 60 \quad \hat{\pi} = 4$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 60}{0.6}} \times \sqrt{\frac{1 + 0.6}{1}} = 1131.4$$

$$b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{0.6 \times 1131.4}{1 + 0.6} = 424.3$$

۱۴. گزینه ۱ ☺

$$D = 5600 \quad Q_w = 400 \quad Q^* = 560 \quad L = 2 \text{ ماه}$$

$$Q^* = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \Rightarrow \frac{Q^*}{Q_w} = \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \Rightarrow \frac{560}{400} = \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5} = \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \Rightarrow \frac{49}{25} = \frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}} \Rightarrow 49\hat{\pi} = 25\hat{\pi} + 25h \Rightarrow 24\hat{\pi} = 25h$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{560}{5600} = 0.1 \text{ سال} \quad L = 2 \text{ ماه} = 0.16 \text{ سال}$$

$$L > T \Rightarrow r = DL - mQ - b \quad m = \left[\frac{0.16}{0.1} \right] = 1$$

$$b = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{\frac{24}{25}\hat{\pi}Q^*}{\frac{24}{25}\hat{\pi} + \frac{25}{25}\hat{\pi}} = \frac{24}{49}Q^* = \frac{24}{49}560 = 274.3$$

$$\Rightarrow r = 5600 \times \frac{2}{12} - 1 \times 560 - 274.3 = 99.7$$

۱۵. گزینه ۴ ☺

$$b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{hQ^*}{\frac{1}{3}h + h} = \frac{3}{4}Q^*$$

$$I_{\max} = Q^* - b^* = Q^* - \frac{3}{4}Q^* = \frac{Q^*}{4}$$

۱۶. گزینه ۱ ☺

$$h \rightarrow \infty \quad \hat{\pi} = 10 \quad A = 200 \quad D = 1000$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2AD}{\hat{\pi}}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{h}}$$

$$h \rightarrow \infty \Rightarrow \sqrt{\frac{2AD}{\hat{\pi}}} \sqrt{\frac{1}{\hat{\pi}+h}} \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 200}{10}} = 200$$

☺ گزینه ۱۷

با کاهش هزینه‌های کمبود طبق همون تحلیل معروفمون ما از سیستم سفارش اقتصادی ویلسون دور و به حالت کمبود بیشتر تمایل پیدا می‌کنیم. پس مقدار سفارش اقتصادی افزایش و مقدار حداکثر موجودی کاهش می‌یابد.
روش دوم: از طرفی داریم:

$$Q^* = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}} = Q_w \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}}$$

با کاهش $\hat{\pi}$ مقدار $\frac{h}{\hat{\pi}}$ افزایش در نتیجه Q^* افزایش.

$$I_{\max} = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}} = Q_w \sqrt{1 - \frac{h}{\hat{\pi}+h}}$$

با کاهش $\hat{\pi}$ مقدار $\frac{h}{\hat{\pi}+h}$ افزایش و در نتیجه مقدار $\sqrt{1 - \frac{h}{\hat{\pi}+h}}$ کاهش و مقدار I_{\max} کاهش می‌یابد.

☺ گزینه ۱۸

در حالت پس افت ما سیستم موجودی داریم ولی در حالت از دست رفته فقط در حالت $\pi D > k_w$ سیستم موجودی خواهیم داشت که سیستم موجودی همان مدل ویلسون خواهد بود.

☺ گزینه ۱۹

دقت کن یکم خلاقیت نیاز داره.

$$r_y = DL - b^*$$

$$I_{\max} = Q^* - b^* \Rightarrow b^* = Q^* - I_{\max} \quad I_{\max} = V$$

$$r_y = DL - (Q^* - I_{\max}) = DL - (Q^* - V)$$

☺ گزینه ۲۰

EOQ کمبوددار (در حالت پس افت)		EOQ بدون کمبود
$Q^* = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}}$	\geq	Q_w
$k^* = k_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}}$	\leq	k_w
$I_{\max} = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}}$	\leq	$I_{\max} = Q_w$

۲۱. گزینه ۴ ☺

در حالت کمبود به صورت از دست رفته یا سیستم موجودی نداریم یا اگر داشته باشیم همان ویلسون می‌باشد.

۲۲. گزینه ۳ ☺

$$L < T \rightarrow r = DL - b$$

$$L > T \rightarrow r = DL - mQ - b$$

اگر مقدار b زیاد باشد نقطه سفارش مجدد منفی هم می‌تواند باشد.

۲۳. گزینه ۲ ☺

$$b^* = \frac{hQ^* - \pi D}{\hat{\pi} + h} \xrightarrow{\pi=0} b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h}$$

این همان مدل سفارشی اقتصادی با مجاز بودن کمبود می‌باشد با توجه به اینکه مقادیر Q^*, h و $\hat{\pi}$ مثبت و محدود می‌باشند. بنابراین b^* مقدار محدود و مشخصی خواهد داشت به عبارت دیگر در حالت بهینه مقداری کمبود وجود خواهد داشت.

۲۴. گزینه ۳ ☺

بدون معطلی باید سریع بزنی گزینه ۳ چون تا حالا چند بار گفتم که در حالت از دست رفته یا سیستم موجودی نداریم یا اگر داشته باشیم همان ویلسون می‌باشد.

۲۵. گزینه ۴ ☺

این تحلیل رو مرتب از اول گوش کن راحت حل بشه.

فرض می‌کنیم که $\pi D > k_w$ می‌باشد پس مقدار Q همان Q_w می‌باشد. حالا اگر هزینه سفارش‌دهی کاهش پیدا کند Q_w هم کاهش پیدا می‌کند. حالا اگر $\pi D < k_w$ باشد سیستم موجودی نداریم یعنی مقدار سفارش اقتصادی ۰ می‌باشد. حالا اگر هزینه سفارش‌دهی کاهش پیدا کند، در صورتی که مقدار کاهش به اندازه‌ای باشد که $\pi D > k_w$ شود پس سیستم موجودی ویلسون ایجاد می‌شود و مقدار سفارش اقتصادی از ۰ به Q_w افزایش می‌یابد.

۲۶. گزینه ۳ ☺

باز هم همون تحلیل همیشگی افزایش هزینه‌های کمبود باعث دور شدن از مدل سفارش اقتصادی با مجاز بودن کمبود به مدل ویلسون می‌شود در مدل ویلسون هم مقدار حداکثر موجودی در دست بیشتر از مدل مجاز بودن کمبود می‌باشد پس باعث افزایش آن می‌شود.

☺ گزینه ۲۷

$$\pi D = 0.75 k_w \rightarrow \pi D < k_w \quad \hat{\pi} = 1000$$

در مدل کمبود پس افت در صورتی که $\pi D < k_w$ و $\hat{\pi} > 0$ باشد مقدار سفارش اقتصادی از روابط کمبود محاسبه می‌شود که از EOQ بیشتر است.

☺ گزینه ۲۸

$$\begin{aligned} Q_w &= 4000 & r_y = DL &= 13000 & Q^* &= 8000 \\ Q^* &= Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} \rightarrow 8000 = 4000 \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} \rightarrow \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \frac{1}{2} \\ I_{\max}^* &= Q^* - b^* = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \rightarrow b^* = Q^* - Q_w \sqrt{\frac{\pi + h}{\hat{\pi}}} \\ &\rightarrow b^* = 8000 - 4000 \times \frac{1}{2} = 6000 \\ r_y &= DL - b^* = 13000 - 6000 = 7000 \end{aligned}$$

☺ گزینه ۲۹

$$\left. \begin{array}{l} \text{کمبود} \leftarrow \infty \\ \text{در مدت زمان بینهایت، سفارش به اندازه} \\ \text{بینهایت جهت تأمین کمبود} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \pi = 0, \hat{\pi} \rightarrow 0 \Leftarrow \text{سیستم موجودی وجود} \\ \text{نخواهد داشت} \leftarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\pi} = 0 \Leftarrow \text{مجاز بودن کمبود} \Leftarrow \pi D < k_w \leftarrow \text{اگر} \hat{\pi} = 0 \\ \text{سیستم موجودی وجود نخواهد داشت} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{میل کند، به حالت} \end{array}$$

☺ گزینه ۳۰

$$D = 12000 \quad Q^* = 600 \quad b^* = 210 \quad L = \frac{1}{12} \quad m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{\frac{1}{12}}{\frac{600}{12000}} \right] = 1$$

$$r_y^* = DL - mQ - b = 12000 \times \frac{1}{12} - 600 - 210 = 190$$

☺ گزینه ۳۱

پس حداکثر کمبود ۳ برابر حداکثر موجودی است.

$$\frac{h}{\hat{\pi}} = \frac{b^*}{I_{\max}} = 3$$

فصل ۴

مدل تولید اقتصادی
(EPQ)

فرضیات مشابه مدل ویلسون است با این تفاوت که دیگر مانند مدل خرید نرخ دریافت بی نهایت نیست و نرخ دریافت عدد می باشد یعنی موجودی بصورت تدریجی دریافت می گردد. خلاصه که تنها تفاوت EOQ و EPQ نحوه دریافت سفارشات است.

پارامترهای مدل

پارامترها مشابه مدل EOQ می باشد با این تفاوت که:

A: هزینه آماده سازی

P: نرخ دریافت سفارش، نرخ تولید، توان تولید در سال

C: هزینه متغیر، قیمت تمام شده

Q: مقدار تولید

Q^* : مقدار تولید اقتصادی

D: تقاضای سالیانه

t_p : مدت زمانی که هم تولید و هم مصرف داریم.

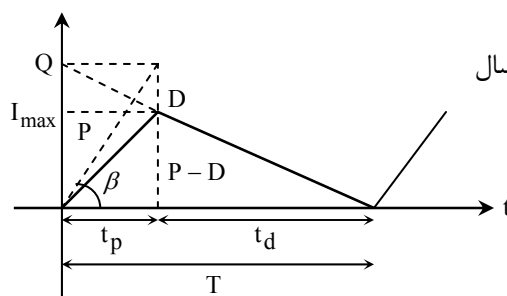
t_d : مدت زمانی که فقط مصرف داریم.

برای محاسبه زمان های تولید و مصرف و میزان ماکزیمم موجودی طبق نمودار داریم:

$$t_p = \frac{Q}{P} \rightarrow t_p = T \times \frac{D}{P}$$

$$T = \frac{Q}{D} \rightarrow t_d = T - t_p = T - T \times \frac{D}{P} = T(1 - \frac{D}{P}) \rightarrow t_d = T(1 - \frac{D}{P})$$

$$I_{\max} = (P - D) \times t_p = D \times t_d = (P - D) \frac{Q}{P} = Q(1 - \frac{D}{P})$$



$$I_{\max} = Q(1 - \frac{D}{P}) \rightarrow \bar{I} = \frac{Q}{2}(1 - \frac{D}{P})$$

$$\text{کل هزینه متوسط سالیانه} = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}(1 - \frac{D}{P}) + CD \rightarrow \frac{d_{\text{cost}}}{dQ} = 0 \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h(1 - \frac{D}{P})}}$$

حال با جایگذاری مقدار تولید بهینه در تابع هزینه‌ها و ماکزیمم موجودی و در نظر گرفتن ضریب برای راحت‌تر حفظ کردن روابط خواهیم داشت:

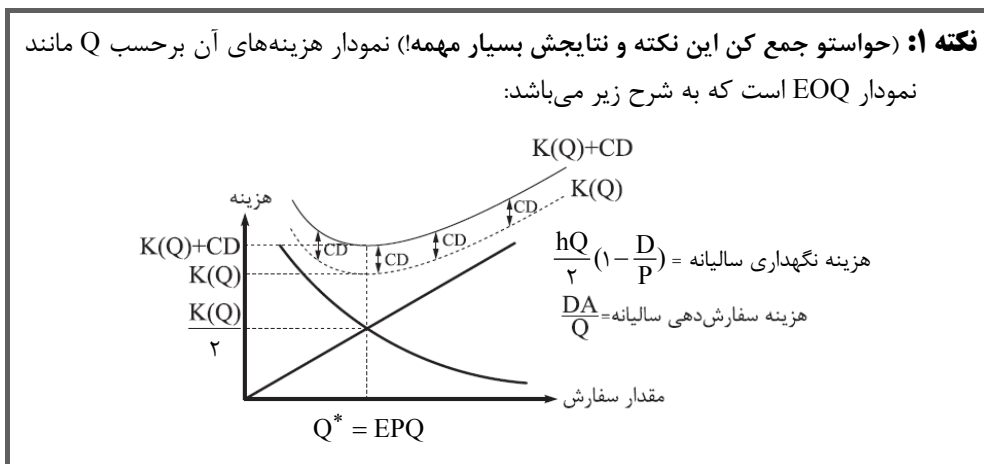
$$0 < B' = \sqrt{1 - \frac{D}{P}} < 1$$

$$0 < B' = \sqrt{1 - \frac{D}{P}} < 1 \rightarrow \uparrow Q^* = \frac{\sqrt{2DA}}{\sqrt{h(1 - \frac{D}{P})}} = \frac{Q_w}{\sqrt{1 - \frac{D}{P}}} = \frac{Q_w}{B'}$$

$$\downarrow I_{\max}^* = Q^*(1 - \frac{D}{P}) = Q_w \sqrt{1 - \frac{D}{P}} = Q_w B', \downarrow k(Q^*) = \sqrt{2DAh} \sqrt{1 - \frac{D}{P}} = k_w B'$$

همانطور که مشخص شده است مقدار سفارش اقتصادی نسبت به مدل خرید افزایش و مقدار هزینه و ماکزیمم موجودی کاهش می‌یابد.

نکات مدل EPQ



نتایج آن به شرح زیر است:

نتیجه ۱: مانند EOQ محل تلاقی منحنی هزینه نگه‌داری و سفارش‌دهی سالیانه نقطه بهینه است. پس:

$$\text{اگر } Q = Q^* \rightarrow \frac{AD}{Q^*} = \frac{hQ^*(1 - \frac{D}{P})}{2}$$

$$K^* = \sqrt{2DAh} \sqrt{1 - \frac{D}{P}} = \frac{2DA}{Q^*} = hQ^* \left(1 - \frac{D}{P}\right) = hI_{\max}^* = \frac{2A}{T^*} = r_n^* A$$

نتیجه ۲: شیب خط هزینه نگهداری در نقطه بهینه $\frac{h}{P} \left(1 - \frac{D}{P}\right)$ و شیب منحنی سفارش‌دهی در نقطه بهینه $-\frac{h}{P} \left(1 - \frac{D}{P}\right)$ می‌باشد.

نتیجه ۳: با توجه به شیب منحنی هزینه‌ها که در سمت راست ملایم‌تر است داریم:

$$K(Q^* + a) < K(Q^* - a)$$

نتیجه ۴: در هر یک از موارد زیر می‌توان هزینه نگهداری و سفارش‌دهی سالیانه را با هم مقایسه کرد.

$$Q > EPQ \rightarrow TCH > TCA$$

$$Q = EPQ \rightarrow TCH = TCA$$

$$Q < EPQ \rightarrow TCH < TCA$$

نکته ۲: هرچقدر D به P نزدیک‌تر می‌شود، مقدار حدکثر موجودی و در نتیجه متوسط آن و هزینه نگهداری کاهش می‌یابد و در نهایت اگر $P = D$ باشد آنگاه همواره تولید داریم یعنی $t_d = 0$ بوده و در سیستم هیچ موجودی باقی نمی‌ماند و هزینه نگهداری صفر است.

نکته ۳: این رابطه $I_{\max} = Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)$ همواره برقرار است؛ حتی اگر Q مقدار بهینه نباشد.

نکته ۴: اگر نتوانیم به اندازه تولید بهینه یعنی Q^* تولید داشته باشیم و ناگزیر به میزان غیر بهینه Q تولید داشته باشیم نسبت افزایش هزینه متغیر به شرح زیر است:

$$\frac{K}{K^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right)$$

نکته ۵: در صورتی که یکی از پارامترهای مدل تغییر کند، برای مقایسه و یافتن مقدار سفارش بهینه و هزینه متغیر سالیانه از این روابط استفاده می‌کنیم:

*** خواصو جمع کن! ***

(وقتی پارامترها تغییر می‌کند باز هم هزینه‌های نگهداری و آماده سازی سیستم در حالت بهینه با یکدیگر برابر بوده و تغییرات آنها با هم برابر است)

$$\frac{Q_1^*}{Q_0^*} = \sqrt{\frac{A_1}{A_0}} \sqrt{\frac{h_0}{h_1}} \sqrt{\frac{D_1 \left(1 - \frac{D_0}{P_0}\right)}{D_0 \left(1 - \frac{D_1}{P_1}\right)}} \quad \frac{K_1^*}{K_0^*} = \sqrt{\frac{A_1}{A_0}} \sqrt{\frac{h_1}{h_0}} \sqrt{\frac{D_1 \left(\frac{D_1}{P_1}\right)}{D_0 \left(1 - \frac{D_0}{P_0}\right)}}$$

نکته ۶: حالا اگر در تخمین پارامترها اشتباه رخ داده باشد از رابطه زیر استفاده کن:

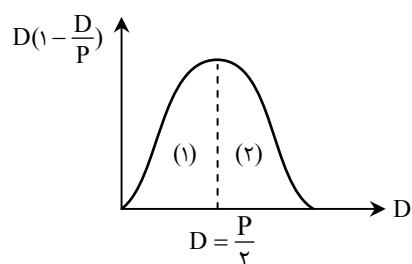
$$\frac{K}{K^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right)$$

نکته ۷: جدول آنالیز حساسیت زیر را یاد بگیر!

افزایش پارامترها	Q^*	$K(Q^*)$
A	↗	↗
D	↗	*
H	↘	↗
i	↘	↗
c	↘	↗
w	↘	↗
P	↘	↗
L	بی تأثیر	بی تأثیر

توضیح *: در نمودار $D(1 - \frac{D}{P})$ برحسب D، اگر در ناحیه ۱ (یعنی $D < \frac{P}{2}$) قرار داشته باشیم؛ D در $(1 - \frac{D}{P})$ صعودی است و افزایش D افزایش $D(1 - \frac{D}{P})$ را باعث می‌گردد ولی اگر در ناحیه ۲ (یعنی $D > \frac{P}{2}$) باشیم؛ $D(1 - \frac{D}{P})$ نزولی است و افزایش D منجر به کاهش $D(1 - \frac{D}{P})$ می‌گردد؛ پس می‌گوییم بستگی به نسبت‌ها دارد.

برای درک بهتر این نمودار رو تو ذهنت داشته باش



نکته ۸: نقطه سفارش مجدد برحسب موجودی خالص بصورت زیر می‌باشد: (بسیار مهم)

$$r_y^* = DL$$

$$r^* = \begin{cases} ۱. DL' = DL - mQ^* & L' < t_d \\ ۲. I_{\max}^* = (P - D)(T - L') = DL' & L' = t_d \\ ۳. (P - D)(T - L') & L' > t_d \end{cases}$$

برای حالت ۱ از یال و شیب مصرف استفاده شده و برای حالت ۳ از یال و شیب بخش تولید و مصرف استفاده شده و برای حالت ۲ محل تلاقی یال‌ها و ماکزیمم موجودی می‌باشد.

نکته ۹: نمودار موقعیت موجودی مدل EPQ کاملاً مشابه مدل EOQ می‌باشد و همواره در EPQ داریم:

$$D.L \leq y(t) \leq D.L + Q, \quad r_y^* = D.L$$

مثلاً برای حالت اول: $L < T, L > t_d$ داریم: (مقدار r_y^* از جمع r^* با تولید در راه بدست می‌آید)

$$r_y^* = \overbrace{(P - D)(T - L')}^{r^*} + P_o t = \cancel{P_o T} - \cancel{P_o L} - \cancel{D T} + DL + \cancel{P_o L} - \cancel{P_o T} + \cancel{D L} = DL$$

$$t_o = L - T(1 - \frac{D}{P})$$

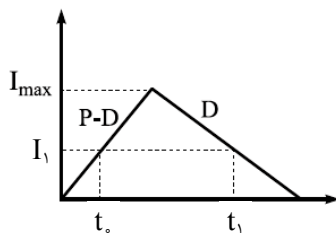
نکته ۱۰: مقایسه بین مدل‌های EOQ و EOQ کمبوددار (پس افت) و EPQ به شرح زیر می‌باشد:

مدل EOQ		مدل EOQ		مدل EOQ در حالت کمبود پس افت	
$\frac{Q_o}{\sqrt{1 - \frac{D}{P}}}$	>	Q_o	<	$Q_o \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}}$	مقدار سفارش بهینه (Q^*)
$Q_o \sqrt{1 - \frac{D}{P}}$	<	Q_o	>	$Q_o \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}}$	حداکثر موجودی بهینه (I_{\max})
$\frac{Q_o \sqrt{1 - \frac{D}{P}}}{۲}$	<	$\frac{Q_o}{۲}$	>	$\frac{(Q^* - b^*)^2}{۲Q^*}$	متوسط موجودی بهینه (\bar{I})
$h\bar{I}$	<	$h\bar{I}$	>	$h\bar{I}$	هزینه نگهداری سالیانه
$\sqrt{۲DAh} \sqrt{1 - \frac{D}{P}}$	<	$\sqrt{۲DAh}$	>	$\sqrt{۲DAh} \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}}$	کل هزینه متغیر سالیانه $K(Q^*)$

نکته ۱۱: وقتی P زیاد می‌شود گویی از مدل EPQ به مدل EOQ می‌رویم زیرا در مدل ویلسون نرخ دریافت بی نهایت بود.

نتیجه: Q^* کم می‌شود K^* افزایش و I_{\max}^* افزایش می‌یابد.

نکته ۱۲: در مدل تولید موجودی این امکان وجود دارد که در دو زمان متفاوت سطح موجودی یکسان شود طریقه بدست آوردن این فاصله زمانی بصورت زیر می‌باشد:
طبق قضیه تالس در این مثلث داریم:



$$\frac{I_{\max} - I_1}{I_{\max}} = \frac{t_1 - t_0}{T} \Rightarrow t_1 - t_0 = \frac{(I_{\max} - I_1)T}{I_{\max}}$$

نکته ۱۳: حالا فرض کنیم $P < D$ که بهش می‌گیم برون سپاری؛ یعنی به اندازه توان (یعنی P) تولید می‌کنیم و باقیمانده یعنی $D - P$ را از بیرون تهیه می‌کنیم.

$$D \rightarrow D - P \quad Q^* = \sqrt{\frac{2A(D-P)}{h}} \quad K^* = \sqrt{2A(D-P)h} \quad T^* = \sqrt{\frac{2A}{(D-P)h}}$$

مثال: آنالیز حساسیت برای سیکل بهینه برحسب پارامترها بدست آورید؟ سیکل بهینه مدل تولید

و خرید در شرایط تساوی سایر پارامترها با هم مقایسه کنید؟

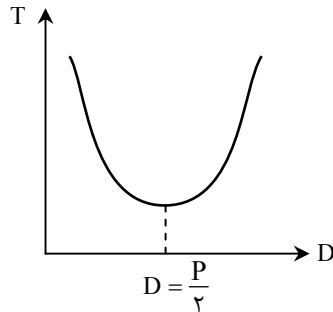
سیکل بهینه در حالت تولیدی نسبت به حال خرید افزایش می‌یابد. با A رابطه مستقیم و با

h, i, c, w, P رابطه عکس دارد و رابطه با D بستگی دارد و به شرح زیر است:

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{Dh(1 - \frac{D}{P})}}$$

$$\text{اگر } D < \frac{P}{2} \quad D \nearrow \rightarrow D(1 - \frac{D}{P}) \nearrow \rightarrow T \searrow$$

$$\text{اگر } D > \frac{P}{2} \quad D \nearrow \rightarrow D(1 - \frac{D}{P}) \searrow \rightarrow T \nearrow$$



برای درک بهتر این نمودار رو تو ذهنت داشته باش

مثال: یک سیستم موجودی اغلب با این تصمیم روبرو است که آیا تولید قطعه مورد نظر صرفه اقتصادی دارد یا آن را بخرد. فرض کنید که اگر قطعه از بیرون تهیه شود هر واحد آن ۲۵ تومان می‌باشد در حالیکه اگر در کارخانه تولید شود هر واحد ۲۲ تومان خواهد بود. اگر قطعه خریداری شود هزینه هر بار سفارش ۵ تومان است در حالیکه اگر قطعه در کارخانه تولید شود، هزینه هر بار راه اندازی ماشین آلات ۵۰ تومان است. ماشین آلات می‌توانند در سال ۱۰,۰۰۰ قطعه تولید نمایند، تقاضای سالیانه این قطعه ۲۵۰۰ واحد بوده و نرخ هزینه نگهداری قطعه ۱۰٪ می‌باشد. با توجه با این اطلاعات به سوالات زیر پاسخ دهید.

(۱) متوسط هزینه سالیانه بهینه برای سیاست خرید عبارت است از:

$$\text{هزینه حالت خرید} = \sqrt{2ADh} + CD = \sqrt{2 \times 5 \times 2500 \times 2/5} + 25 \times 2500 = 62,750$$

(۲) متوسط هزینه سالانه بهینه برای سیاست تولید عبارت است از:

$$\begin{aligned} \text{هزینه حالت تولید} &= \sqrt{2DAh(1 - \frac{D}{P})} + CD \\ &= \sqrt{2 \times 2500 \times 50 \times 2/2(1 - \frac{1}{4})} + 22 \times 2500 = 55,650 \end{aligned}$$

(۳) اندازه انباشته بهینه برای سیاست خرید برابر است با:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2500 \times 5}{2/5}} = \sqrt{\frac{2 \times 2500 \times 5 \times 10}{25}} = 100$$

(۴) اندازه انباشته بهینه برای سیاست تولید برابر است با:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 2500 \times 50}{2/2(1 - \frac{1}{4})}} = \sqrt{\frac{2 \times 2500 \times 50 \times 10 \times 4}{22 \times 3}} = 389$$

۱۴۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

مثال: در یک سیستم سفارشات دریافت بصورت آنی بوده و در این شرایط مقدار اقتصادی سفارش برابر ۸۰۰ است. اخیراً دریافت حال تدریجی دارد در این شرایط سایر پارامترها مانند قبل است مقدار اقتصادی سفارش به ۱۶۰۰ رسیده است در شرایط جدید نسبت سرعت مصرف به دریافت کالا را بدست آورید؟

$$Q_{EOQ}^* = 800 \quad Q_{EPQ}^* = 1600 \quad \frac{D}{P} = ?$$

$$Q^* = \frac{Q_w}{\sqrt{1 - \frac{D}{P}}} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{D}{P}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{D}{P} = \frac{3}{4}$$

مثال: یک کارخانه که دارای سیستم تولید دسته‌ای (Batch Production) می‌باشد، در هر بار به تولید محصول X می‌پردازد و این محصول را اجباراً بیشتر از مقدار اقتصادی تولید می‌کند. هزینه‌های نگهداری و آماده سازی سیستم را با هم مقایسه کنید؟

$$Q > Q^* \Rightarrow TCA < TCH$$

مثال: در یک سیستم کنترل موجودی به مقدار تولید اقتصادی (EOQ) اگر $L - mT = (\frac{1}{D} - \frac{1}{P})Q$

باشد نقطه سفارش مجدد چقدر خواهد بود؟ D : نرخ تقاضا، L : مدت زمان تحویل، m : یک عدد

صحیح $\left[\frac{L}{T}\right]$ ، T : طول یک دوره سفارش و Q : مقدار هر بار سفارش. (سراسری ارشد - ۸۵)

$$DL - mQ \quad (1) \quad (1 - \frac{D}{P})Q \quad (2)$$

$$(3) \quad (D - P)L + (m + 1)Q \quad (4) \quad \text{موارد ۱ و ۲}$$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

همیشه اول باید رابطه بین L_d' , t_d بدست بیار تا مشخص شود در کدام حالت هستیم

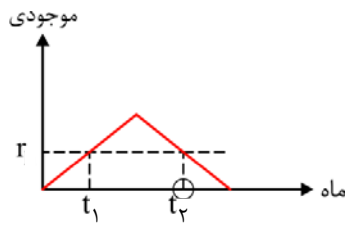
$$L' = L - mT = \frac{Q}{D} - \frac{Q}{P} \Rightarrow L' = \frac{Q}{D} (1 - \frac{D}{P}) = T(1 - \frac{D}{P}) = t_d \Rightarrow L' = t_d$$

$$r^* = I_{\max} = Q^* (1 - \frac{D}{P}) = (P - D)(T - L') = DL - mQ^*$$

مثال: در یک مدل کنترل موجودی ساده با دریافت تدریجی نرخ دریافت ۲۰۰۰ و نرخ مصرف

۱۰۰۰ واحد در سال است. همچنین مدت زمان تحویل ۴ ماه و مقدار هر بار سفارش ۱۰۰ واحد

تعیین شده است. کدام یک از نقاط زیر می‌تواند یک نقطه سفارش مجدد باشد؟ (سراسری ارشد - ۸۶)



r : موجودی در دست در زمان سفارش است.

(۱) t_1 یک نقطه سفارش مجدد است.

(۲) t_2 یک نقطه سفارش مجدد است.

(۳) t_1, t_2 هر کدام یک نقطه سفارش مجدد هستند.

(۴) هیچ کدام از این نقاط ممکن است نقطه سفارش مجدد نباشند.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$P = 2000 \quad D = 1000 \quad L = \frac{1}{3} \quad Q^* = 100 \quad r^* = ?$$

$$t_d = T(1 - \frac{D}{P}) = 0.1(1 - \frac{1}{2}) = 0.05$$

$$L' = L - mT$$

$$m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{\frac{L}{Q}}{\frac{L}{D}} \right] = \left[\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{10}} \right] = 3$$

$$L' = \frac{1}{3} - 3 \times \frac{1}{10} = 0.33 - 0.3 = 0.03 \quad L' < t_d$$

مثال: در مدل تولید اقتصادی، مقدار تولید بهینه ۲۰۰ واحد است. اگر در این حالت در یک دوره

T (فاصله‌ی زمانی بین دو سفارش تولید متوالی)، به مدت $\frac{T}{4}$ تولید داشته باشیم آنگاه فاصله‌ی

بین دو زمانی که موجودی به سطح ۷۵ واحد می‌رسد چقدر است؟ (سراسری ارش - ۸۹)

$$\frac{2T}{3} \quad (۴) \quad \frac{T}{3} \quad (۳) \quad \frac{T}{2} \quad (۲) \quad \frac{T}{4} \quad (۱)$$

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$Q^* = 200$$

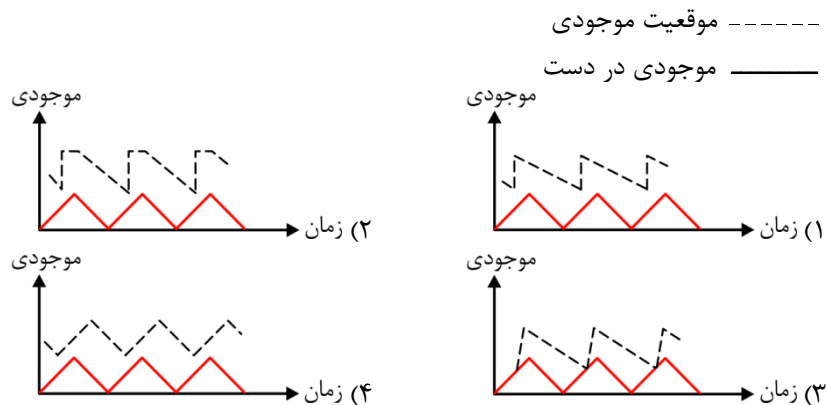
$$t_P = T \times \frac{D}{P} = \frac{T}{4} \Rightarrow \frac{D}{P} = \frac{1}{4}$$

$$I_{\max} = Q^* (1 - \frac{D}{P}) = 200 \times \frac{3}{4} = 150$$

$$\frac{150 - 75}{150} = \frac{t_1 - t_2}{T} \Rightarrow t_1 - t_2 = \frac{T}{2}$$

مثال: وقتی که مدت تحویل (L) از T کوچکتر ولی از T_d بزرگتر است (T مدت یک دور و T_d مدت زمانی از یک دور که محصول تولید نمی‌شود) کدام یک از شکل‌های زیر در مورد موقعیت موجودی صحیح است؟

(سراسری ارشر - ۸۶)



حل: گزینه ۱ صحیح است.

نمودار موقعیت موجودی EPQ کاملاً مشابه به ویلسون است.

مثال: نرخ تقاضای محصولی $\frac{3}{4}$ نرخ تولید آن می‌باشد. اگر سیاست آن باشد که پریرد زمانی تولید و مصرف (طول یک سیکل) برابر ۳۰ روز نرخ تولید ۱۰۰ عدد در روز باشد مقدار تولید اقتصادی چقدر خواهد بود؟

(سراسری ارشر - ۸۷)

- (۱) ۱۲۵۰ (۲) ۱۶۵۰ (۳) ۲۲۵۰ (۴) ۲۵۰۰

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$D = \frac{3}{4}P \Rightarrow \frac{D}{P} = \frac{3}{4} \quad P = 100 \rightarrow D = \frac{3}{4} \times 100 = 75$$

$$T = \frac{Q}{D} = 30 \Rightarrow Q = DT \Rightarrow 75 \times 30 = 2250$$

مثال: در مدل مقدار تولید اقتصادی (E.P.Q) اگر $P < D$ باشد کمبود رخ می‌دهد. در شرکتی که $P < D$ است، برای جبران کمبود، هر T واحد زمانی یکبار به مقدار Q واحد سفارش داده می‌شود. اگر D: نرخ تقاضا، P: نرخ تولید، A: هزینه سفارش‌دهی و h: هزینه نگهداری واحد موجودی در واحد زمان باشند، مقدار بهینه Q کدام است؟

(سراسری ارشر - ۸۹)

$$\sqrt{\frac{2(\frac{1}{D} - \frac{1}{P})}{h}} \quad (۴) \quad \sqrt{\frac{2(D-P)A}{h}} \quad (۳) \quad \sqrt{\frac{2A}{h(D-P)}} \quad (۲) \quad \sqrt{\frac{2DA}{h(1 - \frac{D}{P})}} \quad (۱)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$Q = \sqrt{\frac{2DA}{h}} = \sqrt{\frac{2(D-P)A}{h}} \text{ برون سپاری است}$$

مثال: در یک مدل دریافت تدریجی مصرف سالانه ۱۰۰۰ واحد و نرخ دریافت در زمان‌های

دریافت کالا ۲۰۰۰ واحد در سال است اگر EPQ برابر ۲۰۰ واحد تعیین شده باشد و مدت زمان

تحويل ۰/۱ سال باشد پس از گذشت ۲۰ روز (۳/۲ ماه) از صدور سفارش موقعیت موجودی حدوداً

چند واحد خواهد بود؟ (سراسری ارزش - ۸۶)

- ۸۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۴۵ (۳) ۲۸۰ (۴)

حل: گزینه ۳ صحیح است.

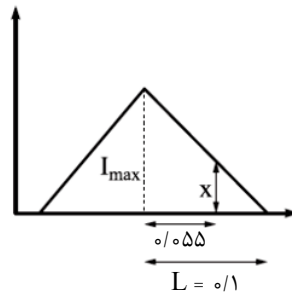
$$D = 1000 \quad P = 2000 \quad Q_{EPQ}^* = 200 \quad L = 0.1$$

$$T = \frac{Q}{D} = 0.2 \rightarrow L < T \rightarrow m = 0$$

$$\text{زمان باقیمانده تا انتهای دوره} = 0.1 - 0.055 = 0.045$$

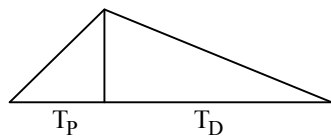
$$NS(t) = x = 0.045 \times 1000 = 45$$

$$y(t) = NS(t) + O(t) \Rightarrow 45 + (0.2 + 1) = 45 + 200 = 245$$



مثال: در مدل اندازه اقتصادی تولید EPQ (شکل زیر) با توجه به تعاریف داده شده جواب صحیح

(سراسری ارزش - ۹۲)



کدام است؟

P = نرخ تولید در سال

D = نرخ تقاضا در سال

Q = اندازه بهینه تولید

الف - Q مقداری است که در زمان سیکل با نرخ P تولید می‌شود.

ب - Q مقداری است که در زمان T_p با نرخ P تولید می‌شود.

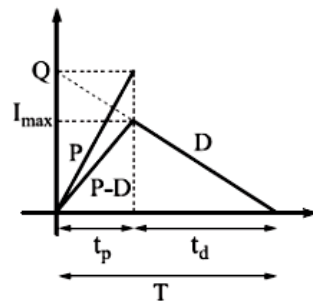
پ - Q مقداری است که در زمان T_p با نرخ $P - D$ تولید می‌شود.

ت - Q مقداری است که در زمان سیکل با نرخ D مصرف می‌شود.

(۱) الف و پ و ت (۲) ب و ت

(۳) همه تعاریف فوق صحیح است. (۴) پ و ت نادرست است.

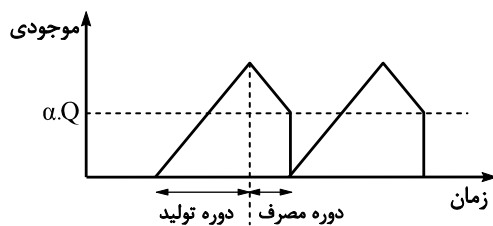
حل: گزینه ۲ صحیح است.



مثال: فرض کنید در یک مدل موجودی با دریافت تدریجی، نمودار موجودی در طول زمان به

صورت زیر باشد. دوره مصرف چقدر است؟ (سراسری ارشدر - ۹۴)

D : نرخ تقاضای سالیانه، P : نرخ دریافت (تولید) سالیانه، Q : مقدار سفارش $\alpha \in (0, 1)$



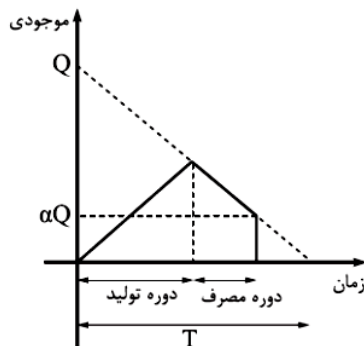
$$(1) \frac{\alpha Q}{(1-\alpha)P}$$

$$(2) Q(\alpha - \frac{D}{P})$$

$$(3) \frac{Q}{2\alpha} (1 - \frac{D}{P})$$

$$(4) \frac{Q}{D} \left((1-\alpha) - \frac{D}{P} \right)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

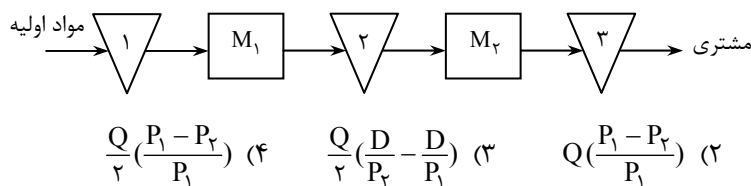


کلاً وقتی نمودار می‌بینی یا شیب یا تالس!

در شرایطی که نمودار را ادامه می‌دادیم مانند مدل تولیدی می‌گردد که $t_d = T(1 - \frac{D}{P})$ زمان مصرف است حال باید قسمت باقیمانده را از آن کسر کنیم که طبق شیب مصرف برابر با $\frac{\alpha Q}{D}$ می‌باشد که در نتیجه زمان مصرف جدید برابر است با:

$$T(1 - \frac{D}{P}) - \frac{\alpha Q}{D} = \frac{Q}{D}(1 - \frac{D}{P} - \alpha)$$

مثال: در یک کارخانه تولیدی، مواد اولیه در هر بار به اندازه Q واحد وارد انبار شماره یک شده و پس از طی مراحل تولیدی توسط ماشین‌های M_1 و M_2 با سرعت P_1 و P_2 وارد انبار شماره ۳ می‌شود و از آنجا با سرعت ثابت D تحویل مشتری می‌گردد. متوسط موجودی انبار ۲ چقدر است؟ ($P_1 > P_2 > D$)



$$\frac{Q}{P_1} \times \frac{D}{P_2} \quad (1) \quad Q \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1} \right) \quad (2) \quad \frac{Q}{P_2} \left(\frac{D}{P_1} - \frac{D}{P_2} \right) \quad (3) \quad \frac{Q}{P_2} \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1} \right) \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

$$\bar{I} = \frac{Q}{P_1} \left(1 - \frac{D}{P_2} \right)$$

از آنجایی که سیستم تولیدی حالت سری دارد و نرخ تولید ماشین دوم همان نرخ تقاضای مربوط به ماشین اول است داریم:

$$\bar{I} = \frac{Q}{P_1} \left(1 - \frac{P_2}{P_1} \right) = \frac{Q}{P_1} \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1} \right)$$

مثال: تقاضا برای محصولی ۴۰۰۰ واحد در سال است و این محصول در موسسه با نرخ تولید ۱۶۰۰۰ واحد در سال تولید می‌شود. اگر مدیریت مقدار سفارش مناسب را برابر ۲۰۰۰ واحد تعیین کرده باشد آنگاه حداکثر موجودی در دست در این حالت چقدر است؟

- (۱) ۱۵۰۰ (۲) ۲۵۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) ۵۰۰

حل: گزینه ۱ صحیح است.

$$D = 4000 \quad P = 16000 \quad Q = 2000$$

$$I_{\max} = Q(1 - \frac{D}{P}) = 2000(1 - \frac{1}{4}) = 1500$$

مثال: شرکتی دارای یک دستگاه تولیدی برای تولید دو نوع محصول است که تولید همزمان آنها

توسط این دستگاه ممکن نیست. اگر T_{pi} زمان تولید و مصرف محصول i ($i=1,2$) و T_{di} زمان

i ($i=1,2$) باشند و P_i, D_i به ترتیب نرخ تقاضا و نرخ تولید محصول i باشند و داشته باشیم

$$\frac{D_1}{P_1} = \frac{P_2 - D_2}{P_2} \quad \text{کدام گزینه همواره صحیح خواهد بود؟} \quad (\text{سراسری ارشد - ۸۹})$$

$$\frac{T_{p1}}{T_{d1}} = \frac{T_{p2}}{T_{d2}} \quad , \quad T_{p1} + T_{d1} = T_{p2} + T_{d2} \quad (1)$$

$$\frac{T_{p1}}{T_{d1}} = \frac{T_{p2}}{T_{d2}} \quad , \quad T_{p1} + T_{p2} = T_{d1} + T_{d2} \quad (2)$$

$$\frac{T_{p1}}{T_{p2}} = \frac{T_{d2}}{T_{d1}} \quad , \quad T_{p1} + T_{p2} = T_{d1} + T_{d2} \quad (3)$$

$$T_{p1} + T_{p2} = T_{d1} + T_{d2} \quad , \quad T_{p1} + T_{d1} = T_{p2} + T_{d2} \quad (4)$$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

رابطه زمان‌های تولید و مصرف را بدست می‌آوریم سپس نسبت‌ها را می‌یابیم:

$$T_{P1} = T \cdot \frac{D_1}{P_1} \quad T_{d1} = T(1 - \frac{D_1}{P_1})$$

$$T_{P2} = T \cdot \frac{D_2}{P_2} = T(1 - \frac{D_1}{P_1}) = T_{d1} \quad T_{d2} = T(1 - \frac{D_2}{P_2}) = T(\frac{D_1}{P_1}) = T_{P1}$$

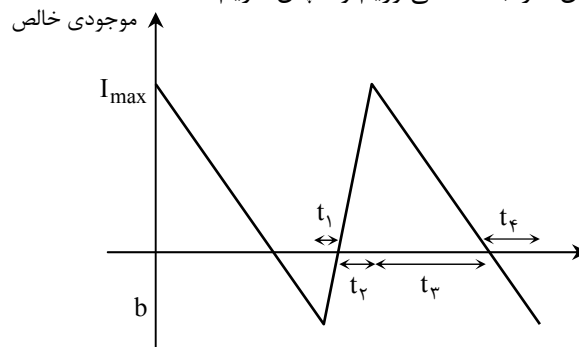
$$\left. \begin{array}{l} T_{P2} = T_{d1} \\ T_{P1} = T_{d2} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{T_{P1}}{T_{P2}} = \frac{T_{d2}}{T_{d1}}$$

$$T_{P1} + T_{d1} = T_{P2} + T_{d2} = T \rightarrow T_{P1} + T_{P2} = T_{d1} + T_{d2}$$

مدل EPQ در حالت کمبود پس افت

همان مدل EPQ است که فقط در آن کمبود مجاز بوده و بصورت تقاضای پس افت جبران می‌شود.

ابتدا از طریق نمودار زمان‌ها را بدست می‌آوریم و سپس داریم:



$$t_l = \frac{b}{P-D} \quad t_r = \frac{I_{\max}}{P-D}$$

$$t_p = \frac{I_{\max}}{D} \quad t_f = \frac{b}{D}$$

$$\begin{cases} t_p = t_l + t_r \\ t_d = t_r + t_f \end{cases}$$

هدف از این مدل تعیین مقدار تولید بهینه (Q^*) و مقدار کمبود بهینه (b^*) در شرایط حداقل

کردن هزینه‌ها می‌باشد.

$$\text{متوسط هزینه‌های سالیانه} = \frac{AD}{Q} + \frac{h \left(Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right)^2}{2Q \left(1 - \frac{D}{P} \right)} + \hat{\pi} \frac{b^2}{2Q \left(1 - \frac{D}{P} \right)} + \pi b \frac{D}{Q} + CD$$

الگوریتم حل مدل:

مانند مدل کمبود دار ساده داریم:

$$۱. \pi D > \sqrt{2DAh} \sqrt{1 - \frac{D}{P}} \Rightarrow Q^* = Q_{EPQ}, b^* = 0, K^* = K_{EPQ}$$

$$۲. \pi D = \sqrt{2DAh} \sqrt{1 - \frac{D}{P}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱. \hat{\pi} = 0 \rightarrow 0 \leq b^* \leq \infty \text{ or } b^* = Q^* \rightarrow K^* = \pi D = \sqrt{2DAh} \sqrt{1 - \frac{D}{P}} \\ ۲. \hat{\pi} > 0 \rightarrow Q^* = Q_{EPQ}, b^* = 0, K^* = K_{EPQ} \end{cases}$$

$$۳. \pi D < \sqrt{rDAh} \sqrt{1 - \frac{D}{P}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱. \hat{\pi} = 0 \rightarrow b^* = \infty, K^* = \pi D \\ ۲. \hat{\pi} > 0 \rightarrow \begin{cases} \pi > 0 \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{rAD}{h(1 - \frac{D}{P})} - \frac{(\pi D)^2}{h(\hat{\pi} + h)}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}}, b^* = \frac{hQ^* - \pi D}{\hat{\pi} + h} (1 - \frac{D}{P}) \\ \pi = 0 \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{rAD}{h(1 - \frac{D}{P})}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}}, b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} (1 - \frac{D}{P}), K^* = K_{EPQ} \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} \end{cases} \end{cases}$$

حالت ۳،۲ را باید حفظ باشی که روش ساده‌تر برای آن در نظر گرفتن دو ضریب قبلی با هم می‌باشد.

$$B = \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} \quad B' = \sqrt{1 - \frac{D}{P}}$$

که در نتیجه خواهیم داشت:

$$Q^* = \frac{Q_w}{\sqrt{1 - \frac{D}{P}} \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}}} = \frac{Q_w}{B.B'}, \quad K^* = K_w \sqrt{1 - \frac{D}{P}} \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} = K_w B.B'$$

$$I_{\max}^* = Q_w \sqrt{1 - \frac{D}{P}} \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}} = Q_w B.B' \quad b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} (1 - \frac{D}{P})$$

در این حالت خاص داریم: $K^* = h.I_{\max}^* = \hat{\pi}.b^*$

نقطه سفارش مجدد کاملاً مشابه مدل تولیدی است که به اندازه b^* به سمت پایین شیفت پیدا

کرده است که در نتیجه داریم:

بر مبنای موقعیت موجودی $r_y^* = DL$

$$r^* = \begin{cases} (P - D)(T - L') - b^* & L' > t_d \\ I_{\max}^* & L' = t_d \\ DL' - b^* = DL - mQ^* - b^* & L' < t_d \end{cases}$$

حواست باشد وقتی $L' = t_d$ باشد می‌توان از تمام ۳ رابطه استفاده کرد زیرا محل تلاقی یال‌ها (یال

تولید و مصرف) است.

مثال: مقدار حداکثر موجودی با مدل‌های EOQ و EPQ و EOQ با کمبود برنامه‌ریزی شده و

EPQ با کمبود برنامه‌ریزی شده به ترتیب عبارتند از: (سراسری ارشر - ۹۲)

Q = مقدار سفارش، B = کمبود موجودی، D = نرخ تقاضا، P = نرخ تولید

$$(Q-B)\left(1-\frac{D}{P}\right), Q-B, Q\left(1-\frac{D}{P}\right), Q \quad (۱)$$

$$(Q-B)\left(1-\frac{D}{P}\right), Q-\frac{B}{P}, Q\left(\frac{D}{P}-1\right), Q \quad (۲)$$

$$(Q-B)\left(\frac{D}{P}-1\right), Q-B, Q\left(1-\frac{D}{P}\right), Q \quad (۳)$$

$$\left(Q\left(1-\frac{D}{P}\right)-B\right), Q-B, Q\left(1-\frac{D}{P}\right), Q \quad (۴)$$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

مثال: در مدل موجودی دریافت تدریجی (تولید اقتصادی) کدام عبارت زیر صحیح است؟ (سراسری ارشر - ۹۱)

(۱) اگر هزینه سفارش‌دهی کاهش پیدا کند هزینه نگهداری در حالت بهینه افزایش پیدا می‌کند.

(۲) اگر مدت زمان تحویل برابر دوره مصرف باشد نقطه سفارش برابر ماکزیمم موجودی خواهد بود.

(۳) اگر نقطه سفارش بزرگ‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود در لحظه دریافت سفارش موجودی در دست خواهیم داشت.

(۴) اگر نقطه سفارش کوچک‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود در لحظه دریافت سفارش موجودی در دست خواهیم داشت.

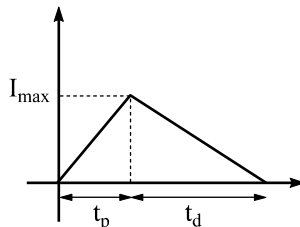
حل: گزینه ۲ صحیح است.

در حالت دریافت تدریجی با افزایش یا کاهش هزینه سفارش‌دهی، هزینه نگهداری به ترتیب

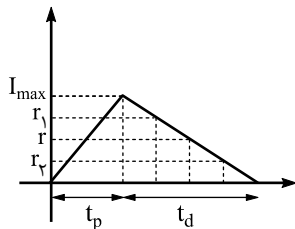
افزایش یا کاهش می‌یابد.

شکل مدل به شرح زیر است:

۱. اگر $L' = td$ باشد نقطه سفارش همان I_{\max} یا حداکثر موجودی است.

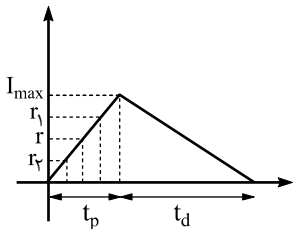


۲. اگر $L' < t_d$ باشد نقطه سفارش در سمت راست نمودار می‌باشد. نقطه سفارش برابر با r است که اگر



بزرگ‌تر از مقدار محاسبه شده یعنی مقدار r_1 در نظر گرفته شود سبب می‌گردد در لحظه دریافت سفارش موجودی در دست داشته باشیم و اگر کوچک‌تر از مقدار محاسبه شده یعنی مقدار r_2 در نظر گرفته شود سبب می‌گردد در لحظه دریافت سفارش کمبود داشته باشیم.

۳. اگر $L' > t_d$ باشد نقطه سفارش در سمت چپ نمودار می‌باشد.



نقطه سفارش برابر با r است که اگر بزرگ‌تر از r_1 باشد کمبود خواهیم داشت زیرا سفارش دیرتر به دست ما می‌رسد و اگر کوچک‌تر از مقدار r_2 یعنی r باشد موجودی در دست خواهیم داشت.

نکته: حالا فرض کنید که در مدل تولیدی $P < D$ باشد و کمبود بصورت پس افت مجاز باشد؛ در اینصورت از حالت برون سپاری استفاده می‌گردد که در نتیجه داریم:

$$Q^* = \sqrt{\frac{rA(D-P)}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}}$$

و همچنین اگر هزینه نگهداری به سمت بی نهایت برود خواهیم داشت:

$$Q^* = \lim_{h \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{rA(D-P)}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{rA(D-P)}{\hat{\pi}}}$$

وقتی $h \rightarrow \infty$ حالت‌های خاص:

$$Q^* = \sqrt{\frac{rA(D-P)}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{rA(D-P)}{\hat{\pi}}}$$

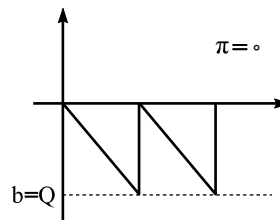
$$b^* = Q^* = \sqrt{\frac{rA(D-P)}{\hat{\pi}}}$$

$$I_{\max} \rightarrow \infty \Rightarrow TCH \rightarrow \infty$$

همان مدل EOQ که زیر محور قرار گرفته و به جای بالای محور

$$TCB = \hat{\pi} \frac{Q}{r} = \hat{\pi} \frac{b}{r}$$

$$K(Q) = \frac{AD}{Q} + \hat{\pi} \times \frac{Q}{r}$$



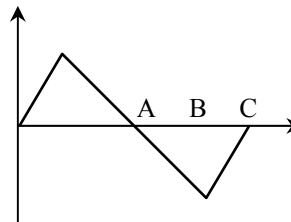
مثال: در یک سیستم سفارش‌دهی بجای سفارش کالا در زمان تولید در سطح $r_h = 20$ در زمان تولید، این سفارش را در زمان مصرف سفارش داده است مقدار کسری و مدت زمان خالی بودن انبار را بدست آورید؟ (در شرایطی که ماه $T = 2$, $D = 600$, $I_{\max} = 50$)

$$I_{\max} = 50 \quad D = 600 \quad T = 2 \text{ ماه}$$

$$\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{30}{50} \quad t_2 - t_1 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = 0.1$$

$$(t_2 - t_1)D = 0.1 \times 600 = 60 \quad Q^* = DT = 600 \times \frac{1}{6} = 100$$

$$\frac{I_{\max}}{T} = \frac{b}{AC} \rightarrow \frac{50}{2} = \frac{60}{AC} \rightarrow AC = 2.4 \text{ ماه}$$



تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

مدیر یک سیستم موجودی اغلب با این تصمیم رو به رو است که آیا قطعه مورد لزوم را بخرد یا در کارخانه تولید نماید. فرض کنید که اگر قطعه از خارج خریداری شود، هر واحد ۲۵ تومان تمام می‌شود. در حالی که اگر در کارخانه تولید شود، هر واحد ۲۲ تومان خواهد بود به هر حال اگر قطعه خریداری شود، هزینه هر بار سفارش ۵ تومان است، در حالی که اگر قطعه در کارخانه تولید شود، هزینه هر بار راه‌اندازی ماشین‌آلات تولیدی ۵۰ تومان است. ماشین‌آلات تنها می‌توانند در سال ۱۰۰۰۰ قطعه تولید نمایند. تقاضای سالیانه این قطعه ۲۵۰۰ واحد بوده و نرخ هزینه نگهداری قطعه به طور موجودی ۱۰ درصد است. با توجه به اطلاعات فوق به سؤالات ۱ تا ۴ جواب دهید.

۱. متوسط هزینه سالیانه بهینه برای سیاست خرید عبارت است از: (سراسری ۶۹)

(۱) ۶۲۵۰۰ تومان (۲) ۶۲۷۵۰ تومان (۳) ۶۰۰۰۰ تومان (۴) ۶۳۵۵۰ تومان

۲. متوسط هزینه سالیانه بهینه برای سیاست تولید عبارت است از (اعداد رند شده است). (سراسری ۶۹)

(۱) ۵۵۰۰۰ تومان (۲) ۵۵۷۴۲ تومان (۳) ۵۵۶۴۲ تومان (۴) ۶۵۳۲۴ تومان

۳. اندازه انباشته بهینه برای سیاست خرید عبارت است از: (سراسری ۶۹)

(۱) ۱۰۰ واحد (۲) ۲۵۰ واحد (۳) ۲۰۰ واحد (۴) ۳۰۰ واحد

۴. اندازه انباشته بهینه برای سیاست تولید عبارت است از (اعداد رند شده است). (سراسری ۶۹)

(۱) ۳۳۷ واحد (۲) ۳۸۹ واحد (۳) ۶۷۴ واحد (۴) ۷۳۰ واحد

محصولی توسط یک ماشین به صورت دسته‌ای تولید می‌شود. نرخ تقاضای این محصول معلوم و ۷۰۰۰ واحد در سال است. نرخ تولید این محصول ۱۴۰۰۰ واحد در سال است. هزینه آماده‌سازی ماشین برای هر بار تولید ۵۲۵ تومان و هزینه نگهداری هر واحد این محصول در سال ۳۰ تومان است. با توجه به اطلاعات فوق به سؤالات ۵ تا ۶ جواب دهید.

۵. متوسط جمع کل هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری این محصول در سال در حالت بهینه برابر است

با: (سراسری ۷۲)

(۱) ۹۰۰۰ تومان (۲) ۹۵۰۰ تومان (۳) ۱۰۰۰۰ تومان (۴) ۱۰۵۰۰ تومان

۶. اگر تعداد سفارش برابر ۱۴۰۰ واحد باشد آنگاه متوسط جمع کل هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری سالیانه این محصول:

(سراسری ۷۲)

- ۱) ۱/۱۵ برابر متوسط جمع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری در حالت بهینه است.
- ۲) ۱/۲۵ برابر متوسط جمع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری در حالت بهینه است.
- ۳) ۱/۴۰ برابر متوسط جمع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری در حالت بهینه است.
- ۴) ۱/۵ برابر متوسط جمع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری در حالت بهینه است.

۷. در مدل مقدار تولید بهینه اگر نرخ تولید به دو برابر افزایش یابد مقدار تولید بهینه:

(سراسری ۷۲)

- ۱) به دو برابر افزایش می‌یابد.
- ۲) به اندازه ۷۰ درصد افزایش می‌یابد.
- ۳) به اندازه ۷۰ درصد کاهش می‌یابد.
- ۴) کاهش می‌یابد ولی مقدار کاهش آن بستگی به نرخ مصرف دارد.

۸. شرکتی درصدد ساخت قطعه‌ای به جای خرید آن می‌باشد. اگر نرخ تولید سالیانه دو برابر مصرف سالیانه این قطعه باشد و سایر پارامترهای هزینه برای هر دو سیاست (هم خرید و هم تولید) برابر باشند در این صورت حداکثر سطح موجودی انبار برای سیاست تولید:

(سراسری ۷۲)

- ۱) دو برابر حداکثر سطح موجودی سیاست خرید می‌باشد.
- ۲) بیشتر از حداکثر سطح موجودی سیاست خرید می‌باشد ولی نه به اندازه دو برابر
- ۳) برابر خواهد بود.
- ۴) کمتر خواهد بود.

مدیر یک سیستم موجودی اغلب با این تصمیم روبه‌رو است که آیا قطعه مورد لزوم را بخرد و یا اینکه در کارخانه تولید کند. فرض کنید قطعه چه در کارخانه ساخته شود و یا از خارج از کارخانه خریداری شود هزینه‌ای برابر ۱۰۰ تومان خواهد داشت. همچنین فرض کنید که هزینه هر بار سفارش در صورت خرید با هزینه آماده‌سازی ماشین‌آلات در صورت ساخت برابر بوده و مساوی ۲۰ تومان شود. نرخ مصرف روزانه این قطعه ۶۰ واحد بوده و اگر در کارخانه تولید شود نرخ تولید روزانه آن ۸۰ واحد خواهد بود. با فرض اینکه نرخ هزینه نگهداری ۱۵ درصد و تعداد روزهای کاری سال ۲۵۰ روز باشد به سؤالات ۹ تا ۱۱ پاسخ دهید.

۹. مقدار سفارش بهینه در مقایسه با مقدار تولید بهینه:

(سراسری ۷۲)

- ۱) با هم برابرند.
- ۲) مقدار تولید بهینه دو برابر مقدار سفارش بهینه است.
- ۳) مقدار تولید بهینه کمتر از مقدار سفارش بهینه است ولی نه به اندازه دو برابر
- ۴) مقدار تولید بهینه بیشتر از مقدار سفارش بهینه است ولی نه به اندازه دو برابر

۱۰. حداکثر سطح موجودی سیاست تولید در مقایسه با سیاست خرید:

(سراسری ۷۲)

(۱) با هم برابرند.

(۲) حداکثر موجودی سیاست خرید دو برابر سیاست تولید خواهد بود.

(۳) حداکثر موجودی سیاست خرید بیشتر از سیاست تولید خواهد بود ولی نه به اندازه دو برابر

(۴) حداکثر موجودی سیاست خرید کمتر از سیاست تولید خواهد بود ولی نه به اندازه دو برابر

۱۱. متوسط هزینه سالیانه بهینه سیاست تولید در مقایسه با سیاست خرید:

(سراسری ۷۲)

(۱) با هم برابرند.

(۲) متوسط هزینه سالیانه بهینه سیاست تولید نصف متوسط هزینه سالیانه بهینه سیاست خرید می‌باشد.

(۳) متوسط هزینه سالیانه بهینه سیاست تولید بیشتر از متوسط هزینه سالیانه بهینه سیاست خرید می‌باشد.

(۴) هیچ کدام

۱۲. شرکتی می‌خواهد به جای خرید یکی از قطعات مورد نیاز خود اقدام به تولید آن کند. هزینه

آماده‌سازی تولید درست برابر هزینه سفارش‌دهی در حال خرید است. نرخ (سرعت) تولید ۲ برابر

نرخ (سرعت) تقاضا است. کدامیک از عبارات زیر درست است؟

(سراسری ۷۴)

(۱) مقدار اقتصادی هر بار تولید برابر مقدار اقتصادی هر بار خرید است.

(۲) مقدار اقتصادی هر بار تولید تقریباً ۲۰ درصد بزرگ‌تر از مقدار اقتصادی هر بار خرید است.

(۳) مقدار اقتصادی هر بار تولید تقریباً ۲۰ درصد کوچک‌تر از مقدار اقتصادی هر بار خرید است.

(۴) مقدار اقتصادی هر بار تولید تقریباً ۴۰ درصد بزرگ‌تر از مقدار اقتصادی هر بار خرید است.

۱۳. در تست ۱۲ حداکثر موجودی در حالت تولید نسبت به حداکثر موجودی در حالت خرید ... (سراسری ۷۴)

(۱) تقریباً ۷۰ درصد بیشتر است.

(۲) تقریباً ۷۰ درصد کمتر است.

(۳) تقریباً ۳۰ درصد بیشتر است.

(۴) تقریباً ۳۰ درصد کمتر است.

۱۴. شرایط فعلی یک سیستم سفارشات: مواجهه با کسری مجاز است، نسبت پارامترهای ((واحد هزینه

نگهداری)) به ((واحد هزینه مواجهه با کسری)) برابر است با ۳، دریافت به صورت آنی (لحظه‌ای)،

مقدار اقتصادی سفارش برابر ۴۰۰، شرایط پیشنهادی: مواجهه با کسری مجاز نیست، نسبت سرعت

مصرف به سرعت دریافت برابر ۰/۸۴، سایر شرایط مانند شرایط فعلی است در شرایط پیشنهادی

مقدار اقتصادی سفارش برابر است با:

(سراسری ۷۴)

۴۰۰ (۴)

۱۲۵۰ (۳)

۱۲۰۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

۱۵. در مدل مقدار تولید اقتصادی کدام یک از عبارات زیر در مورد می‌نیم مجموع هزینه‌های

آماده‌سازی و نگهداری (سالیانه) صادق است؟ (سراسری ۷۵)

- (۱) حاصلضرب زمان تولید بهینه و مقدار تقاضای سالیانه تقسیم بر نرخ تولید سالیانه
- (۲) دو برابر حاصلضرب مقدار تقاضای سالیانه و هزینه آماده‌سازی تقسیم بر مقدار تولید اقتصادی
- (۳) حاصلضرب مقدار تقاضای سالیانه و هزینه آماده‌سازی تقسیم بر مقدار تولید اقتصادی
- (۴) نصف حاصلضرب مقدار تقاضای سالیانه و هزینه آماده‌سازی تقسیم بر مقدار تولید اقتصادی

۱۶. در مدل مقدار تولید اقتصادی، نرخ مصرف و نرخ تولید کالایی به صورت ثابت و به ترتیب برابر D و

P می‌باشد. اگر نرخ تولید از P به P_1 کاهش یابد، در این صورت مقدار تولید اقتصادی (در صورت

ثابت ماندن سایر پارامترها): (سراسری ۷۵)

- (۱) به اندازه $\sqrt{\frac{1-D/P_1}{1-D/P}}$ افزایش می‌یابد.
- (۲) به اندازه $\sqrt{\frac{P_1}{P_1-D}}$ کاهش می‌یابد.
- (۳) به اندازه $\sqrt{\frac{P_1}{P_1-D}}$ افزایش می‌یابد.
- (۴) به اندازه $\sqrt{\frac{1-D/P_1}{1-D/P}}$ کاهش می‌یابد.

۱۷. در یک کارخانه هزینه‌های زیر برای تولید محصول x مصرف شده:

- جمع هزینه‌های آماده‌سازی (آمادگی) یا Set-Up برای تولید x در سال = ۵۰۰۰ واحد پول

- جمع هزینه‌های نگهداری (انبارداری) محصول x در سال = ۸۰۰۰ واحد پول

این کارخانه هر بار به مقدار Q از محصول x تولید می‌نماید. مقدار اقتصادی هر بار تولید محصول x

را EOQ می‌نامیم، در شرایط ذکر شده در بالا خواهیم داشت: (سراسری ۷۵ و ۷۷)

- (۱) $Q=EOQ$
- (۲) $Q>EOQ$
- (۳) $Q<EOQ$
- (۴) $EOQ \leq Q$

۱۸. در یک سیستم سفارشات، دریافت به صورت آنی (لحظه‌ای) بوده و در این شرایط مقدار اقتصادی

سفارش (EOQ) برابر با ۸۰۰ است. اخیراً دریافت حالت تدریجی دارد. در شرایط جدید سایر

پارامترها مانند قبل است، مقدار اقتصادی سفارش به ۱۶۰۰ رسیده است. در شرایط جدید نسبت

سرعت مصرف به سرعت دریافت کالا برابر است با: (سراسری ۷۵)

- (۱) ۰/۲۵
- (۲) صفر
- (۳) ۰/۷۵
- (۴) ∞

۱۹. شرکتی تاکنون یکی از قطعات مورد نیاز خود را سفارش ساخت می‌داده که به علت عدم تحویل به موقع، شرکت هزینه کمبودی معادل ۴ برابر هزینه نگهداری هر واحد برای خود منظور می‌نموده است. جهت جلوگیری از کمبود، شرکت اقدام به ساخت این قطعه در کارخانه نموده است. در صورتی که نرخ تولید دو برابر نرخ مصرف و سایر هزینه‌ها در دو حالت خرید و تولید یکسان باشد حجم انبار مورد نیاز جهت نگهداری قطعه در شرایط جدید (تولید) نسبت به حالت قبل:

(۱) کاهش می‌یابد. (۲) قابل پیش‌بینی نیست. (۳) افزایش می‌یابد. (۴) ثابت است. (سراسری ۷۵)

۲۰. در روش مقدار تولید اقتصادی اگر P نرخ تولید و r نرخ تقاضای محصول باشد ($p > r$) و Q میزان تولید محصول در هر بار تولید باشد، در این صورت حداکثر موجودی در این سیستم کدام است؟ (در صورتی که موجودی ذخیره صفر باشد).

$$(۱) \frac{Qp}{r} \quad (۲) Q(p-r)p \quad (۳) Q(p-r) \quad (۴) \frac{Q(p-r)}{p}$$

۲۱. در یک سیستم تولیدی مقادیر اقتصادی تولید (EPQ) در شرایطی محاسبه شده است که نسبت هزینه نگهداری هر واحد کالا به هزینه مواجهه با کسری کالا برابر با ۱۰٪ بوده است. اخیراً مدیریت اعلام نموده که مواجهه با کسری مجاز نیست. در این شرایط مقدار EPQ نسبت به قبل چه تغییری (به طور کلی) می‌یابد؟

(۱) ۵ درصد کمتر می‌شود. (۲) ۵ درصد بیشتر می‌گردد. (۳) ۱۰ درصد کمتر خواهد شد. (۴) ۱۰ درصد بیشتر می‌گردد.

۲۲. یک قطعه ساخته شده دارای نرخ تقاضای سالیانه ۱۰۰۰۰ واحد است. ماشینی که در ساخت این قطعه استفاده شده دارای نرخ تولید ۱۴۰۰۰۰ واحد در سال است. هزینه راه‌اندازی ماشین ۴۰۰ تومان بوده و هزینه متغیر هر واحد ۲۵ تومان است. کمبود موجودی مجاز نیست. نرخ هزینه نگهداری موجودی ۲/۰ است. مقدار تولید اقتصادی برابر است با:

(۱) ۱۳۱۳ واحد (۲) ۱۳۸۳ واحد (۳) ۱۴۰۷ واحد (۴) ۱۴۲۵ واحد (سراسری ۷۸ و ۸۱)

۲۳. در سیستم مقدار تولید اقتصادی (EPQ) اگر نرخ تولید روزانه P و نرخ تقاضای روزانه ثابت و برابر r باشد. چنانچه نرخ تولید روزانه برابر نرخ تقاضا باشد در آن صورت ...

(۱) در هر صورت مواجه با کمبود می‌شویم.
(۲) در هر صورت مواجه با افزایش موجودی می‌شویم.
(۳) تولید همیشه بایستی ادامه داشته باشد تا مواجه با کمبود نشویم.
(۴) در بعضی از مواقع مواجه با کمبود و بعضی از مواقع مواجه با افزایش موجودی می‌شویم.

۲۴. نرخ تولید محصولی ۲ برابر نرخ تقاضای آن می‌باشد، به شرط آنکه به موازات تولید محصول، تقاضا برای محصول هم برآورده شود و سیاست آن باشد که پریود زمانی تولید و مصرف (زمان یک سیکل) برابر ۳۰ روز در نظر گرفته شود. به نظر شما چند روز بایستی به تولید پرداخته شود تا آنکه بتوانیم تقاضای تا پایان هر ماه را برآورده کنیم؟ (سراسری ۷۹)

(۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۱۰

۲۵. عمده‌ترین تفاوت دو مدل سفارش اقتصادی و تولید اقتصادی در چیست؟ (سراسری ۸۰)

(۱) در مدل سفارش اقتصادی محموله کالای درخواستی یکجا تحویل داده می‌شود.

(۲) در مدل تولید اقتصادی هزینه انبارداری هر واحد کالا در سال کمتر است.

(۳) همیشه در مدل تولید اقتصادی، تقاضای مشتریان یکجا برآورده می‌شود.

(۴) در مدل تولید اقتصادی، هزینه هر بار راه‌اندازی کمتر از هزینه سفارش‌دهی در مدل سفارش اقتصادی است.

۲۶. یک کارخانه تولید مواد غذایی، نوعی کنسرو را می‌تواند روزانه ۵۰۰۰ عدد تولید کند. متوسط فروش روزانه این نوع کنسرو ۲۵۰ عدد می‌باشد. هزینه آماده‌سازی تجهیزات برای تولید برابر ۲۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری سالانه هر قوطی کنسرو برابر ۱۵ تومان است. کارخانه ۳۰۰ روز در سال کار می‌کند، کارخانه تولید این محصول را بر اساس اندازه دسته (انباشته) اقتصادی برنامه‌ریزی کرده است. مشخص کنید تولید هر دسته (انباشته) این محصول چه مدت بر حسب روز طول می‌کشد؟ (سراسری ۸۰)

(۱) بیش از ۲ (۲) تقریباً ۲ (۳) تقریباً ۱ (۴) تقریباً $\frac{1}{4}$

۲۷. در یک سیستم کنترل موجودی، قطعه‌ای با نرخ ثابت مصرف و سفارش جایگزینی بر اساس اندازه اقتصادی تولید (EPQ) انجام می‌گیرد و کمبود موجودی مجاز نمی‌باشد. هزینه هر نوبت آماده‌سازی برای تولید (C) برابر ۱۶۰۰ تومان و فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی بهینه (T) برابر یک ماه است. معین کنید کل هزینه سالانه نگهداری این قطعه کدام گزینه است؟ (سراسری ۸۱)

(۱) ۱۶۰۰ تومان (۲) ۹۶۰۰ تومان

(۳) ۱۹۲۰۰ تومان (۴) با اطلاعات داده شده، قابل محاسبه نیست.

۲۸. تقاضا برای یک محصول تولیدی در کارگاهی برابر ۱۰۰۰ واحد در سال است. این محصول را می‌توان با نرخ ۲۰۰۰ واحد در سال تولید کرد. هزینه آماده‌سازی هر بار تولید این محصول ۱۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد در سال ۱۰ تومان است. با توجه به این اطلاعات مقدار زمان تولید در هر دوره چقدر است؟ (سراسری ۸۱)

(۱) ۱/۰ سال (۲) ۲/۰ سال (۳) ۵/۰ سال (۴) ۷۵/۰ سال

۱۵۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۲۹. مقدار ذخیره اطمینان (بافر) یک نوع ماده شیمیایی ۱۰۰۰ لیتر بوده و مقدار هر بار تولید آن ۲۰۰۰ لیتر است. هر بار که این کالا تولید می‌شود با نرخ ۴۰۰ لیتر در ساعت تولید شده و وارد مخزن می‌شود و با نرخ ۱۰۰ لیتر در ساعت مصرف می‌شود. مصرف قطعی و معین می‌باشد. میانگین (متوسط) موجودی این ماده شیمیایی در مخزن چند لیتر است؟ (سراسری ۸۱)

(۱) ۱۲۵۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۱۷۵۰ (۴) ۲۰۰۰

۳۰. در سیستم تولید سفارش اقتصادی، اگر نرخ تولید دستگاه برابر P و نرخ تقاضا هم برابر $\frac{1}{3}$ نرخ تولید باشد، در صورتی که سیکل تولید ۳۰ روز در نظر گرفته شود، مدت زمانی که در هر سیکل دستگاه به تولید می‌پردازد چقدر است؟ (سراسری ۸۲)

(۱) ۵ روز (۲) ۱۰ روز (۳) ۱۵ روز (۴) ۲۰ روز

۳۱. در یک واحد صنعتی که بر اساس مقدار تولید اقتصادی عمل می‌کند، اگر R تقاضای سالیانه و نرخ تولید سالیانه برابر P باشد و شرایطی پیش آید که نرخ تقاضا افزایش یابد ولی همواره کمتر از نرخ تولید باشد. به شرطی که سایر عوامل تغییر نکنند چه تغییری در روند تولید و یا موجودی صورت خواهد پذیرفت؟ (سراسری ۸۲)

(۱) سیکل زمانی کل کاهش می‌یابد.

(۲) سیکل زمانی کل افزایش می‌یابد.

(۳) تعداد دفعات تولید در سال کاهش می‌یابد.

(۴) سطح حداکثر موجودی افزایش می‌یابد و تغییری در سیکل زمانی کل پیدا نمی‌شود.

۳۲. در یک مدل ساده موجودی قطعی که ورود کالا به سیستم تدریجی با نرخ ۲۰۰۰ واحد در سال و نرخ تقاضای سالیانه ۱۰۰۰ واحد کالا است. زمان آماده سازی برای تولید ۳ ماه است. اگر در چنین سیستمی هر بار ۲۰۰ واحد کالا سفارش داده شود نقطه سفارش چقدر است؟ (سراسری ۸۲)

(۱) صفر واحد کالا (۲) ۵۰ واحد کالا (۳) ۱۰۰ واحد کالا (۴) ۲۵۰ واحد کالا

۳۳. تقاضای کالایی ۲۴۰۰۰ واحد در سال است و می‌توان این کالا را با نرخ ۴۸۰۰۰ واحد در سال تولید کرد. کسری به صورت تقاضای عقب افتاده مجاز است و مقدار بهینه هر بار سفارش‌دهی و کسری در هر دوره سفارش به ترتیب ۱۲۰۰ و ۴۲۰ واحد محاسبه شده است. اگر مدت زمان تحویل یک ماه باشد نقطه سفارش مجدد چقدر است؟ (سراسری ۸۳)

(۱) ۱۲- واحد کالا (۲) ۳۷۲ واحد کالا (۳) ۴۰۸ واحد کالا (۴) ۷۹۲ واحد کالا

۳۴. موقعیت موجودی (بر حسب مجموع موجودی در دست و در راه) در یک مدل کنترل موجودی قطعی در مقایسه با مدل دریافت تدریجی به چه صورتی است؟ $y(t)$ موقعیت موجودی در لحظه t (سراسری ۸۳)

$$D = \text{نرخ تقاضا} \quad L = \text{مدت زمان تدارک (Lead Time)}$$

$$Q = \text{مقدار اندازه انباشته} \quad P = \text{نرخ تولید (دریافت موجودی)}$$

$$DL \leq y(t) \leq DL + Q(1 - \frac{D}{P}) \quad (1) \quad DL + Q(1 - \frac{D}{P}) \leq y(t) \leq DL + Q(1 - \frac{D}{P}) \quad (2)$$

$$DL + Q(1 - \frac{D}{P}) \leq y(t) \leq LD + Q \quad (3) \quad (4) \text{ مانند موقعیت موجودی در مدل ساده قطعی است.}$$

۳۵. چه شرایطی لازم است وجود داشته باشد تا مقدار تولید اقتصادی در حالتی که کمبود مجاز است دو برابر وقتی باشد که کمبود مجاز نباشد؟ (سراسری ۸۳)

(۱) هزینه کمبود هر واحد کالا دو برابر هزینه نگهداری هر واحد کالا باشد.

(۲) هزینه نگهداری هر واحد کالا سه برابر هزینه کمبود هر واحد کالا باشد.

(۳) هزینه کمبود هر واحد کالا برابر هزینه نگهداری هر واحد کالا باشد.

(۴) هزینه نگهداری هر واحد کالا دو برابر هزینه کمبود هر واحد کالا باشد.

۳۶. در یک کارگاه نرخ تولید محصول برابر ۱۲۰۰۰ واحد در سال و هزینه نگهداری یک واحد محصول در سال برابر ۱۲ تومان است. اگر تقاضای سالیانه برای این محصول ۶۰۰۰ واحد در سال باشد و مقدار سفارش اقتصادی برای تولید محصول ۲۰۰۰ واحد باشد، آنگاه متوسط هزینه‌های سالیانه در این کارگاه چند تومان است؟ (سراسری ۸۴)

$$(1) 6000 \quad (2) 12000 \quad (3) 16000 \quad (4) 24000$$

۳۷. در یک صنعت تولیدی، مقادیر هر بار تولید یک محصول بر اساس فرمول‌های اقتصادی محاسبه نمی‌شود. اخیراً مدیر تولید اعلام نموده است که هزینه‌های آماده‌سازی برای تولید این محصول در سال به مراتب بیشتر از هزینه‌های نگهداری محصول در سال است. در صورتی که مقدار اقتصادی تولید این کالا را EPQ و مقدار فعلی تولید کالا در هر بار تولید Q بنامیم: (سراسری ۸۴)

$$(1) Q > EPQ \quad (2) Q \leq EPQ \quad (3) Q < EPQ \quad (4) Q \geq EPQ$$

۳۸. در یک سیستم کنترل موجودی با مقدار تولید اقتصادی (EPQ) اگر $L - mT = (\frac{1}{D} - \frac{1}{P}) Q$ باشد، نقطه سفارش مجدد چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۵)

۱۶۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

D: نرخ تقاضا، P: نرخ دریافت، L: مدت زمان تحویل، m: یک عدد صحیح $\left[\frac{L}{T}\right]$ ، T: طول دوره سفارش و Q: مقدار هر بار سفارش

$$DL - mQ \quad (1) \quad Q\left(1 - \frac{D}{P}\right) \quad (2)$$

$$(D - P)L + (m + 1)Q \quad (3) \quad (4) \text{ موارد ۱ و ۲}$$

۳۹. تقاضا برای محصولی ۴۰۰۰ واحد در سال است و این محصول در مؤسسه با نرخ تولید ۱۶۰۰۰ واحد در سال تولید می‌شود. اگر مدیریت، مقدار سفارش مناسب را برابر ۲۰۰۰ واحد تعیین کرده باشد، آنگاه حداکثر موجودی در دست در این حالت چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

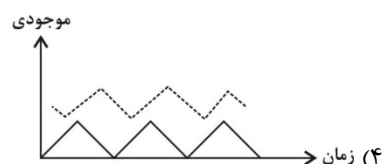
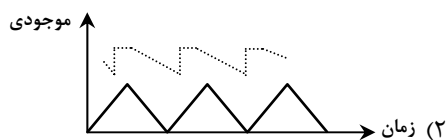
- (۱) ۱۵۰۰ واحد (۲) ۲۵۰۰ واحد (۳) ۴۰۰۰ واحد (۴) ۵۰۰۰ واحد

۴۰. در یک مدل دریافت تدریجی مصرف سالیانه ۱۰۰۰ واحد و نرخ دریافت در زمان‌های دریافت کالا ۲۰۰۰ واحد در سال است. اگر EPQ برابر ۲۰۰ واحد تعیین شده باشد و مدت زمان تحویل ۱/۰ سال باشد پس از گذشت ۲۰ روز ($\frac{2}{3}$ ماه) از صدور سفارش موقعیت موجودی حدوداً چند واحد خواهد بود؟ (سراسری ۸۶)

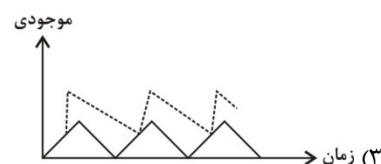
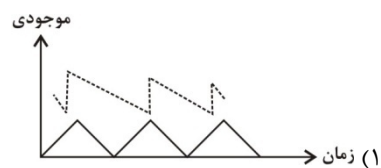
- (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۲۴۵ (۴) ۲۸۰

۴۱. وقتی که مدت تحویل (L) از T کوچک تر ولی از T_d بزرگ‌تر است (T مدت یک دور و T_d مدت زمانی از یک دور که محصول تولید نمی‌شود)، کدام یک از شکل‌های زیر در مورد موقعیت موجودی صحیح است؟ (سراسری ۸۶)

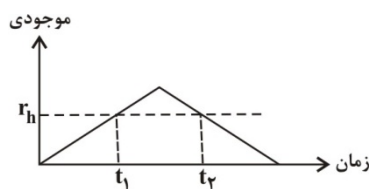
..... موجودی در دست.



..... موقعیت موجودی



۴۲. در یک مدل کنترل موجودی ساده با دریافت تدریجی نرخ دریافت ۲۰۰۰ و نرخ مصرف ۱۰۰۰ واحد در سال است. همچنین مدت زمان تحویل ۴ ماه و مقدار هر بار سفارش ۱۰۰ واحد تعیین شده است. کدام یک از نقاط زیر می‌تواند یک نقطه سفارش مجدد باشد. (سراسری ۸۶)



r_h : موجودی در دست در زمان سفارش است.

(۱) t_1 یک نقطه سفارش مجدد است.

(۲) t_2 یک نقطه سفارش مجدد است.

(۳) t_1 و t_2 هر کدام یک نقطه سفارش مجدد هستند.

(۴) هیچ‌کدام از این نقاط ممکن است نقطه سفارش مجدد نباشند.

۴۳. نرخ تقاضای محصولی $\frac{3}{4}$ نرخ تولید آن می‌باشد. اگر سیاست آن باشد که پریود زمانی تولید و مصرف (طول سیکل) برابر ۳۰ روز و نرخ تولید ۱۰۰ عدد در روز باشد مقدار تولید اقتصادی چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۷)

- (۱) ۱۲۵۰ (۲) ۱۶۵۰ (۳) ۲۲۵۰ (۴) ۲۵۰۰

۴۴. کالای A به صورت تدریجی و با سرعت P عدد در واحد زمان به انبار وارد می‌شود. کالای B به صورت آنی (یک باره) وارد انبار می‌شود. برای کالای A نسبت سرعت ورود به انبار به سرعت مصرف برابر $\frac{1}{3}$ است. سایر پارامترهای دو کالا با هم برابرند. و برای هیچ یک ذخیره اطمینان منظور نشده است. اگر هر دو کالا به مقدار اقتصادی سفارش داده شوند، متوسط موجودی کالای B چند برابر متوسط موجودی کالای A خواهد بود؟ (سراسری ۸۷)

- (۱) تقریباً $\frac{1}{2}$ (۲) تقریباً $\frac{1}{4}$ (۳) تقریباً $\frac{2}{3}$ (۴) تقریباً برابر هستند.

۴۵. تقاضا برای محصولی ۱۰۰۰۰ کیلو در سال است. این محصول را می‌توان در خود مؤسسه با نرخ ۳۰۰۰۰ کیلو در سال تولید و یا محصول را از بازار تهیه کرد. مقدار سفارش اقتصادی چه در حالت تولید و چه در حالت خرید برای محصول برابر ۱۰۰۰ کیلو است. اگر قیمت خرید یک واحد محصول از بازار و هزینه تولید یک واحد محصول در مؤسسه یکسان باشد، به نظر شما کدام عبارت، صحیح است؟ (سراسری ۸۸)

(۱) تولید محصول اقتصادی‌تر است.

(۲) ترکیبی از تولید و خرید بهتر است.

(۳) برای تعیین اقتصادی بودن خرید یا تولید نیاز به عوامل (پارامترهای) بیش‌تر است.

(۴) خرید محصول اقتصادی‌تر است به علاوه در دسره‌های تولید را نیز ندارد.

۴۶. در مدل تولید اقتصادی، مقدار تولید بهینه ۲۰۰ واحد است. اگر در این حالت در یک دوره T (فاصله‌ی زمانی بین دو سفارش تولید متوالی)، به مدت $\frac{T}{4}$ تولید داشته باشیم آنگاه فاصله‌ی بین دو زمانی که موجودی به سطح ۷۵ واحد می‌رسد چقدر است؟ (سراسری ۸۹)

$$(۱) \frac{T}{4} \quad (۲) \frac{T}{2} \quad (۳) \frac{T}{3} \quad (۴) \frac{2T}{3}$$

۴۷. در یک مدل دریافت تدریجی که براساس مقدار اقتصادی تولید عمل می‌کند. در صورتی که تقاضای سالیانه افزایش یابد ولی همواره کوچک‌تر از نرخ تولید سالیانه باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر در رابطه با سیکل زمانی بین دوبار سفارش تولید صحیح است؟ (سراسری ۸۹)

- (۱) با افزایش تقاضای سالیانه مدت زمان دوره افزایش می‌یابد.
- (۲) با افزایش تقاضای سالیانه مدت زمان دوره ممکن است افزایش و یا کاهش یابد.
- (۳) با افزایش تقاضای سالیانه مدت زمان دوره کاهش می‌یابد.
- (۴) تغییر در تقاضای سالیانه هیچ تأثیری در مدت زمان دوره ندارد.

۴۸. در مدل مقدار تولید اقتصادی (EPQ) اگر $P < D$ باشد کمبود رخ می‌دهد. در شرکتی که $P < D$ است، برای جبران کمبود، هر T واحد زمانی یکبار به مقدار Q واحد سفارش داده می‌شود. اگر D : نرخ تقاضا، P : نرخ تولید، A : هزینه سفارش‌دهی و h : هزینه نگهداری واحد موجودی در واحد زمان باشند، مقدار بهینه Q کدام است؟ (سراسری ۸۹)

$$(۱) \sqrt{\frac{2DA}{h(1 - \frac{D}{P})}} \quad (۲) \sqrt{\frac{2A}{h(D - P)}} \quad (۳) \sqrt{\frac{2(D - P)A}{h}} \quad (۴) \sqrt{\frac{2(\frac{1}{D} - \frac{1}{P})A}{h}}$$

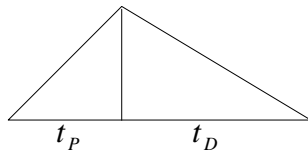
۴۹. در مدل موجودی دریافت تدریجی (تولید اقتصادی) کدام عبارت زیر صحیح است؟ (سراسری ۹۱)

- (۱) اگر هزینه سفارش‌دهی کاهش پیدا کند هزینه نگهداری در حالت بهینه افزایش پیدا می‌کند.
- (۲) اگر مدت زمان تحویل برابر دوره مصرف باشد نقطه سفارش برابر ماکزیمم موجودی خواهد بود.
- (۳) اگر نقطه سفارش بزرگ‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود در لحظه دریافت سفارش، موجودی در دست خواهیم داشت.
- (۴) اگر نقطه سفارش کوچک‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود در لحظه دریافت سفارش، موجودی در دست خواهیم داشت.

۵۰. شرکتی کالایی را با نرخ ۱۰۰۰ واحد در سال تولید می‌کند ولی تقاضا برای این کالا ۱۵۰۰ واحد در سال است. چنانچه کمبود برای کالا مجاز بوده و برای جبران کمبودها، صدور سفارش خرید در فواصل زمانی مساوی از خارج شرکت مد نظر باشد و هزینه هر واحد کمبود موجودی در سال ۱۰ واحد پول و هزینه هر بار سفارش‌دهی ۱۰۰ واحد پول و هزینه نگهداری موجودی بی‌نهایت باشد مقدار اقتصادی سفارش خرید چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۹۱)

- (۱) ۷۱/۴ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۲/۴ (۴) ۲۱۲

۵۱. در مدل اندازه اقتصادی تولید EPQ (شکل زیر) با توجه به تعاریف داده شده جواب صحیح کدام است؟ (سراسری ۹۲)



نرخ تولید در سال P

نرخ تقاضا در سال D

اندازه بهینه تولید Q

الف- Q مقداری است که در زمان سیکل با نرخ P تولید می‌شود.

ب- Q مقداری است که در زمان t_p با نرخ P تولید می‌شود.

پ- Q مقداری است که در زمان سیکل با نرخ $P - D$ تولید می‌شود.

ت- Q مقداری است که در زمان سیکل با نرخ D مصرف می‌شود.

(۱) الف و پ و ت (۲) ب و ت

(۳) همه تعاریف فوق صحیح است. (۴) پ و ت نادرست است.

۵۲. مقدار حداکثر موجودی با مدل‌های EOQ, EPQ, EOQ با کمبود برنامه‌ریزی شده و EPQ با کمبود برنامه‌ریزی شده به ترتیب عبارتند از: (سراسری ۹۲)

Q = مقدار سفارش، B = کمبود موجودی، D = نرخ تقاضا، P = نرخ تولید

(۱) $(Q - B)\left(1 - \frac{D}{P}\right)$, $Q - B$, $Q\left(1 - \frac{D}{P}\right)$, Q

(۲) $(Q - B)\left(1 - \frac{D}{P}\right)$, $Q - \frac{B}{P}$, $Q\left(\frac{D}{P} - 1\right)$, Q

(۳) $(Q - B)\left(\frac{D}{P} - 1\right)$, $Q - B$, $Q\left(1 - \frac{D}{P}\right)$, Q

(۴) $(Q\left(1 - \frac{D}{P}\right) - B)$, $Q - B$, $Q\left(1 - \frac{D}{P}\right)$, Q

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۲ ☺

از صورت سوال داریم:

$$C = ۲۵ \quad A = ۵ \quad D = ۲۵۰۰ \quad i = ۰/۱۰ \quad h = iC = ۰/۱ \times ۲۵ = ۲/۵$$

پس برای ۴ سوال بعد:

$$\Rightarrow TC(Q^*) = \sqrt{2ADh} + CD = \sqrt{2 \times ۲۵۰۰ \times ۵ \times ۰/۱ \times ۲۵} + ۲۵۰۰ \times ۲۵ = ۶۲۷۵۰$$

۲. گزینه ۳ ☺

$$C = ۲۲ \quad A = ۵۰ \quad P = ۱۰۰۰۰ \quad D = ۲۵۰۰ \quad i = ۰/۱$$

$$h = iC = ۰/۱ \times ۲۲ = ۲/۵$$

$$\Rightarrow T_{C(Q^*)} = \sqrt{2ADh(1 - \frac{D}{P})} + DC = \sqrt{2 \times ۵۰ \times ۲۵۰۰ \times ۲/۵ \times (1 - \frac{۲۵۰۰}{۱۰۰۰۰})} + ۲۵۰۰ \times ۲۲ = ۵۵۶۴۲/۳$$

۳. گزینه ۱ ☺

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times ۲۵۰۰ \times ۵۰}{۰/۱ \times ۲۵}} = ۱۰۰ \text{ واحد}$$

۴. گزینه ۲ ☺

$$Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times ۲۵۰۰ \times ۵۰}{۰/۱ \times ۲۲ \times (1 - \frac{۲۵۰۰}{۱۰۰۰۰})}} = ۳۸۹/۲$$

۵. گزینه ۴ ☺

$$D = ۷۰۰۰ \quad P = ۱۴۰۰۰ \quad A = ۵۲۵ \quad h = ۳۰$$

$$k^* = \sqrt{2ADh(1 - \frac{D}{P})} = \sqrt{2 \times ۷۰۰۰ \times ۵۲۵ \times ۳۰ \times (1 - \frac{۷۰۰۰}{۱۴۰۰۰})} = ۱۰۵۰۰$$

۶. گزینه ۲ ☺

سوال خوبیه دقت کن از راه قشنگی میشه رفت. Q را داده و Q* را بدست می‌آوریم و مقایسه می‌کنیم:

$$Q = ۱۴۰۰$$

$$Q^* = Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times ۷۰۰۰ \times ۵۲۵}{۳۰ \times (1 - \frac{۷۰۰۰}{۱۴۰۰۰})}} = ۷۰۰$$

$$\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{۱۴۰۰}{۷۰۰} + \frac{۷۰۰}{۱۴۰۰} \right) = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵ \Rightarrow k = ۱/۲۵ k^*$$

۷. گزینه ۴ ☺

$$A_2 = A_1 \quad P_2 = 2P_1 \quad D_2 = D_1$$

$$\frac{Q_1^*}{Q_2^*} = \frac{\sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}}}{\sqrt{\frac{2A_2D_2}{h_2(1-\frac{D_2}{P_2})}}} = \sqrt{\frac{1-\frac{D_2}{P_2}}{1-\frac{D_1}{P_1}}} = \sqrt{\frac{2P-D}{2P-2D}}$$

مقدار $\sqrt{\frac{2P-D}{2P-2D}}$ عددی بزرگتر از یک می باشد. بنابراین مقدار Q_2 کوچکتر از Q_1 می باشد. اما مقدار کاهش آن بستگی به D دارد.

۸. گزینه ۴ ☺

$$I_{\max}(EPQ) = Q_w \sqrt{1-\frac{D}{P}} = Q_w \sqrt{1-\frac{D}{2D}} = Q_w \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} Q_w$$

حداکثر موجودی در حالت خرید برابر با Q_w می باشد پس حداکثر موجودی در حالت تولید کوچکتر از حالت خرید می باشد.

اما بدون اینکه حتی نیاز به محاسبه هم باشد می دانستیم که همواره در حالت تولید داریم:

$$I_{\max} = Q_w \sqrt{1-\frac{D}{P}}$$

مقدار $\sqrt{1-\frac{D}{P}}$ عددی بین ۰ و ۱ می باشد پس Q_w در عددی بین ۱ و ۰ ضرب می شود و مقدارش کاهش می یابد.

۹. گزینه ۲ ☺

$$C = 100 \quad A = 20 \quad D_{\text{روزانه}} = 60 \quad P_{\text{روزانه}} = 80 \quad i = 0.15$$

$$Q_{EPQ} = \frac{\sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}}}{\sqrt{1-\frac{D}{P}}} = \frac{Q_w}{\sqrt{1-\frac{60}{80}}} = \frac{Q_w}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = \frac{Q_w}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2Q_w$$

۱۰. گزینه ۲ ☺

$$I_{\max}(EPQ) = Q_w \sqrt{1-\frac{D}{P}} = I_{\max}^w \sqrt{1-\frac{D}{P}} = I_{\max}^w \sqrt{1-\frac{60}{80}} = \frac{1}{2} I_{\max}^w$$

$$I_{\max}^w = 2I_{\max}(EPQ)$$

😊 ۱۱. گزینه ۲

$$k^* = \sqrt{rADh(1 - \frac{D}{P})} = k_w \sqrt{1 - \frac{60}{100}} = 0.8 k_w$$

$$k^* = 0.8 k_w$$

😊 ۱۲. گزینه ۴

$$Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{rAD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{rAD}{h}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{D}{P}}} = \frac{Q_w}{\sqrt{1 - \frac{D}{P}}} \xrightarrow{P=rD} = \frac{Q_w}{\sqrt{1 - \frac{D}{rD}}} = \frac{rQ_w}{\sqrt{r}} = 1/42 Q_w$$

$$\Rightarrow Q_{EPQ} = 1/42 Q_w$$

بنابراین میزان تولید اقتصادی، ۴۲ درصد بزرگتر از مقدار سفارش اقتصادی می‌باشد.

😊 ۱۳. گزینه ۴

$$I_{\max}(EPQ) = Q_w \sqrt{1 - \frac{D}{P}} = I_{\max}^w \sqrt{1 - \frac{D}{P}}$$

$$= I_{\max}^w \sqrt{1 - \frac{D}{rD}} = \frac{\sqrt{r}}{r} I_{\max}^w \approx 0.7 I_{\max}^w$$

دقت کن که اینجا داره میگه حداکثر مقدار موجودی در حالت تولید برابر با ۷۰٪ حداکثر مقدار موجودی در حالت خرید می‌باشد پس یعنی ۳۰٪ کمتر می‌باشد. (دقت کن به متن گزینه‌ها، سریع نزن)

😊 ۱۴. گزینه ۴

سوال خوبیه برای مرور فرمول‌های کمبود و تولیدی

$$\frac{h}{\pi} = 3 \quad \frac{D}{P} = 0.84$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{rAD}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = 400 \Rightarrow 400 = \sqrt{\frac{rAD}{h}} \times \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{rAD}{h}} \times \sqrt{1 + 3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{rAD}{h}} = \frac{400}{2} = 200$$

$$Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{rAD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \frac{200}{\sqrt{1 - 0.84}} = \frac{200}{\sqrt{0.16}} = \frac{200}{0.4} = 500$$

😊 ۱۵. گزینه ۲

فقط باید فرمول‌ها رو بلد باشی والا چیز دیگه‌ای نداره

$$k^* = \sqrt{rADh(1 - \frac{D}{P})} = \frac{rAD}{Q^*} = hQ^* (1 - \frac{D}{P})$$

۱۶. گزینه ۱ ☺

طبق صورت سوال داریم:

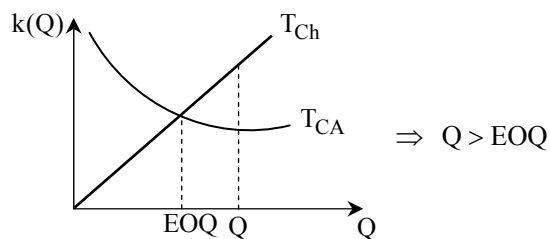
$$P > P_1 \quad \frac{Q^*}{Q_1^*} = \frac{\sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}}}{\sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P_1})}}} = \frac{\sqrt{1-\frac{D}{P_1}}}{\sqrt{1-\frac{D}{P}}} = \sqrt{\frac{1-\frac{D}{P_1}}{1-\frac{D}{P}}}$$

چون P_1 کوچکتر از P می باشد پس $\frac{D}{P_1} > \frac{D}{P}$ می باشد. پس صورت کسر کوچکتر از مخرج آن

می باشد. پس یعنی مقدار Q_1^* بزرگتر از Q^* هست و مقدار آن نیز $\sqrt{\frac{1-\frac{D}{P_1}}{1-\frac{D}{P}}}$ می باشد.

۱۷. گزینه ۲ ☺

همواره داشتیم که در نقطه بهینه هزینه های نگهداری برابر با هزینه های سفارش دهی می باشد اینجا هزینه های نگهداری مقدار بیشتری دارد پس از نقطه بهینه به سمت راست رفتیم.



۱۸. گزینه ۳ ☺

$$\left. \begin{aligned} Q_w \sqrt{\frac{2AD}{h}} &= 100 \\ Q_{EPQ} &= \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}} = \frac{Q_w}{\sqrt{1-\frac{D}{P}}} = 1600 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{100}{\sqrt{1-\frac{D}{P}}} = 1600$$

$$\sqrt{1-\frac{D}{P}} = \frac{1}{16} \Rightarrow 1-\frac{D}{P} = \frac{1}{256} \Rightarrow \frac{D}{P} = \frac{255}{256} = 0.996$$

☺ گزینه ۱۹

در حالت خرید کمبود داشتیم و $\hat{\pi} = 4h$ در حالت تولید $P = 2D$ می‌باشد

$$\left. \begin{aligned} I_{\max} &= \sqrt{\frac{2AD}{h}} \sqrt{\frac{\pi}{\pi+h}} = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi}+h}} \\ &= Q_w \sqrt{\frac{4h}{4h+h}} = Q_w \sqrt{\frac{4}{5}} \\ I_{\max}(\text{EPQ}) &= Q_w \sqrt{1-\frac{D}{P}} = Q_w \sqrt{1-\frac{D}{2P}} = \frac{\sqrt{2}}{2} Q_w \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{I_{\max}(\text{خرید})}{I_{\max}(\text{EPQ})} = \frac{Q_w \sqrt{\frac{4}{5}}}{Q_w \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{3.16} > 1 \Rightarrow I_{\max}(\text{EPQ}) < I_{\max}(\text{خرید})$$

دقت کن که منظور از حجم مورد نیاز برای انبار همان حداکثر موجودی می‌باشد.

☺ گزینه ۲۰

$$D = r$$

$$I_{\max}^*(\text{EPQ}) = Q_w \sqrt{1-\frac{D}{P}} = Q^* \left(1-\frac{D}{P}\right) = I_{\max}^*(\text{EPQ}) = Q \left(1-\frac{r}{P}\right) = Q \left(\frac{P-r}{P}\right)$$

☺ گزینه ۲۱

$$\frac{h}{\hat{\pi}} = 0.1$$

نسبت هزینه نگهداری هر واحد کالا به هزینه مواجه با کسری کالا:

$$Q_{\text{EPQ}} = Q_{\text{EPQ}} \sqrt{\frac{\hat{\pi}+h}{\hat{\pi}}} = Q_{\text{EPQ}} \sqrt{1+\frac{h}{\hat{\pi}}} = Q_{\text{EPQ}} \sqrt{1.1} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}} \times \sqrt{1.1}$$

$$Q_{\text{EPQ}} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}}$$

$$Q_{\text{EPQ}} = \frac{1}{\sqrt{1.1}} Q_{\text{EPQ}} \quad (\text{در حالت کمبود}) \Rightarrow Q_{\text{EPQ}} = 0.95 Q_{\text{EPQ}} \quad (\text{در حالت کمبود})$$

☺ گزینه ۲۲

از صورت سوال داریم:

$$D = 10000 \quad P = 140000 \quad A = 400 \quad C = 25 \quad i = 0.2$$

$$Q_{\text{EPQ}} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 400}{0.2 \times 25 \times (1-\frac{10000}{140000})}} = 1312.7$$

😊 گزینه ۲۳

در صورتی که $P = D$ باشد سطح موجودی در دست همواره صفر می‌باشد پس برای عدم مواجهه با کمبود، تولید باید به صورت پیوسته ادامه داشته باشد.

😊 گزینه ۲۴

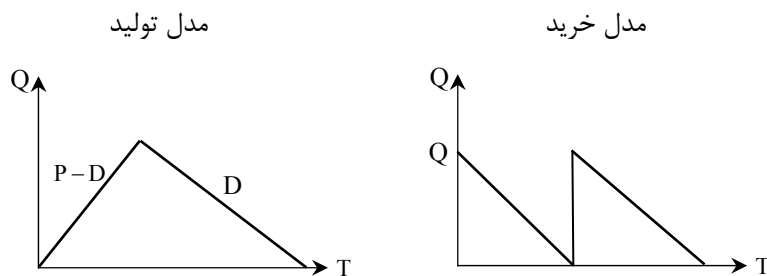
$$T = ۳۰ \text{ روز} \quad T = T_P + T_d \text{ مصرف} \quad T_d = \frac{Q}{D} = (1 - \frac{D}{P}) \quad P = ۲D$$

$$T_P = \frac{Q}{P} \quad \text{اما هیچ کدام از پارامترها را نداریم}$$

پس:

$$T_P = T - T_d = ۳۰ - \frac{Q}{D} (1 - \frac{D}{P}) = ۳۰ - ۳۰ (1 - \frac{D}{۲D}) = ۳۰ - ۳۰ (\frac{1}{۲}) = ۱۵$$

😊 گزینه ۲۵



در خرید تمام محصول یکجا تحویل داده می‌شود.

😊 گزینه ۲۶

طبق سوال داریم:

$$P = ۵۰۰۰ \quad D = ۲۵۰ \quad A = ۲۲۰۰ \quad h = ۱۵$$

$$Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{۲AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{۲ \times (۲۵۰ \times ۳۰۰) \times ۲۲۰۰}{۱۵ \times (1 - \frac{۲۵۰ \times ۳۰۰}{۵۰۰۰ \times ۳۰۰})}} = ۴۸۱۲/۲$$

$$T_P = \frac{Q}{P} = \frac{۴۸۱۲/۲}{۵۰۰۰} = ۰/۹۶ \text{ روز} \approx ۱ \text{ روز}$$

😊 گزینه ۲۷

سیستم در حالت اقتصادی می‌باشد پس تمام فرمول‌ها برقرار هستند. در نقطه بهینه داشتیم که هزینه سفارش‌دهی و هزینه نگهداری برابر هستند.

۱۷۰. برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

با توجه به فرمول‌های زیر و پارامترهای داده شده داریم:

$$A = 1600 \quad T = 30 \text{ روز} = \frac{1}{12} \text{ سال}$$

$$h = \frac{Q^*}{2} \left(1 - \frac{D}{P}\right) = \frac{AD}{Q^*} = \frac{A}{T^*} = \frac{1600}{\frac{1}{12}} = 1600 \times 12 = 19200$$

۲۸. گزینه ۱ ☺

$$D = 1000 \quad P = 2000 \quad A = 100 \quad h = 10$$

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 100}{10(1 - \frac{1000}{2000})}} = 200$$

$$T_P = \frac{Q}{P} = \frac{200}{2000} = 0.1 \text{ سال}$$

۲۹. گزینه ۳ ☺

حالت خاصی از مدل تولید که ذخیره اطمینان (SS) هم در مدل داریم.

$$SS = 1000 \quad Q^* = 2000 \quad D = 100 \quad P = 400$$

$$\bar{T}^* = \frac{Q^*}{2} \left(1 - \frac{D}{P}\right) + SS = \frac{2000}{2} \times \left(1 - \frac{100}{400}\right) + 1000 = 1750$$

فقط حواست باشد مقدار هر بار تولید آن منظور شود همون Q^* هست نه P .

۳۰. گزینه ۲ ☺

وقتی نرخ تولید $\frac{1}{3}$ نرخ تقاضا باشد پس در یک سیکل $\frac{1}{3}$ زمان تولید و $\frac{2}{3}$ زمان مصرف می‌کنیم. پس

$$T_P = \frac{1}{3} \times 30 = 10 \text{ روز خواهد شد اما داریم:}$$

$$T = T_P + T_d = 30 \text{ روز} \quad D = \frac{1}{3}P$$

$$T_d = \frac{Q}{D} \left(1 - \frac{D}{P}\right) = 30 \times \left(1 - \frac{\frac{1}{3}P}{P}\right) = 30 \times \frac{2}{3} = 20$$

$$T_P = 30 - T_d = 30 - 20 = 10 \text{ روز}$$

۳۱. سوال اشتباه است ☹

R همان D (تقاضای سالیانه) می‌باشد.

طبق متن کتاب می‌دانیم که در صورت افزایش D تا $\frac{P}{2}$ موجب افزایش $D(1 - \frac{D}{P})$ که این افزایش سبب کاهش T^* و افزایش I_{\max} خواهد شد.

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{hD(1 - \frac{D}{P})}}$$

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \times \sqrt{1 - \frac{D}{P}} = \sqrt{\frac{2A}{h}} \times \sqrt{D(1 - \frac{D}{P})}$$

و از $\frac{P}{P}$ تا P موجب کاهش $D(1 - \frac{D}{P})$ و به طبع باعث افزایش T^* و کاهش I_{\max} می‌شود.

ارتباط میان T^* و N هم معکوس می‌باشد.

$$T^* = \frac{1}{N^*}$$

یعنی باعث کاهش و یا افزایش N^* می‌شود.

۳۲. گزینه ۲ ☺

برای بدست آوردن نقطه سفارش مجدد در حالت تولیدی همیشه یادت باشد که باید T_d رو با L' مقایسه کنی.

$$P = 2000 \quad D = 1000 \quad L = 3 \text{ ماه} = \frac{3}{12} \text{ سال} \quad Q = 200$$

$$m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{DL}{Q} \right] = \left[\frac{1000 \times \frac{3}{12}}{200} \right] = 1$$

$$\left. \begin{aligned} L' = L - mT &= \frac{3}{12} - 1 \times 0.2 = 0.05 \\ T_d = T - T_P &= \frac{Q}{D} - \frac{Q}{P} = \frac{200}{1000} - \frac{200}{2000} = 0.1 \end{aligned} \right\} L' < T_d$$

پس در قسمت مصرف قرار داریم:

$$r = DL - mQ = 1000 \times \frac{3}{12} - 1 \times 200 = 50 \text{ واحد}$$

۳۳. گزینه ۱ ☺

باز هم نقطه سفارش مجدد اولین کار مقایسه بین T_d و L' پس داریم:

$$m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{DL}{Q} \right] = \left[\frac{24000 \times \frac{1}{12}}{1200} \right] = 1$$

$$\left. \begin{aligned} L' = L - mT &= \frac{1}{12} - 1 \times \frac{1200}{24000} = 0.033 \\ T_d = T - T_P &= \frac{Q}{D} \left(1 - \frac{D}{P} \right) = \frac{1200}{24000} \times \left(1 - \frac{24000}{48000} \right) = 0.025 \end{aligned} \right\} \Rightarrow L' > T_d$$

پس در قسمت تولید قرار داریم.

$$r = (P - D)(T - L') - b = (48000 - 24000)(0.05 - 0.033) - 420 = -12$$

دقت کردی که در حالت کمبود هم هستیم یعنی یک b رو باید از r کم کنی.

😊 **۳۴. گزینه ۴**

موقعیت موجودی تفاوتی با حالت مدل ساده قطعی نمی‌کند.

پس:

$$DL \leq y(+) \leq DL + Q$$

😊 **۳۵. گزینه ۲**

توی اینجور سوالا بین گزینه‌ها دارن چی می‌گن متوجه میشی باید چیکار کنی.

$$\frac{Q_{EPQ} \text{ در حالت کمبود}}{Q_{EPQ}} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} \times h}{\hat{\pi}}}}{\sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}}} = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{\hat{\pi} \times h}{\hat{\pi}}} = 2$$

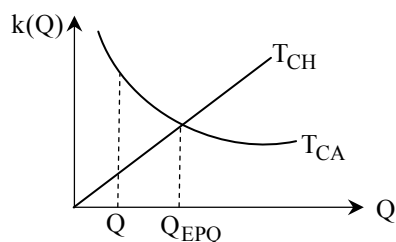
$$\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}} = 2 \Rightarrow h = \hat{\pi}$$

😊 **۳۶. گزینه ۲**

$$P = 12000 \quad h = 12 \quad D = 6000 \quad Q_{EPQ} = 2000$$

$$k^* = \sqrt{2ADh(1-\frac{D}{P})} = hQ^* \left(-\frac{D}{P}\right) = 12 \times 2000 \times \left(1 - \frac{6000}{12000}\right) = 12000$$

😊 **۳۷. گزینه ۳**



چون هزینه‌های نگهداری کوچکتر از هزینه‌های سفارش‌دهی می‌باشد پس طبق این نمودار مقدار $Q < Q_{EPQ}$ قرار دارد پس $Q < Q_{EPQ}$ درست چپ

😊 **۳۸. گزینه ۴**

$$L - mT = \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P}\right)Q \text{ که در صورت سال ذکر شده}$$

پس:

$$L - mT = \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P}\right)Q = \frac{Q}{D} - \frac{Q}{P} = T - T_P = T_d \Rightarrow L = T_d$$

پس نقطه سفارش مجدد ماکزیمم موجودی می باشد.

$$r = DL - mQ = (P - D)(T - L') = Q\left(1 - \frac{D}{P}\right) = I_{\max}$$

😊 گزینه ۱۳۹

از صورت سوال داریم:

$$D = 4000 \quad P = 16000 \quad Q^* = 2000$$

$$I_{\max}(EPQ) = Q^* \left(1 - \frac{D}{P}\right) = 2000 \left(1 - \frac{4000}{16000}\right) = 1500$$

😊 گزینه ۳۰

$$DL + Q - Q \cdot t = 1000 \times 0 / 1 + 200 - 1000 \times \frac{2}{12} = 244 / 4 = -245$$

مدت زمان t پس از صدور سفارش

😊 گزینه ۴۱

شکل موقعیت موجودی مدل EPQ کاملاً مشابه موقعیت موجودی EOQ است.

😊 گزینه ۴۲

باز هم مقایسه T_d و $L' = L - mT$

$$P = 2000 \quad D = 1000 \quad L = \frac{4}{12} \text{ سال} \quad Q = 100$$

$$m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{DL}{Q} \right] = \left[\frac{\frac{4}{12} \times 1000}{100} \right] = 3$$

$$\left. \begin{aligned} L' = L - mT &= \frac{4}{12} - 3 \times \frac{100}{1000} = 0.3 \\ T_d = T - T_p &= \frac{Q}{D} \left(1 - \frac{D}{P}\right) = \frac{100}{1000} \times \left(1 - \frac{1000}{2000}\right) = 0.5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow L' < T_d$$

پس ما در قسمت مصرف قرار داریم در نتیجه T_p می تواند نقطه سفارش مجدد باشد.

😊 گزینه ۳۳

$$D = \frac{3}{4}P \quad T = T_p + T_d = 30 \quad P = 100$$

$$D = \frac{3}{4}P = \frac{3}{4} \times 100 = \frac{300}{4} \quad Q = D \cdot T = \frac{300}{4} \times 30 = 2250$$

😊 گزینه ۴۴

دقت کن که کالای A مدل تولیدی و کالای B مدل سفارش می باشد.

$$\frac{P_A}{D_A} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{\bar{I}_{Eoq}^B}{\bar{I}_{EPQ}^A} = \frac{\frac{Q_w}{2}}{Q^* \left(1 - \frac{D_A}{P_A}\right)} = \frac{\frac{Q_w}{2}}{\frac{Q_w}{2} \sqrt{1 - \frac{D_A}{P_A}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3}{10}}} = \sqrt{\frac{10}{7}} = 1/195 \approx 1/2$$

😊 گزینه ۱

به طور کلی در صورتی که پارامترها یکجا باشند همواره مدل تولید ترجیح داده می‌شود بدلیل اینکه هزینه آن کمتر است.

اما:

$$\frac{k_{EOQ}^*}{k_{EPQ}^*} = \frac{\sqrt{2ADh}}{\sqrt{2ADh \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{10000}{30000}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1/22$$

$$k_{EOQ}^* > k_{EPQ}^*$$

😊 گزینه ۲

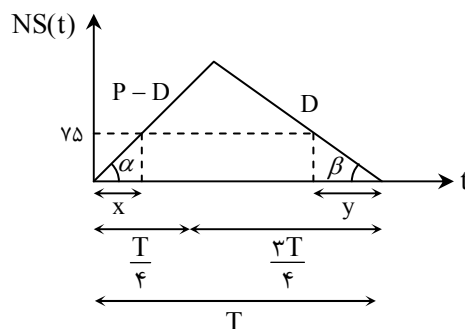
$$t_p = \frac{T}{4} = \frac{Q^*}{4} \rightarrow P = \frac{100}{T}$$

$$T = \frac{Q^*}{D} \rightarrow D = \frac{200}{T}$$

$$t_y \alpha = \frac{75}{x} = P - D \rightarrow x = \frac{75}{P - D} = \frac{75}{\frac{100}{T} - \frac{200}{T}}$$

$$\rightarrow x = \frac{75 \times T}{600}$$

$$t_y \beta = \frac{75}{y} = D \rightarrow y = \frac{75}{D} = \frac{75}{\frac{200}{T}} \rightarrow y = \frac{75 \times T}{200}$$

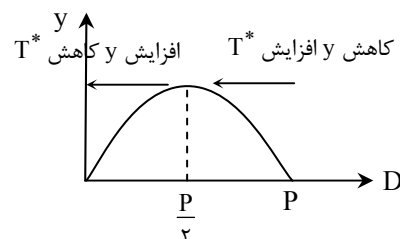


$$T - (x + y) = T - \left(\frac{75 \times T}{600} + \frac{75 \times T}{200}\right) = \frac{T}{2}$$

😊 گزینه ۲

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{hD \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \rightarrow T^* = \sqrt{\frac{2A}{hy}}$$

$$y = D \left(1 - \frac{D}{P}\right) \rightarrow y' = 1 - \frac{2D}{P} = 0 \rightarrow D = \frac{P}{2}$$



☺ گزینه ۳۸

مقدار تقاضایی که در مدل تولید برآورد نمی‌شود و سبب کمبود می‌شود که برای جلوگیری از آن سفارش می‌دهیم $D - P$ می‌باشد، پس:

$$Q = \sqrt{\frac{2A(D-P)}{h}}$$

☺ گزینه ۴۹

با در نظر گرفتن این نکته که در صورتی که در قسمت تولید قرار داریم، نقطه سفارش بزرگتر می‌باشد و بنابراین با دیرتر سفارش دادن، با کمبود مواجه خواهیم شد و از طرفی در قسمت مصرف، در صورت زودتر سفارش دادن، با مشکل نگهداری موجودی در دست مواجه خواهیم شد و در این سوال مشخص نیست که در کدام یک از حالات قرار داریم، گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ رد خواهند شد و گزینه گزینه صحیح گزینه ۲ خواهد بود.

☺ گزینه ۵۰

این یک مثال عددی از سوال ۴۸ می‌باشد چون نرخ تقاضا بیشتر از تولید می‌باشد پس یک حالت برون سپاری داریم.

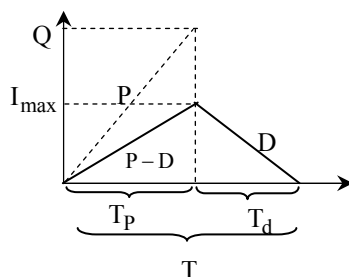
$$P = 1000 \quad D = 1500 \quad \hat{r} = 10 \quad A = 100 \quad h = \infty$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2A(D-P)}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{r} + h}{\hat{r}}}$$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2A(D-P)}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{r} + h}{\hat{r}}} = \sqrt{\frac{2A(D-P)}{\hat{r}}}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 500}{10}} = 100$$

☺ گزینه ۵۱



اگر مفهوم مدل رو بلد باشی سوال خیلی راحت و قشنگی هست.
 Q مقداری است که در طول سیکل T با نرخ D مصرف می‌شود.
 و در زمان T_P با نرخ $P - D$ تولید می‌شود.

۵۲. گزینه ۴ ☺

مقدار حداکثر موجودی در ۴ حالت EOQ و EPQ و EOQ کمبوددار و EPQ کمبوددار را می‌خواهد که سوال خوبییه برای مرور.

$$\text{EOQ} : I_{\max} = Q \qquad \text{EPQ} : I_{\max} = Q\left(1 - \frac{D}{P}\right)$$

$$\text{EOQ کمبوددار} : I_{\max} = Q - B \qquad \text{EPQ کمبوددار} : I_{\max} = Q\left(1 - \frac{D}{P}\right) - B$$



فصل ۵

مدل چند محصولی

و محدودیت دار



مدل چند محصولی ساده

کاملاً مشابه مدل EOQ است که برای چند محصول در نظر گرفته شده است.

هدف از این مدل تعیین مقدار سفارش اقتصادی برای هر محصول Q_j^* و نقطه سفارش بهینه r_y^*, r^* با هدف حداقل کردن مجموع هزینه‌هاست. بنابراین داریم:

$$\min Z = \sum_j \left(\frac{D_j A_j}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{2} + C_j D_j \right)$$

که در نتیجه:

$$\frac{\delta Z}{\delta Q_j} = 0 \Rightarrow Q_j^* = Q_{oj} = \sqrt{\frac{2 D_j A_j}{h_j}}$$

$$\text{کل هزینه متغیر سالیانه} = \sum_j \sqrt{2 D_j A_j h_j}$$

ولی با توجه به اینکه هیچ محدودیتی لحاظ نشده است گویی چند مدل ویلسون را بصورت جداگانه برنامه‌ریزی کرده‌ایم و هزینه کل برابر با جمع کلیه هزینه‌ها می‌باشد.

مثال: انباری دارای کالاهای مختلف با پارامترهای مختلف می‌باشد اگر این کالاها با مدل

چند محصولی ساده کنترل شوند آنگاه:

- (۱) کلیه کالاها به مقدار مساوی سفارش داده می‌شوند.
- (۲) کلیه کالاها بدون توجه به پارامترها باهم سفارش داده می‌شوند.
- (۳) ممکن است حداقل هزینه‌ها در حالتی که کالاها باهم سفارش داده شوند رخ دهد.
- (۴) برای صرفه‌جویی در هزینه‌ها باید کالاها با یکدیگر سفارش داده شوند.

مثال: دو کالای زیر با هم در انبار نگهداری می‌شوند. اگر این کالاها با مدل چندمحصولی ساده

کنترل شوند آنگاه مقدار سفارش اقتصادی هر یک چقدر است؟

شرح	کالای A	کالای B
تقاضای سالیانه	۴۰۰۰	۸۰۰۰
هزینه سفارش‌دهی	۹۰۰	۸۰۰
هزینه نگهداری	۴۰	۴۰

$$Q_A = \sqrt{\frac{2 \times 900 \times 4000}{40}} = 300\sqrt{2} = 424.26 \quad Q_B = \sqrt{\frac{2 \times 800 \times 800}{40}} = \frac{800}{\sqrt{2}} = 565.68$$

مدل چندمحصولی در حالت الزام سفارش همزمان محصولات

فرضیات مانند مدل چند محصولی ساده است، با این تفاوت که محصولات باید باهم سفارش داده شوند در نتیجه سیکل بهینه هم یکسان بوده و بنابراین ابتدا تابع هزینه را برحسب سیکل نوشته و از آن مشتق گرفته و سیکل بهینه را بدست می‌آوریم، سپس مقادیر سفارش بهینه بدست می‌آید:

$$\min Z = \sum \frac{A_j D_j}{Q_j} + \sum \frac{h_j Q_j}{2} + C_j D_j$$

$$\forall T_j = T \rightarrow K(T) = \frac{\sum A_j}{T} + \frac{T}{2} \sum h_j D_j$$

$$\frac{dK(T)}{dT} = 0 \rightarrow T^* = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum h_j D_j}} \rightarrow Q_j^* = T^* \cdot D_j$$

$$\text{if } T = T^* \quad K(T^*) = \sqrt{2 \sum A_j \sum h_j D_j} = \frac{2 \sum A_j}{T^*} = T^* \sum h_j D_j$$

مثال: دو محصول در یک انبار نگهداری می‌شوند و الزام سفارش همزمان داریم اگر اطلاعات در

دسترس در خصوص دو کالا به صورت زیر باشند از هر کالا چقدر سفارش می‌دهیم؟

A	h	D	کالا
۱۰	۲	۱۰۰۰	A
	۲	۳۰۰۰	B

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum h_j D_j}} = \sqrt{\frac{2 \times 10}{2 \times 1000 + 2 \times 3000}} = \sqrt{\frac{2 \times 10}{2 \times 4000}} = \frac{1}{20} \rightarrow Q_j^* = T^* \cdot D_j \rightarrow \begin{cases} Q_1^* = 50 \\ Q_2^* = 150 \end{cases}$$

مدل چند محصولی تولیدی

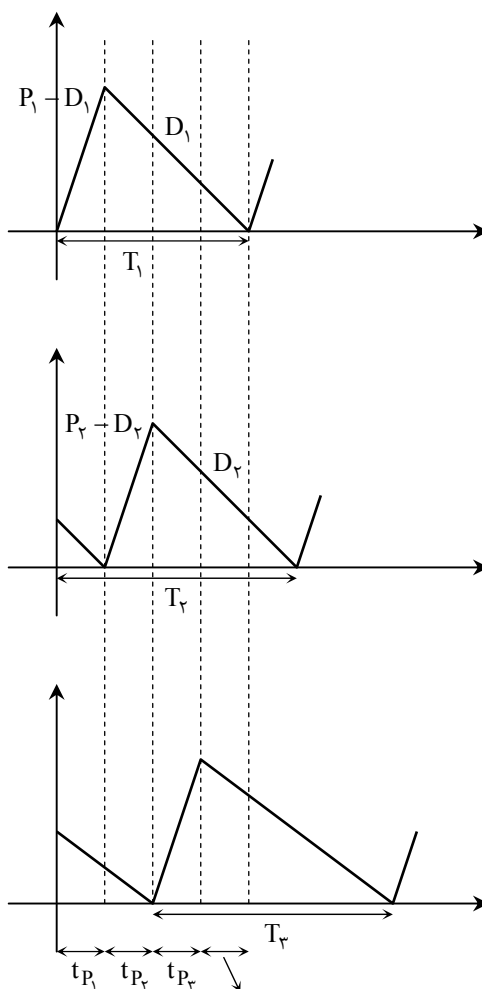
فرضیات مدل مانند مدل چند محصولی ساده است با این تفاوت که:

۱. مدل تولیدی است یعنی کالا با نرخ ثابت P وارد انبار می شود.

۲. کلیه اقلام توسط یک ماشین تولید می شوند (محدودیت ماشین تولیدی داریم).

هدف از این مدل تعیین کردن مقدار تولید بهینه برای هر کالا Q_j^* و نقاط سفارش بهینه r_y^*, r^* با

هدف کمینه کردن هزینه ها با وجود محدودیت یک ماشین تولیدی می باشد.



برای سادگی این مدل و برآورده شدن محدودیت آن فرض شده است که $\forall j, T_j = T$ که در آن داریم T_j سیکل تولیدی محصول j ام می‌باشد، پس داریم:

کل هزینه متغیر سالیانه:

$$T_j = \frac{Q_j}{D_j}$$

$$K(T) = \sum_j \left(\frac{D_j A_j}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{r} \left(1 - \frac{D_j}{P_j} \right) \right) \Rightarrow K(T) = \frac{\sum A_j}{T} + \frac{T}{r} \sum h_j D_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j} \right)$$

که برای حالت بهینه داریم:

$$\frac{dK(T)}{dT} = 0 \Rightarrow T^* = \sqrt{\frac{r \sum A_j}{\sum h_j D_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j} \right)}}$$

$$Q_j^* = T^* D_j$$

هزینه متغیر سالیانه بهینه را نیز می‌توان با استفاده از روابط زیر بدست آورد:

$$K(T^*) = \sqrt{r \sum A_j \sum h_j D_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j} \right)} = \frac{r \sum A_j}{T^*} = T^* \sum h_j D_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j} \right)$$

نکته: با توجه به اینکه که سیکل بهینه برای همه یکسان می‌باشد در برخی موارد برای تست زدن می‌توان از این نسبت ثابت استفاده کرد:

$$\frac{Q_1}{D_1} = \dots = \frac{Q_j}{D_j} = T$$

پس می‌توان راحتی گفت نسبت مقدار اقتصادی سفارش با نسبت تقاضاها برابر است.

شرط لازم برای جواب‌دار بودن:

$$\frac{t_{p_j}}{T_j} : \text{درصد زمانی از یک دوره که ماشین مشغول تولید محصول } j \text{ام است.}$$

یه مقدار ساده‌تر می‌توان نوشت:

$$\frac{D_j}{P_j} : \text{درصد زمانی از یک دوره که ماشین مشغول تولید محصول } j \text{ام است.}$$

کسرهای بالا واحد ندارند پس در دوره یا سال فرقی باهم ندارند و برابر می‌باشند.

$\sum \frac{D_j}{P_j}$: درصد زمان کار ماشین در سال یا دوره

$1 - \sum \frac{D_j}{P_j}$: درصد زمان بیکاری ماشین در سال یا دوره

مدت زمان بیکاری ماشین در یک سال: $1 - \sum \frac{D_j}{P_j}$

مدت زمان بیکاری ماشین در یک دوره: $T(1 - \sum \frac{D_j}{P_j})$

شرط لازم برای داشتن جواب منوط بر برقراری این رابطه:

$$1 - \sum \frac{D_j}{P_j} \geq 0.$$

الگوریتم حل مدل:

ابتدا شرط جواب دار بودن مدل را چک کن؛ اگر این شرط برقرار نباشد امکان تولید این چند محصول با یک ماشین تولیدی وجود ندارد.

در صورتی که شرط برقرار بود ابتدا مقدار T^* را از روابط زیر بدست آورده و سپس با استفاده از آن، Q_j^* را برای هر کالا بدست آورید.

$$T^* = \sqrt{\frac{\sum A_j}{\sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}}$$

$$Q_j^* = T^* \cdot D_j$$

آنالیز حساسیت آن به شرح زیر است:

$$P_j \nearrow \rightarrow T^* \searrow \rightarrow Q_j^* \searrow$$

$$h_j \nearrow \rightarrow T^* \searrow \rightarrow Q_j^* \searrow$$

$$A_j \nearrow \rightarrow T^* \nearrow \rightarrow Q_j^* \nearrow$$

در صورت کاهش پارامترها نیز عکس آن رخ می‌دهد و در مورد تغییرات تقاضا نیز می‌توان گفت بستگی به نسبت تولید و تقاضا دارد.

$$h \rightarrow \infty \rightarrow T^* = 0 \rightarrow Q^* = 0.$$

حال برای آنالیز حساسیت هزینه می‌توان با توجه به اینکه $K^* = \sqrt{2 \sum A_j \sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}$ گفت:

$$h_j \nearrow \rightarrow K^* \nearrow$$

$$A_j \nearrow \rightarrow K^* \nearrow$$

$$P_j \nearrow \rightarrow \frac{D}{P} \searrow \rightarrow -\frac{D}{P} \nearrow K^* \nearrow$$

$$h \rightarrow \infty \rightarrow K^* \rightarrow \infty$$

مثال: در یک کارگاه صنعتی سه نوع محصول بوسیله یک ماشین تولید می‌شود ظرفیت تولیدی

ماشین برای محصول یک برابر ۲۷۰۰۰ واحد در سال و برای محصول دوم برابر ۳۶۰۰۰ واحد در

سال و برای محصول سوم برابر ۹۰۰۰ واحد در سال است. سایر ارقام مطابق جدول زیر است.

مقدار اقتصادی هر بار تولید برای هریک از محصولات چقدر است؟

محصول	۱	۲	۳
مصرف سالیانه به واحد	۹۰۰۰	۱۸۰۰۰	۶۰۰۰
هزینه نگهداری هر واحد در سال به تومان	۵	۶	۸
هزینه هر بار سفارش به تومان	۸۰۰	۷۰۰	۵۰۰

(۱) ۲۰۰۰ و ۳۲۰۰ و ۱۹۰۰ (۲) ۱۶۰۰ و ۴۲۰۰ و ۱۷۰۰۰

(۳) ۱۸۰۰ و ۳۶۰۰ و ۱۲۰۰ (۴) ۱۸۰۰ و ۳۲۰۰ و ۱۰۰۰

حل: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$T = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}} = \sqrt{\frac{2(800 + 700 + 500)}{5 \times 9000 (1 - \frac{9000}{27000}) + 6 \times 18000 (1 - \frac{18000}{36000}) + 8 \times 6000 (1 - \frac{6000}{9000})}} = 0.2$$

$$Q_j^* = T^* \cdot D_j = \begin{cases} Q_1^* = 1800 \\ Q_2^* = 3600 \\ Q_3^* = 1200 \end{cases}$$

راه تستی: طبق نکته، از همان ابتدا می‌توانستیم بگوییم چون $D_2 = 2D_1$ می‌باشد بدنبال گزینه‌ای

هستیم که $Q_2 = 2Q_1$ باشد پس گزینه ۳ صحیح است.

مثال: در یک سیستم موجودی سه قلم کالا، تحت شرایط مدل ساده‌ی قطعی کنترل می‌شود که هزینه‌های نگهداری آن ناچیز است ولی محدودیت حداکثر سرمایه درگیر در موجودی به اندازه‌ی ۱۰۰۰۰ واحد پول مطرح است. اگر مصرف سالیانه به ترتیب ۱۰۰ و ۱۳۰ و ۱۵۰ و هزینه تهیه یک واحد کالا به ترتیب ۴۲ و ۵۰ و ۶۲ واحد پول و هزینه‌های سفارش‌دهی به ترتیب ۵ و ۵ و ۱۰ واحد پول برای کالاهای اول دوم و سوم باشد و دوره سفارش همه اقلام یکسان در نظر گرفته شود مقدار سفارش اقتصادی هر قلم چقدر خواهد بود؟
(سراسری ارشد - ۸۹)

$$(1) \quad Q_1 \approx 64/9, \quad Q_2 \approx 64/9, \quad Q_3 \approx 64/9$$

$$(2) \quad Q_1 \approx 59/5, \quad Q_2 \approx 50, \quad Q_3 \approx 80/65$$

$$(3) \quad Q_1 \approx 62/6, \quad Q_2 \approx 68/4, \quad Q_3 \approx 63/7$$

$$(4) \quad Q_1 \approx 50, \quad Q_2 \approx 65, \quad Q_3 \approx 75$$

حل: گزینه‌ی ۴ صحیح است.

با توجه به این نکته که $\frac{Q_1}{D_1} = \dots = \frac{Q_j}{D_j} = T$ می‌باشد ۴ صحیح است در ضمن روال کلی صعودی یا نزولی تقاضا در مورد سفارش نیز باید صدق کند.

مثال: خط تولیدی ۳ محصول با اطلاعات زیر تولید می‌شود مطلوب است بدست آوردن:

محصول	۱	۲	۳
مصرف سالیانه	۲۰۰۰	۱۰۰۰	۱۵۰۰
نرخ هزینه نگهداری	٪۱۰	٪۱۰	٪۱۰
هزینه آماده سازی	۱۰۰	۸۰	۶۵
نرخ تولید	۱۸۰۰۰	۲۵۰۰۰	۱۰۰۰۰
قیمت	۴	۶	۳

۱. مقدار سفارش اقتصادی برای هر محصول

۲. زمان بیکاری خط تولید در هر سیکل؟

۳. در یک سال خط تولید چند روز متوقف می‌باشد؟ (سال ۲۵۰ روز کاری)

ابتدا شرط جواب داشتن مدل را چک می‌کنیم $0/3 < 1$ پس $\sum \frac{D_j}{P_j} = \frac{2000}{18000} + \frac{1000}{25000} + \frac{1500}{10000} = 0/3 < 1$

مدل دارای جواب می‌باشد.

داریم:

$$۱) T^* = \sqrt{\frac{\sum A_j}{\sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}} = 0.54 \rightarrow \begin{cases} Q_1^* = 0.54 \times 2000 = 1080 \\ Q_2^* = 0.54 \times 1000 = 540 \\ Q_3^* = 0.54 \times 1500 = 810 \end{cases}$$

$$۲) T(1 - \sum \frac{D_j}{P_j}) = 0.54 \times 0.7 = 0.38$$

$$۳) 250(1 - \sum \frac{D_j}{P_j}) = 250 \times 0.7 = 175$$

نکته: با توجه به اینکه در این مدل‌ها همه تغییرات براساس T^* بیان می‌گردد؛ وقتی به هر دلیلی نتوان از سیکل بهینه استفاده کرد برای بدست آوردن افزایش هزینه‌ها داریم:

$$\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{T}{T^*} + \frac{T^*}{T} \right)$$

مدل چندمحصولی تولیدی با زمان آماده‌سازی

حال برای مدل چند محصولی، فرض کنید هر محصول برای هر بار تولید احتیاج به زمان آماده سازی دارد که آن را با S_j نشان می‌دهیم.

S_j : زمان هر بار آماده سازی برای تولید محصول j ام

در صورتی که مجموع این زمان‌های آماده سازی از زمان بیکاری ماشین بیشتر باشد طبیعتاً باید زمان سیکل تغییر کند تا بتواند این زمان را در بر گیرد. پس به بررسی روابط بین آنها می‌پردازیم:

$$۱) \text{ if } \sum S_j \leq T(1 - \sum \frac{D_j}{P_j}) \quad T^* = T_o = \sqrt{\frac{\sum A_j}{\sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}}$$

$$۲) \text{ if } \sum S_j > T(1 - \sum \frac{D_j}{P_j}) \quad T^* = T_{\min} = \frac{\sum S_j}{1 - \sum \frac{D_j}{P_j}}$$

اگر در حالت ۱ باشیم زمان بیکاری در دوره برای آماده سازی کافی بوده و تغییری در سیکل بهینه ایجاد نمی‌شود ولی اگر در حالت ۲ باشیم زمان بیکاری در دوره برای آماده سازی کافی نبوده و باید سیکل تغییر کند.

الگوریتم حل مدل:

برای راحتی کار و عدم محاسبه و مقایسه نامساوی بالا، می‌توان از الگوریتم زیر برای حل مدل استفاده کرد: ابتدا باید T_{\min} و T_{\max} را طبق روابط زیر بدست آورید و ماکزیمم بین آنها برابر T^* است. ☺ حواست باشد ماکزیمم

$$T_{\max} = \sqrt{\frac{\sum A_j}{\sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}} \quad T_{\min} = \frac{\sum S_j}{1 - \sum \frac{D_j}{P_j}} \quad T^* = \max \{T_{\max}, T_{\min}\}$$

مقدار سفارش بهینه برای هر محصول بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$Q^* = T^* \times D_j$$

کل هزینه متوسط متغیر سالیانه مدل از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$T^* = T_{\max}$$

$$K(T^*) = \sqrt{\sum A_j \sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})} = \frac{\sum A_j}{T^*} = T^* \sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j}) = \sum h_j I_{\max j}$$

$$T^* = T_{\min}$$

$$K(T^*) = \frac{\sum A_j}{T^*} + \frac{T^*}{2} \sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})$$

حالت دوم باعث شده که هزینه کل افزایش یابد و دلیل آن وجود زمان آماده سازی بوده است.

مثال: در یک سیستم سفارش تولید چند کالا، محدودیت منبع تولیدی مطرح است. با توجه به

(سراسری ارشد - ۸۵)

روابط زیر فرض کنید $T^* = T_{\min}$ باشد.

$$T^* = \sqrt{\frac{\sum A_j}{\sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}} \quad T_{\min} = \frac{\sum S_j}{1 - \sum \frac{D_j}{P_j}}$$

S_j : زمان آماده سازی برای تولید کالای j ام

A_j : هزینه آماده سازی برای تولید کالای j ام

D_j : نرخ مصرف کالای j ام

P_j : نرخ تولید کالای j ام

h_j : هزینه نگهداری یک واحد کالای j ام در سال

کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

(۱) مقدار سفارش کالای زام برابر $D_j \times T_{\min}$ خواهد بود.

(۲) با کاهش زمان‌های آماده‌سازی مقدار سفارش کالاها تغییر نمی‌کند.

(۳) مقدار سفارش کالای زام کمتر از $D_j \times T_{\min}$ است.

(۴) اگر زمان‌های آماده‌سازی بیش از دو برابر شوند مقدار سفارش کالای زام برابر $D_j \times T^*$ خواهد بود.

حل: گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$T_{\min} = T^* = T_o \rightarrow T_o > T_{\min}$$

$$\text{گزینه (۱) غلط} \rightarrow T^* = \max\{T_{\min}, T_o\} = T_o \rightarrow Q_j = D_j \times T_o = D_j \times T^*$$

$$\text{گزینه (۳) غلط} \rightarrow T^* > T_{\min} \rightarrow D_j T^* > D_j T_{\min}$$

اگر زمان آماده‌سازی بیش از ۲ برابر شود، T_{\min} بیش از ۲ برابر می‌شود. بنابراین T^* از T_o بزرگتر خواهد شد و $\max\{T_{\min}, T_o\}$ برابر T_{\min} خواهد شد و $Q_j = D_j \times T_{\min}$ ، بنابراین گزینه (۴) غلط است. در گزینه (۲) کاهش زمان آماده‌سازی موجب کاهش T_{\min} خواهد شد و بنابراین $\max\{T_{\min}, T_o\}$ برابر T_o می‌شود، یعنی مقدار سفارش کالاها تغییر نمی‌کند.

مثال: شرط لازم برای شدنی بودن تولید n محصول با یک ماشین تولیدی وقتی که نرخ تقاضای

سالیانه، نرخ تولید و زمان آماده‌سازی برای محصول زام، به ترتیب S_j, P_j, D_j باشد چیست؟

$$\sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} - \sum_{j=1}^n S_j < 1 \quad (۲) \qquad \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} < 1 \quad (۱)$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} - \sum_{j=1}^n S_j > 1 \quad (۴) \qquad \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} + \sum_{j=1}^n S_j < 1 \quad (۳)$$

حل: گزینه‌ی ۱ صحیح است.

برای شرط جواب داشتن مدل فقط این نامساوی را چک می‌کنیم و به زمان آماده‌سازی کاری

نداریم؛ چرا که زمان آماده‌سازی فقط سیکل را تغییر می‌دهد در جواب داشتن مدل تاثیری ندارد.

مثال: اطلاعات زیر در مورد دو قطعه که بر روی یک ماشین تولید می‌شوند داده شده است. اگر

یک سال کاری برابر ۲۵۰ روز باشد، چه کسری از سال ماشین بیکار می‌باشد؟

محصول	تقاضای سالیانه	نرخ تولید	هزینه آماده‌سازی	زمان آماده‌سازی	هزینه نگهداری هر واحد
۱	۴۰۰	۲۴۰۰	۶۰۰	۷ روز	۶۰
۲	۵۰۰	۲۵۰۰	۲۰۰	۳ روز	۵۰

$$\begin{array}{ccccc} \frac{19}{3\%} & (1) & \frac{18}{3\%} & (2) & \frac{13}{3\%} & (3) & \frac{21}{3\%} & (4) \end{array}$$

حل: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$1 - \sum \frac{D_j}{P_j} = 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5} \right) = 1 - \frac{11}{30} = \frac{19}{30}$$

مثال: اطلاعات زیر برای تولید محصولاتی توسط یک ماشین در دست می‌باشد، مطلوب است

مقدار سفارش صادره از محصول دوم؟

محصول	۱	۲	۳
تقاضا در سال	۴۰۰۰	۳۰۰۰	۵۰۰۰
نرخ تولید در سال	۴۰۰۰۰	۶۰۰۰۰	۲۰۰۰۰
قیمت	۳	۱۰	۱
نرخ هزینه نگهداری	٪۱۰	٪۱۰	٪۱۰
هزینه آماده سازی	۱۰۰	۱۲۰	۱۰۰
مدت زمان آماده سازی (سال)	۰,۰۰۱	۰,۰۰۴	۰,۰۱۵

$$T_o = \frac{\sum A_j}{\sum h_j D_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right)} = 0.44$$

$$T_{\min} = \frac{\sum S_j}{1 - \sum \frac{D_j}{P_j}} = \frac{0.001 + 0.004 + 0.015}{1 - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{4}\right)} = 0.33$$

$$T^* = \max \{T_o, T_{\min}\} = 0.44$$

$$Q_r^* = 3000 \times 0.44 = 1320$$

حالا فرض کنید زمان آماده سازی برای محصولات ۱ و ۲ و ۳ به ترتیب برابر ۰,۱ و ۰,۳ و ۰,۵ سال

باشد آنگاه مقدار سفارش اقتصادی محصول دوم را بدست آورید؟

$$T_{\min} = \frac{\sum S_j}{1 - \sum \frac{D_j}{P_j}} = \frac{0.9}{1 - (\frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{4})} = 1.5$$

$$T^* = \max \{T_o, T_{\min}\} = 1.5$$

$$Q_r^* = 3000 \times 1.5 = 4500$$

مدل چند محصولی با محدودیت فضا

فرضیات مانند مدل چند محصولی ساده یا تولیدی می‌باشد با این تفاوت که حداکثر فضای انبار برابر با F می‌باشد.

F : کل فضا (حداکثر فضای انبار)

f_j : فضای اشغالی محصول j ام

در این صورت داریم:

$$\sum f_j \leq F \quad (\text{حداکثر موجودی محصول } j \text{ ام})$$

خواست باشد! در این رابطه، حداکثر موجودی لحاظ می‌گردد که در مدل ویلسون همان Q است

ولی در مدل تولیدی یا کمبوددار حداکثر موجودی طبق روابط زیر بدست می‌آید.

$$I_{\max j}^* = \begin{cases} Q_w \rightarrow & \text{ویلسون} \\ Q^* \left(\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h} \right) \rightarrow & \text{ویلسون با کمبود} \\ Q^* \left(1 - \frac{D}{P} \right) \rightarrow & \text{تولیدی} \end{cases}$$

حال با فرض حالت چند محصولی ساده مدل را حل می‌کنیم سپس نتیجه مربوط به آن را بسط می‌دهیم:

$$\min Z = \sum_j \left(\frac{D_j A_j}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{2} \right)$$

$$\sum f_j Q_j \leq F$$

$$\min J = Z + \theta (\sum f_j Q_j - F)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial Q_j} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \sum f_j \sqrt{\frac{2D_j A_j}{h_j + 2\theta \times f_j}} = F & \text{(I)} \\ Q_j^* = \sqrt{\frac{2D_j A_j}{h_j + 2\theta \times f_j}} & \text{(II)} \end{cases}$$

الگوریتم حل مدل:

ابتدا بدون محدودیت سوال را حل می‌کنید و سپس جواب حاصله را در محدودیت $F \leq$ (حداکثر موجودی محصول z ام) $\sum f_j z$ قرار می‌دهیم و جواب را چک می‌کنیم؛ اگر در محدودیت صدق می‌کرد که جواب بهینه است ولی در صورتی که صدق نمی‌کرد باید با استفاده از معادلات ۱ و ۲ بالا، مقدار θ^* و به دنبال آن Q^* را بدست آورد ولی چون این مورد از حوصله کنکور خارج است بدنبال گزینه‌ای می‌گردیم که محدودیت فضا را بصورت تساوی برآورد نماید زیرا ضریب لاگرانژ بزرگتر از صفر گردیده و این محدودیت فعال می‌باشد.

حواسم را جمع می‌کنم! در حالت کلی قطعاً برای Q^* یا همان I_{\max}^* مقداری کوچکتر یا مساوی از حالت بدون محدودیت بدست می‌آید. چرا؟ اگر محدودیت فعال نباشد Q^* همان مقدار اولیه باقی می‌ماند و اگر محدودیت فعال باشد Q قطعاً کاهش می‌یابد.

نکته: اگر محدودیت فعال باشد قطعاً برای Q^* یا همان I_{\max}^* مقداری کوچکتر بدون محدودیت بدست می‌آید.

مثال: کارخانه‌ای سه نوع کالای سفارشی ۱ و ۲ و ۳ دارد. این کارخانه در حدود ۷۰۰ مترمربع جهت انبار کردن دارد با توجه به اطلاعات جدول زیر مقدار سفارش بهینه کالای ۱ و ۲ و ۳ را با توجه به محدودیت برابر است با:

محصول	۱	۲	۳
تقاضای سالیانه	۵۰۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰۰
هزینه سفارش	۱۰۰	۲۰۰	۷۵
هزینه خرید	۱۰	۱۵	۵
فضای مورد نیاز هر واحد	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۴
نرخ هزینه نگهداری	۰٫۲	۰٫۲	۰٫۲

(۲) ۷۰۷ و ۲۰۸ و ۱۲۲۴

(۱) ۷۰۷ و ۵۱۶ و ۱۲۲۴

(۴) ۳۴۸ و ۵۱۶ و ۵۷۱

(۳) ۳۴۸ و ۲۸۰ و ۵۷۱

حل: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$Q_{w_1} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 5000}{0.7 \times 10}} = 707$$

$$Q_{w_2} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 2000}{0.8 \times 15}} = 516$$

$$Q_{W3} = \sqrt{\frac{2 \times 75 \times 10000}{0.2 \times 5}} = 1224$$

$$\sum F_j Q_j = 0.7 \times 707 + 0.8 \times 516 + 0.4 \times 1224 > 700$$

پس باید گزینه‌ای را بیابیم که کلیه مقادیر سفارش از حالت اقتصادی کمتر باشد و محدودیت فضا را به شکل تساوی تبدیل کند و فقط در گزینه‌ی ۳ داریم:

$$\sum F_j Q_j = 0.7 \times 348 + 0.8 \times 280 + 0.4 \times 571 \cong 700$$

مثال: تقاضا برای محصول ۱۵۰۰۰ واحد در سال و این محصول با نرخ ۲۰۰۰۰ واحد در سال تولید می‌شود. اگر به علت محدودیت فضا نتوان بیشتر از ۱۰۰۰ واحد از محصول را در انبار نگهداری نمود، آنگاه به نظر شما حداکثر مقدار سفارش اقتصادی از چه حد بیشتر نمی‌تواند باشد؟ (سراسری ارشد-۸۹)

$$Q^* \leq 1000 \quad (1) \quad Q^* \leq 1500 \quad (2) \quad Q^* \leq 4000 \quad (3) \quad Q^* \leq 5000 \quad (4)$$

حل: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$Q^* \left(1 - \frac{D}{P}\right) \leq 1000 \rightarrow Q^* \left(1 - \frac{2}{4}\right) \leq 1000 \rightarrow Q^* \leq 4000$$

مثال: یک کارگاه چوب سه قطعه را به صورت دسته‌ای، خریداری می‌کند. اطلاعات لازم در جدول داده شده است هزینه هر متر مکعب فضا ۱۰ واحد پول در سال است. کمبود موجودی مجاز نبوده و هزینه‌های نگهداری موجودی بر اساس ماکزیمم موجودی محاسبه می‌شود اگر فضای در دسترس ۳۵۰۰ مترمکعب باشد مقدار سفارش هر یک از سه قطعه کدام می‌باشند؟ (سراسری ارشد-۹۳)

III	II	I	کالا
۱۲۰۰۰	۵۰۰۰۰	۲۴۳۰	تقاضا در سال
۷۵۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	هزینه هر بار سفارش
۵	۱۵	۱۰	قیمت هر واحد
۰/۴	۰/۸	۰/۷	حجم هر واحد (متر مکعب)

$$1700 \text{ و } 2830 \text{ و } 790 \quad (1) \quad 1700 \text{ و } 2800 \text{ و } 800 \quad (2)$$

$$1500 \text{ و } 2500 \text{ و } 700 \quad (3) \quad 2120 \text{ و } 3450 \text{ و } 980 \quad (4)$$

حل: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$Q_{WI} = \sqrt{\frac{2AD}{r \times h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2430 \times 1000}{2 \times 7}} = 700$$

$$Q_{WII} = \sqrt{\frac{2 \times 5000 \times 1000}{2 \times 8}} = 2500$$

$$Q_{WIII} = \sqrt{\frac{22 \times 12000 \times 750}{2 \times 4}} = 1500$$

هزینه نگهداری به صورت $2h$ در رابطه وارد شده است زیرا بیان شده است که فضا بر اساس ماکزیمم موجودی محاسبه می‌شود. در محدودیت فضا نیز صدق می‌کند.

$$700 \times 0.7 + 2500 \times 0.8 + 1500 \times 0.4 < 3500$$

مثال: برای یک کالا مقدار اقتصادی سفارش ۶۰۰ واحد است ولی در صورت وجود محدودیت

فضای انبار، مقدار اقتصادی ۴۰۰ واحد خواهد شد. هر واحد از این کالا ۱ متر مربع فضا را اشغال می‌کند و هزینه نگهداری هر واحد آن در واحد زمان ۸ تومان است. در صورت افزایش یک متر به فضای انبار در دسترس با هزینه هر متر مربع ۱۰، هزینه‌های کل موجودی با احتساب هزینه افزایش فضا چه تغییری می‌کند؟

(۱) ۵ واحد افزایش می‌یابد. (۲) ۵ واحد کاهش می‌یابد.

(۳) ۱۰ واحد افزایش می‌یابد. (۴) تغییری نمی‌کند.

حل: گزینه ی ۱ صحیح است.

$$h = 8 \quad f_j = 10 \quad Q_w = 600 \quad Q_j^* = 400$$

$$\frac{Q_w}{Q_j^*} = \frac{\sqrt{\frac{2AD}{h}}}{\sqrt{\frac{2AD}{h + 2\theta^* f_j}}} = \frac{600}{400} \rightarrow \sqrt{\frac{8 + 2\theta^*}{8}} = \frac{6}{4} \rightarrow \theta^* = 5$$

ضریب لاگرانژ برابر ۵ می‌باشد یعنی با افزایش هر متر مربع به فضای انبار ۵ واحد سود خواهیم داشت. از طرفی افزایش هر متر مربع ۱۰ واحد هزینه دارد پس در کل ۵ واحد هزینه‌ها افزایش می‌آید و صرفه اقتصادی ندارد.

مدل چند محصولی با محدودیت سرمایه درگیر موجودی

فرضیات مانند مدل چند محصولی ساده یا تولیدی است با این تفاوت که محدودیت بودجه وجود دارد که معمولاً این حداکثر سرمایه را با X نشان می‌دهند.

$$\sum_j C_j \leq X \Rightarrow \sum_j C_j I_{\max j} \leq X$$

برای مدل ساده قطعی داریم:

$$\sum C_j \sqrt{\frac{\gamma A_j D_j}{h_j + \gamma \beta \times C_j}} = X \quad (I)$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{\gamma A_j D_j}{h_j + \gamma \beta \times C_j}} \quad (II)$$

نکته: در صورتی که Q_w محدودیت را ارضا نکند، الزاماً $Q^* \leq Q_w$ است.

نکته: اگر ضریب لاگرانژ موجود باشد، محدودیت به صورت تساوی برقرار می‌گردد و محدودیت فعال است.

نکته جالب: اگر ضریب لاگرانژ موجود باشد یعنی محدودیت به صورت مساوی برقرار شده است پس:

$$\begin{aligned} \sum C_j \sqrt{\frac{\gamma AD}{(i + \gamma \beta^*) C_j}} = X &\rightarrow \sum \sqrt{\frac{\gamma ADC_j^2}{(i + \gamma \beta^*) C_j}} = X \rightarrow \sum \sqrt{\frac{\gamma ADC_j}{(i + \gamma \beta^*)}} = X \\ \sum \frac{i}{i} \sqrt{\frac{\gamma ADC_j}{(i + \gamma \beta^*)}} = X &\rightarrow \sum \sqrt{\frac{\gamma ADi C_j^2}{i(i + \gamma \beta^*)}} = X \rightarrow \sum \sqrt{\gamma ADh} = X \sqrt{i(i + \gamma \beta^*)} \end{aligned}$$

مثال: در یک سیستم کنترل موجودی با دریافت تدریجی، P و D به ترتیب نرخ دریافت و نرخ مصرف هستند. اگر A و h هزینه‌های هر بار سفارش و نگهداری یک واحد کالا در سال و C قیمت هر واحد کالا باشد با فرض حداکثر سرمایه درگیر در موجودی برابر M واحد پول، مقدار اقتصادی هر بار سفارش از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟ (سراسری ارشد - ۸۵)

$$EPQ = \sqrt{\frac{\gamma DA}{h(1 - \frac{D}{P})}} \quad (Q^* = ?)$$

$$Q^* = \frac{M}{c(\frac{1}{D} - \frac{1}{P})} \quad (۱)$$

$$Q^* = EPQ \quad \text{اگر } C \times EPQ > M \quad (۲)$$

$$Q^* = EPQ \quad \text{اگر } C \times EPQ \times (1 - \frac{D}{P}) < M \quad (۳)$$

$$Q^* = \frac{M}{C(\frac{1}{D} - \frac{1}{P})} \quad \text{اگر } C \times EPQ < M \quad (۴)$$

حل: گزینه ی ۳ صحیح است.

$$CI_{\max} \leq M \rightarrow CQ(1 - \frac{D}{P}) \leq M$$

مثال: در یک مدل موجودی با دریافت آنی کنترل سه قلم کالا مطرح است و هزینه نگهداری هر واحد کالا با نرخ هزینه نگهداری ۲۰ درصد محاسبه می شود. اگر محدودیت حداکثر سرمایه درگیر در موجودی به صورت $20Q_1 + 10Q_2 + 60Q_3 \leq 20000$ مطرح باشد و ضریب لاگرانژ ۰/۰۲۵ به دست آمده باشد، کمترین هزینه ممکن در صورتی که بتوان بودجه کافی (به هر مقدار لازم) تهیه کرد چقدر خواهد بود؟
(سراسری ارشد - ۸۶)

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| (۱) حدوداً ۴۵۰۰ واحد پول | (۲) حدوداً ۸۰۰۰ واحد پول |
| (۳) حدوداً ۱۰۰۰۰ واحد پول | (۴) حدوداً ۲۰۰۰۰ واحد پول |

حل: گزینه ی ۱ صحیح است.

طبق نکته جالب مقدار بهینه هزینه متغیر سالیانه برابر است با:

$$K^* = \sum \sqrt{2A_j D_j h_j} = X \sqrt{i(i + 2\beta^*)} = 20000 \times \sqrt{0.2 \times (0.2 + 2 \times 0.025)} = 4472.1 \cong 4500$$

مدل چند محصولی با محدودیت تعداد دفعات سفارش در سال

فرضیات مانند مدل چند محصولی ساده یا تولیدی است با این تفاوت که تعداد دفعات سفارش در سال می تواند حداکثر برابر با L می تواند باشد:

$$\sum \frac{D_j}{Q_j} \leq L \quad \sum \sqrt{\frac{h_j D_j}{2(A_j + \alpha^*)}} = L$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D_j(A_j + \alpha^*)}{h_j}}$$

نکته: اگر Q_{wj} اولیه در محدودیت ها صدق نکرد به دنبال گزینه ای هستیم که $Q_j^* \geq Q_{wj}$ باشد یعنی این محدودیت باعث افزایش مقدار سفارش اقتصادی می گردد.

نکته: در تمامی مدل های محدودیت دار وقتی ضریب لاگرانژ برابر با عددی می گردد این عدد میزان بهبود تابع هدف به ازای افزایش یک واحد سمت راست محدودیت می باشد. (تعریف خود ضریب لاگرانژ)

مثال: محصولی را در نظر بگیرید $h = 5$ و $A = 2$ و $D = 2000$ در صورتی که حداکثر تعداد

سفارش در سال ۱۰ مورد باشد مقدار سفارش اقتصادی را به دست آورد؟

الف) بدون در نظر گرفتن محدودیت مقدار سفارش اقتصادی برابر با ۴۰ می‌باشد که در محدودیت

صدق نمی‌کند پس نزدیکترین عدد به ۴۰ در محدوده می‌یابیم که ۲۰۰ می‌باشد.

$$\left. \begin{aligned} Q_w &= \sqrt{\frac{rAD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 2}{5}} = 40 \\ \frac{D}{Q} \leq 10 &\Rightarrow \frac{2000}{Q} \leq 10 \Rightarrow Q^* \geq 200 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q^* = 200$$

ب) حال اگر محدودیت سرمایه برابر با صد هزار واحد پولی به مدل اضافه گردد و قیمت هر واحد

هزار واحد پولی باشد مقدار سفارش اقتصادی آن چقدر است؟

$$CQ \leq 100,000 \rightarrow 1000Q \leq 100,000 \rightarrow Q \leq 100$$

مدل فاقد جواب موجه است. \rightarrow فصل مشترک ندارند. $\Rightarrow Q \leq 100$
 $Q \geq 200$

حالا بیا سراغ ترکیبی

۱. الزام سفارش هم‌زمان و محدودیت تعداد دفعات سفارش در سال:

$$N \leq L \Rightarrow \frac{1}{T} \leq L \Rightarrow T \geq \frac{1}{L}$$

محدودیت تعداد دفعات سفارش

$$T_o = \sqrt{\frac{r \sum A_j}{\sum h_j D_j}} \quad T_{\min} = \frac{1}{L} \Rightarrow T^* = \max \{T_o, T_{\min}\}$$

با توجه به اینکه مقدار $T^* = T_o$ یا $T^* = T_{\min}$ می‌باشد تابع هزینه‌ها بصورت زیر بدست می‌آید:

$$T^* = \begin{cases} T_o \rightarrow K^* = \sqrt{r \sum A_j \sum h_j D_j} = \frac{r \sum A_j}{T^*} = T^* \sum h_j D_j = \sum h_j I_{\max j} \\ T_{\min} \rightarrow K^* = \frac{\sum A_j}{T_{\min}} + \frac{T_{\min}}{r} \sum h_j D_j \end{cases}$$

نکته: وقتی محدودیت‌های زیادی داریم؛ اولین محدودیت لحاظ شده، الزام سفارش هم‌زمان می‌باشد و تا آخرین مراحل حل سوال نیز همچنان وجود دارد.

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

دو محصول a و b از یک فروشنده خریداری می‌شوند. این دو محصول همیشه با هم سفارش داده می‌شوند و هزینه ثابت سفارش‌دهی (دو محصول با هم) ۲۵۰۰ تومان است. تقاضای محصول a برابر ۱۰۰۰۰ تن در سال و تقاضای محصول b برابر ۲۰۰۰۰ تن در سال است. کمبود موجودی برای هیچ یک از این دو محصول جایز نیست. هزینه نگهداری به غیر از هزینه فضای انبار برای هر واحد محصول a برابر ۱۰ تومان و برای هر واحد محصول b برابر ۲۰ تومان در سال است.

الف: در سه سؤال زیر فرض کنید هزینه فضای انبار صفر است.

۱. مقدار سفارش اقتصادی محصول a برابر است با: (سراسری ۶۹)

- (۱) $۵۰۰\sqrt{۲۰}$ تن
(۲) $۵۰۰\sqrt{۱۰}$ تن
(۳) ۱۵۰۰ تن
(۴) هیچ کدام از ارقام فوق صحیح نیست.

۲. تعداد سفارش اقتصادی محصول b برابر است با: (سراسری ۶۹)

- (۱) $۵۰۰\sqrt{۲۰}$ تن
(۲) $۵۰۰\sqrt{۱۰}$ تن
(۳) ۲۰۰۰ تن
(۴) هیچ کدام از ارقام فوق صحیح نیست.

۳. متوسط مجموع هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی دو محصول در سال در حالت بهینه برابر است با:

- (۱) $۱۰,۰۰۰\sqrt{۲۰}$
(۲) $۱۰,۰۰۰\sqrt{۱۰}$ (سراسری ۶۹)
(۳) ۵۰۰۰۰
(۴) هیچ کدام از ارقام فوق صحیح نیست.

ب: در سه سؤال زیر فرض کنید هزینه فضای انبار برای هر واحد محصول بدون توجه به نوع محصول برابر ۱۰ تومان در سال است.

۴. تعداد سفارش اقتصادی محصول a برابر است با: (سراسری ۶۹)

- (۱) $\frac{۵,۰۰۰}{\sqrt{۵۵}}$
(۲) $۵,۰۰۰\sqrt{\frac{۱}{۱۵}}$
(۳) $۵,۰۰۰\sqrt{\frac{۱}{۱۰}}$
(۴) هیچ کدام از موارد فوق صحیح نیست.

۵. تعداد سفارش اقتصادی محصول b برابر است با: (سراسری ۶۹)

- (۱) $۱۰۰۰\sqrt{۱۰}$
(۲) $\frac{۱,۰۰۰}{\sqrt{۳۰}}$
(۳) $\frac{۵۰۰}{\sqrt{۱۵}}$
(۴) هیچ کدام

۶. متوسط مجموع هزینه های نگهداری و سفارش دهی دو محصول در سال برابر است با: (سراسری ۶۹)

$$\begin{aligned} (1) & 10,000(\sqrt{15} + 4\sqrt{10}) \\ (2) & 100,000(\sqrt{10} + \sqrt{30}) \\ (3) & 5,000\sqrt{220} \\ (4) & \text{هیچ کدام} \end{aligned}$$

۷. کارخانه ای سه نوع کالای سفارشی ۱، ۲ و ۳ دارد. این کارخانه در حدود ۷۰۰ متر مربع جهت انبار کردن دارد. با توجه به اطلاعاتی که در جدول زیر آمده است. (سراسری ۷۲)

کالای ۱	کالای ۲	کالای ۳	
۵۰۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰۰	تقاضای سالیانه (واحد)
۱۰۰	۲۰۰	۷۵	هزینه سفارش (تومان)
۱۰	۱۵	۵	هزینه خرید (تومان)
۰/۷	۰/۸	۰/۴	مساحت اشغال شده توسط هر واحد (مترمربع)
۰/۲	۰/۲	۰/۲	نرخ هزینه نگهداری

مقدار سفارش بهینه کالای ۱، ۲ و ۳ به ترتیب با توجه به محدودیت ذکر شده عبارت است از:

$$(1) 1224 \text{ و } 516, 707 \quad (2) 280, 707 \text{ و } 1224 \quad (3) 280, 348 \text{ و } 571 \quad (4) 348, 516 \text{ و } 571$$

۸. دو محصول I و II با هم سفارش داده می شوند. هزینه های ثابت هر بار سفارش ۱۰۰ تومان، هزینه نگهداری هر واحد محصول I و هزینه نگهداری هر واحد محصول II مساوی و برابر ۱۰ تومان برای هر واحد در سال است. تقاضای سالیانه محصول I برابر ۵۰۰ واحد و محصول II برابر ۱۵۰۰ واحد است. هر دور سفارش (فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی) بهینه عبارت است از: (سراسری ۷۴)

$$(1) 1/10 \text{ سال} \quad (2) 1/5 \text{ سال} \quad (3) \frac{\sqrt{3}}{15} \text{ سال} \quad (4) \frac{2}{\sqrt{30}} \text{ سال}$$

۹. با توجه به اطلاعات تست ۸، مقدار سفارش اقتصادی عبارت است از: (سراسری ۷۴)

$$(1) 50 \text{ واحد از محصول I و } 100\sqrt{3} \text{ واحد از محصول II}$$

$$(2) 100 \text{ واحد از محصول I و } 100\sqrt{3} \text{ واحد از محصول II}$$

$$(3) 50 \text{ واحد از محصول I و } 150 \text{ واحد از محصول II}$$

$$(4) 100 \text{ واحد از محصول I و } 150 \text{ واحد از محصول II}$$

۱۰. تولیدکننده ای محصولی تولید می کند که از این نقطه نظر که محصول در انبار تحت تأثیر فاسد شدن بوده برای شرکت گران می باشد. او احساس می کند زمانی که می تواند هر واحد از محصول را به صورت موجودی نگه دارد، دو هفته می باشد. او محصول را به صورت انباشته تولید می کند و فرآیند تولیدی به نحوی است که کل انباشته در یک لحظه تکمیل شده و به موجودی اضافه می شود. نرخ تقاضای سالیانه

فصل ۵: مدل چند محصولی و محدودیت دار ۱۹۹

۵۲۰۰ واحد، هزینه راه اندازی تولید ۴۰۰ تومان، نرخ هزینه نگهداری موجودی ۰.۲٪، هزینه متغیر هر واحد محصول ۱۰۰ تومان بوده و هیچ کمبود موجودی مجاز نیست. اندازه انباشته اقتصادی را با توجه به محدودیت عمر نگهداری محصولات در انبار محاسبه کنید. سال را ۵۰ هفته در نظر بگیرید. (سراسری ۷۴)

(۱) ۲۵۸ واحد (۲) ۲۳۵ واحد (۳) ۲۴۴ واحد (۴) ۲۰۸ واحد

۱۱. مصرف سالیانه دو کالا به ترتیب ۱۰۰۰۰ و ۱۲۰۰۰ واحد و هزینه نگهداری هر واحد هر یک از دو کالا ۲ تومان در سال می باشد. این دو کالا الزاماً باید با همدیگر سفارش داده شوند. هزینه سفارش دهی این دو کالا مجموعاً ۱۰۰۰ تومان و بیش از ۵ بار سفارش دهی در سال مجاز نیست. مقدار سفارش اقتصادی هر یک از این دو کالا برابر است با: (سراسری ۷۵)

(۱) ۲۱۳۲ و ۲۵۵۹ (۲) ۳۱۶۲ و ۳۴۶۴ (۳) ۲۰۰۰ و ۲۴۰۰ (۴) ۲۲۳۶ و ۲۴۴۹

۱۲. در انباری سه قطعه A، B و C نگهداری و به خط تولید بر اساس تقاضا تحویل می شود. سیاست مدیریت بر این است که بیش از ۱۴۰۰۰ تومان سرمایه برای موجودی این قطعات درگیر نشود. مواجهه با کسری مجاز نیست. هزینه نگهداری موجودی هر محصول ۰.۲٪ متوسط موجودی تومانی است و سایر اطلاعات در جدول زیر داده شده است. (سراسری ۷۶)

محصول	A	B	C
نرخ تقاضا (واحد در سال)	۱۰۰۰	۵۰۰	۲۰۰۰
قیمت واحد کالا	۲۰	۱۰۰	۵۰
هزینه سفارش دهی	۵۰	۷۵	۱۰۰

اگر $Q_A = 114$ باشد مقادیر سفارش بهینه برای قطعات B و C (Q_C, Q_B) برابر است با:

(۱) $Q_B = 44$ و $Q_C = 60$ (۲) $Q_B = 44$ و $Q_C = 145$

(۳) $Q_B = 170$ و $Q_C = 145$ (۴) $Q_B = 60$ و $Q_C = 170$

۱۳. با دستگاهی می توان محصول را با نرخ (سرعت) سالیانه ۱۰۰۰۰ واحد در سال تولید کرد. سرعت تقاضای سالیانه برای این محصول ۵۰۰۰ واحد است. هزینه آماده سازی هر بار این دستگاه برای تولید برابر ۲۰۰ تومان، هزینه نگهداری هر واحد این محصول در سال ۱۰۰ تومان و هزینه مواد برای هر واحد محصول ۵۰ تومان است. اگر قرار باشد حداکثر سرمایه درگیر در موجودی این محصول برابر ۲۰۰۰ تومان باشد آنگاه مقدار بهینه تولید این محصول به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (سراسری ۷۶)

(۱) ۴۰ واحد (۲) ۸۰ واحد (۳) ۱۰۰ واحد (۴) ۲۰۰ واحد

۲۰۰ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

۱۴. اطلاعات مربوط به دو نوع مواد اولیه در یک شرکت طبق جدول زیر می باشد. این شرکت جهت تولید این مواد از یک ماشین استفاده می نماید. مقدار تولید اقتصادی هر یک از مواد ۱ و ۲ برابر است با:

ماده ۲	ماده ۱	
۱۸۰۰۰	۶۰۰۰	مصرف سالیانه
۳۶۰۰۰	۴۰۰۰۰	تولید سالیانه
۷۰۰	۵۰۰	هزینه آماده سازی ماشین
۶	۸	هزینه نگهداری هر واحد در سال

(۱) ۹۴۰ و ۲۹۰۰

(۲) ۸۶۶ و ۲۰۵۰

(۳) ۱۰۰۰ و ۳۰۰۰

(۴) ۱۵۰۰ و ۱۵۰۰

۱۵. در انبار شرکتی برای دو قطعه A و B لازم است سطح مورد نیاز تعیین شود. با توجه به اطلاعات داده شده و با فرض اینکه موجودی هر دو قطعه ممکن است همزمان به حداکثر برسد، مشخص کنید سطح انبارهای مورد نیاز برای دو قطعه با کدام یک از حالات زیر تطابق نزدیک دارد؟ (سراسری ۷۷)

قطعه	مصرف سالانه (عدد)	نرخ تولید سالیانه (عدد)	هزینه آماده سازی (واحد پول)	هزینه نگهداری سالیانه یک قطعه (واحد پول)	سطح مورد نیاز قطعه (m^2)
A	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۱۵۰	۴	$\frac{1}{10}$
B	۱۲۰۰۰	۶۰۰۰۰	۳۵۰	۵	$\frac{1}{12}$

(۱) ۲۰۰ متر مربع (۲) ۱۷۴ متر مربع (۳) ۱۸۲ متر مربع (۴) ۲۱۷ متر مربع

۱۶. دو محصول A و B با هم سفارش داده می شوند (فروشنده هر دو محصول یکی است). و مقدار تقاضای سالیانه برای محصول A برابر ۵۰۰ واحد و محصول B برابر ۱۵۰۰ واحد است. اگر هزینه نگهداری هر واحد محصول A و B سالیانه ۱۰ تومان و هزینه هر بار سفارش دهی ۱۰۰ تومان باشد تعداد دفعات بهینه سفارش در سال چقدر است؟ (سراسری ۷۸)

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۷. در یک کارگاه صنعتی سه نوع محصول به وسیله یک ماشین تولید می شود. حداکثر ظرفیت تولیدی ماشین برای محصول ۱ برابر ۲۷۰۰۰ واحد در سال، برای محصول ۲ برابر ۳۶۰۰۰ واحد در سال و برای محصول ۳ برابر ۹۰۰۰ واحد در سال است. سایر ارقام مربوط در جدول زیر آمده است:

محصول	۱	۲	۳
مصرف سالیانه به واحد	۹۰۰۰	۱۸۰۰۰	۶۰۰۰
هزینه نگهداری هر واحد در سال به تومان	۵	۶	۸
هزینه هر بار سفارش به تومان	۸۰۰	۷۰۰	۵۰۰

فصل ۵: مدل چند محصولی و محدودیت دار ۲۰۱

مقدار اقتصادی هر بار تولید برای هر یک از محصولات چه مقدار است؟ (رقم سمت راست مربوط به محصول اول و رقم سمت چپ مربوط به محصول سوم است.) (سراسری ۷۸)

- (۱) ۱۹۰۰، ۳۲۰۰ و ۲۰۰۰
(۲) ۱۶۰۰، ۴۲۰۰ و ۱۷۰۰
(۳) ۱۸۰۰، ۳۶۰۰ و ۱۲۰۰
(۴) ۱۲۰۰، ۲۸۰۰ و ۱۰۰۰

۱۸. در تست ۱۷، متوسط موجودی در انبار برای هر یک از محصولات چه مقدار است؟ (سراسری ۷۸)

- (۱) ۶۰۰، ۹۰۰ و ۲۰۰
(۲) ۲۷۰۰، ۱۲۰۰ و ۳۰۰
(۳) ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۴۰۰
(۴) ۱۱۰۰، ۴۰۰ و ۵۰۰

۱۹. تقاضای سالانه یک محصول ۱۰۰۰۰ واحد می‌باشد و قیمت هر واحد از محصول برابر ۱۰۰ تومان بوده و نرخ هزینه نگهداری برابر ۲٪ در سال است. چنانچه هزینه هر بار سفارش ۱۰ تومان باشد و محدودیت بودجه به مقدار ۲۰۰۰۰۰۰ تومان در سال وجود داشته باشد مقدار اقتصادی سفارش چقدر است؟ (سراسری ۷۸)

- (۱) ۷۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۳۰۰

۲۰. در فروشگاه‌های حداکثر مساحت قابل استفاده برای انبار کردن دو محصول a و b برابر با ۱۵۰ متر مربع است. به علاوه این دو محصول در یک زمان و با همدیگر سفارش داده می‌شوند و زمان تحویل برای هر دو یکی است. ارقام مربوط به این دو محصول در جدول زیر آمده است:

محصول	a	b
مصرف سالیانه به واحد	۱۰۰۰۰	۱۲۰۰۰
هزینه هر بار سفارش به تومان	۱۵۰	۳۵۰
هزینه نگهداری هر واحد در سال به تومان	۴	۵
سطح هر واحد محصول به متر مربع	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$

مقدار اقتصادی هر بار سفارش از محصول a و محصول b به ترتیب برابر کدام یک از موارد زیر است؟ (سراسری ۷۸)

- (۱) ۷۵۰ و ۹۰۰ (۲) ۹۰۰ و ۱۲۵۰ (۳) ۱۱۵۰ و ۱۴۵۰ (۴) ۱۲۰۰ و ۱۶۰۰

۲۱. اطلاعات مربوط به دو کالا که باید با همدیگر سفارش داده شوند طبق جدول زیر می‌باشد، در صورتی که در هر ماه بیش از یک بار مجاز به سفارش دادن این دو کالا نباشیم. مقدار سفارش اقتصادی هر یک از این دو کالا برابر کدام مورد است؟ (سراسری ۷۹)

۲۰۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

کالای ۱	کالای ۲		(۱) ۱۵۰۰ و ۱۰۰۰
۱۲۰۰۰	۱۸۰۰۰	مصرف سالیانه	(۲) ۱۷۱۴ و ۲۵۷۱
۵	۳	هزینه نگهداری هر واحد	(۳) ۲۲۵۰ و ۳۳۷۰
۵۰۰	۱۵۰۰	هزینه سفارش‌دهی	(۴) ۳۴۲۸ و ۵۱۴۳

۲۲. نرخ تقاضای سالیانه کالایی ۵۲۰۰ واحد، هزینه سفارش‌دهی ۱۰۰۰ تومان، نرخ هزینه نگهداری موجودی ۳۰ درصد در سال به ازای هر واحد، هزینه متغیر هر واحد ۶۰۰ تومان و کمبود این کالا مجاز نمی‌باشد. به علت فاسد شدن این کالا، حداکثر به مدت سه هفته می‌توان این کالا را در انبار نگهداری نمود. مقدار سفارش اقتصادی این کالا چند واحد است؟ (یک سال را معادل ۵۲ هفته در نظر بگیرید.)

(۱) ۱۷۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۳۰۰

۲۳. تقاضای سالیانه برای محصولی برابر ۱۰۰۰ واحد است. این محصول را می‌توان در کارگاه توسط ماشینی با نرخ ۵۰۰۰ واحد در سال تولید کرد. هزینه هر واحد مواد این محصول ۵۰۰ تومان و نرخ هزینه نگهداری این محصول در سال ۲۰ درصد است. هزینه آماده‌سازی هر بار ماشین برای تولید این محصول برابر ۱۰۰ تومان است. (کمبود موجودی از این محصول جایز نیست.) اگر قرار باشد مقدار متوسط سرمایه درگیر در موجودی این محصول از ۸۰۰۰ تومان بیشتر نباشد، آنگاه کدام مقدار برابر مقدار بهینه هر بار تولید است؟

(۱) ۴۰ واحد (۲) ۳۲ واحد (۳) ۵۰ واحد (۴) ۶۴ واحد

۲۴. یک تولیدکننده محصولی را جهت موجودی به صورت انباشته تولید می‌نماید. نرخ تقاضای سالیانه به مقدار ۱۰۰۰۰۰ واحد ثابت بوده و نرخ تولید سالیانه ۲۵۰۰۰۰ واحد است. هزینه راه‌اندازی ماشین‌آلات ۲۰۰۰ تومان، هزینه متغیر تولید برای هر واحد محصول ۱۰ تومان و نرخ هزینه نگهداری موجودی ۱۵٪ است. هیچ گونه کمبود موجودی مجاز نمی‌باشد. اگر ماکزیم ظرفیت ذخیره موجودی برای این محصول ۱۳۰۰۰ واحد باشد، اندازه انباشته تولید بهینه چند واحد خواهد بود؟

(۱) ۱۳۰۰۰ (۲) ۱۶۳۳۰ (۳) ۲۱۰۸۲ (۴) ۲۱۶۶۷

۲۵. در یک کارگاه تولیدی نرخ تقاضا برای محصول ۱۰۰۰ واحد در سال است. این محصول با نرخ ۲۰۰۰ واحد در سال در این کارگاه تولید می‌شود و هزینه هر بار آماده‌سازی دستگاه برای هر بار تولید این محصول ۸۰۰ تومان است. قیمت هر واحد محصول انبار شده برابر ۲۰۰ تومان و نرخ

فصل ۵: مدل چند محصولی و محدودیت دار ۲۰۳

هزینه نگهداری این محصول ۱۰ درصد در سال است. در این کارگاه به علت حجیم بودن محصول و محدودیت فضا، حداکثر می‌توان ۲۰۰ واحد این محصول را انبار کرد. با توجه به این محدودیت متوسط موجودی این محصول در حالت بهینه چند واحد است؟ (سراسری ۸۰)

- (۱) ۴۰۰ (۲) $200\sqrt{\frac{1}{2}}$ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۰۰

۲۶. در یک سیستم موجودی هزینه نگهداری سالیانه برای دو محصول ۱ و ۲ برابر ۲۰ درصد ارزش متوسط موجودی آنها است. قیمت هر واحد محصول ۱ برابر ۱۰ تومان و قیمت هر واحد محصول ۲ برابر ۴۰ تومان است. تقاضای سالیانه این دو محصول با هم برابر است. همچنین هزینه ثابت هر بار سفارش این دو محصول نیز با هم برابر است. در این صورت در مورد مقدار سفارش اقتصادی EOQ برای این دو محصول می‌توان گفت: EOQ برای محصول ۱ به اندازه برابر EOQ محصول ۲ می‌باشد. (سراسری ۸۱)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۴ (۴) ۲

۲۷. در یک سیستم کنترل موجودی، دو قطعه A و B از یک فروشنده تأمین لذا باهم سفارش داده می‌شوند و فقط یک هزینه سفارش برای هر دو آنها تعلق می‌گیرد. (C) برای قطعه A محدودیت تعداد سفارشات در سال (n) وجود دارد ولی برای قطعه B محدودیت مطرح نیست. در حالتی که این دو قطعه همواره با هم سفارش داده شود، با توجه به داده‌های زیر مقدار کل هزینه متغیر سالانه (هزینه موجودی‌ها) را برای این سیستم موجودی محاسبه نموده و مشخص کنید که به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (سراسری ۸۱)

$$n = 10 \text{ و } C = 1000 \text{ واحد پولی}$$

$$\text{هزینه نگهداری } H_A = H_B = 200 \text{ تومان بر واحد کالا در سال}$$

$$\text{تقاضا } R_A = 6000 \text{ واحد در سال}$$

$$\text{تقاضا } R_B = 4000 \text{ واحد در سال}$$

- (۱) ۱۰۰۰۰۰ (۲) ۱۱۰۰۰۰ (۳) ۱۲۰۰۰۰ (۴) ۲۰۰۰۰۰

۲۰۴ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۲۸. مصرف سالیانه ماده اولیه شرکتی ۴۰۰۰ واحد در سال است. قیمت خرید هر واحد این ماده اولیه ۵۰ تومان و نرخ هزینه نگهداری این شرکت ۲۰٪ در سال است. هزینه هر بار سفارش‌دهی این ماده اولیه ۲۰۰ تومان می‌باشد. در صورتی که حداکثر مقدار سرمایه درگیر در موجودی نبایستی از ۱۰۰۰۰ تومان تجاوز کند، آنگاه مقدار بهینه هزینه نگهداری و سفارش‌دهی این محصول چند تومان است؟

(سراسری ۸۱)

۲۰۰۰ (۱) ۴۰۰۰ (۲) ۵۰۰۰ (۳) ۶۰۰۰ (۴)

۲۹. تولید سه محصول با یک خط تولید (این خط در هر زمان فقط می‌تواند یکی از این محصولات را تولید کند) مورد نظر است. اگر مجموع زمان آماده‌سازی برای سه محصول ۰/۰۷۵ سال باشد و نرخ تولید و تقاضای سالیانه به ترتیب برای محصول اول ۲۰۰۰ و ۸۰۰، برای محصول دوم ۱۲۰۰ و ۴۰۰ و برای محصول سوم ۱۰۰۰ و ۱۰۰ باشد: (سیکل ثابت گردش بهینه بدون در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی ۴ ماه است).

(سراسری ۸۲)

(۱) طول سیکل ثابت گردش ۰/۳ سال خواهد بود.

(۲) طول سیکل ثابت گردش ۴/۵ ماه خواهد بود.

(۳) طول سیکل ثابت گردش حداکثر باید ۵ ماه در نظر گرفته شود.

(۴) تولید هر سه محصول به اندازه تقاضای مورد نظر امکان پذیر نیست.

۳۰. شرط لازم برای شدنی بودن تولید n محصول با یک ماشین تولیدی وقتی که نرخ تقاضای سالیانه،

نرخ تولید و زمان آماده‌سازی برای محصول j ام، به ترتیب D_j ، P_j ، S_j باشد چیست؟ (سراسری ۸۳)

$$\sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} - \sum_{j=1}^n S_j < 1 \quad (۲) \qquad \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} < 1 \quad (۱)$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} - \sum_{j=1}^n S_j > 1 \quad (۴) \qquad \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} + \sum_{j=1}^n S_j < 1 \quad (۳)$$

۳۱. در یک سیستم موجودی پنج نوع کالای مختلف نگهداری می‌شود که هر یک دارای نرخ تقاضای ثابت و یکنواخت خاص خود در سال هستند. چنان چه هزینه سفارش در این سیستم مستقل از تعداد تنوع اقلام در سفارش باشد و مقداری ثابت در نظر گرفته شود، در رابطه با پریود بهینه سفارش این اقلام چه می‌توان گفت؟

(سراسری ۸۳)

(۱) تمامی اقلام دارای پریود سفارش یکسان هستند.

(۲) پریود سفارش تمامی اقلام لزوماً باهم برابر نیستند ولی پریودهای سفارش آنها مضربی از یک مقدار ثابت خواهد بود.

(۳) هر یک از اقلام دارای پریود سفارش خاص خود هستند که با دیگری لزوماً برابر نیست و با توجه به قیمت هر واحد محصول، میزان تقاضای سالانه و هزینه نگهداری هر واحد در سال تعیین خواهد شد.

(۴) نمی‌توان قضاوت کرد.

۳۲. محصولی دارای تقاضای ۴۰۰۰ واحد در سال است. این محصول را می‌توان با نرخ ۸۰۰۰ واحد در سال تولید کرد. هزینه هر بار آماده‌سازی تولید ۲۵۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد محصول ۱۰۰ تومان در سال است. چنان چه هزینه تولید هر واحد محصول ۲۰۰ تومان باشد و قرار باشد حداکثر سرمایه درگیر در موجودی این محصول ۲۰۰۰۰ تومان باشد، مقدار بهینه هر بار تولید این محصول چقدر است؟

(سراسری ۸۳)

(۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۰۰

۳۳. مصرف سالیانه ماده اولیه شرکتی ۴۰۰۰ واحد در سال است. قیمت خرید هر واحد این ماده اولیه ۵۰ تومان و نرخ هزینه نگهداری در این شرکت ۲۰ درصد در سال است. هزینه هر بار سفارش‌دهی این ماده اولیه ۲۰۰ تومان است. اگر حداکثر مقدار سرمایه درگیر در موجودی این ماده اولیه نبایستی از ۱۰۰۰۰ تومان تجاوز کند، آنگاه مقدار سفارش اقتصادی چقدر است؟

(سراسری ۸۳)

(۱) ۴۰۰ واحد (۲) ۳۰۰ واحد (۳) ۲۰۰ واحد (۴) ۱۰۰ واحد

۳۴. در مدل تولید چند محصولی توسط یک منبع تولید همراه با زمان آماده‌سازی برای هر بار تولید محصول، مسأله وقتی جواب دارد که:

(سراسری ۸۴)

(۱) کسر بیکاری ماشین بزرگ‌تر یا مساوی صفر است.

(۲) زمان بیکاری ماشین بزرگ‌تر از مجموع زمان‌های آماده‌سازی باشد.

(۳) نسبت مجموع زمان‌های آماده‌سازی به کسر بیکاری ماشین بزرگ‌تر از یک باشد.

(۴) نسبت مجموع زمان‌های آماده‌سازی به کسر بیکاری ماشین کوچک‌تر از یک باشد.

۲۰۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۳۵. تقاضا برای محصولی معلوم و ثابت و برابر ۳۰۰۰ واحد در سال است. این محصول با نرخ ۴۰۰۰ واحد در سال تولید می‌شود. هزینه نگهداری هر واحد این محصول در سال ۲۰ تومان و هزینه هر بار آماده‌سازی دستگاه برای تولید محصول ۳۰۰ تومان است. اگر فضای انبار گنجایش بیشتر از ۲۱۰ واحد محصول را نداشته باشد به نظر شما مقدار سفارش اقتصادی تولید چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

(۱) ۶۰۰ واحد (۲) ۳۰۰ واحد (۳) ۲۱۰ واحد (۴) ۲۰۰ واحد

۳۶. در یک مدل کنترل موجودی چند کالایی:

- (۱) اگر محدودیت مطرح باشد حتماً می‌توانیم هزینه سیستم افزایش می‌یابد.
- (۲) اگر محدودیت تعداد سفارشات مطرح باشد مقدار اقتصادی سفارش ممکن است کاهش پیدا کند.
- (۳) اگر محدودیت سرمایه درگیر در موجودی مطرح باشد مقدار اقتصادی سفارش ممکن است کاهش پیدا کند.
- (۴) اگر محدودیت سرمایه درگیر و فضای انبار مطرح باشد حتماً مقدار اقتصادی سفارش کاهش پیدا می‌کند.

۳۷. در یک سیستم سفارش تولید چند کالا، محدودیت منبع تولیدی مطرح است. با توجه به روابط زیر

فرض کنید $T_{\min}^* = T$ باشد.

$$T^* = \sqrt{\frac{\sum A_j}{\sum h_j D_j \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right)}} \quad T_{\min} = \frac{\sum S_j}{1 - \sum \frac{D_j}{P_j}}$$

S_j : زمان آماده‌سازی برای تولید کالای j ام

A_j : هزینه آماده‌سازی برای تولید کالای j ام

D_j : نرخ مصرف کالای j ام

P_j : نرخ تولید کالای j ام

h_j : هزینه نگهداری یک واحد کالای j ام در سال

کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۵)

(۱) مقدار سفارش کالای j ام برابر $D_j \times T_{\min}$ خواهد بود.

(۲) با کاهش زمان‌های آماده‌سازی مقدار سفارش کالاها تغییر نمی‌کند.

(۳) مقدار سفارش کالای j ام کمتر از $D_j \times T_{\min}$ است.

(۴) اگر زمان‌های آماده‌سازی بیش از دو برابر شوند مقدار سفارش کالای j ام برابر $D_j \times T^*$ خواهد بود.

۳۸. در یک سیستم کنترل موجودی با دریافت تدریجی، P و D به ترتیب نرخ دریافت و نرخ مصرف هستند. اگر A و h هزینه‌های هر بار سفارش و نگهداری یک واحد کالا در سال و C قیمت هر واحد کالا باشد با فرض حداکثر سرمایه درگیر در موجودی برابر M واحد پول، مقدار اقتصادی هر بار سفارش از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟ (سراسری ۸۵)

$$EPQ = \sqrt{\frac{2DA}{h(1 - \frac{D}{P})}} \quad (Q^* = ?)$$

$$Q^* = \frac{M}{C(\frac{1}{D} - \frac{1}{P})} \quad (1)$$

(۲) اگر $C \times EPQ > M$ باشد آنگاه $Q^* = EPQ$

(۳) اگر $C \times EPQ \times (1 - \frac{D}{P}) < M$ باشد آنگاه $Q^* = EPQ$

(۴) اگر $C \times EPQ < M$ باشد $Q^* = \frac{M}{C(\frac{1}{D} - \frac{1}{P})}$

۳۹. یک سیستم کنترل موجودی با شرایط مدل ساده قطعی دو نوع کالا کنترل می‌شود. تقاضای سالیانه و هزینه ثابت هر بار سفارش برای کالای یک به ترتیب ۵۰۰ واحد کالا و ۵۰ واحد پول و برای کالای شماره ۲ به ترتیب ۴۰۰ واحد کالا و ۲۰ واحد پول برآورد شده است. اگر هزینه نگهداری قابل چشم‌پوشی باشد مقدار سفارش برای هر کالا چقدر است؟ (سراسری ۸۶)

$$Q_1 = 100 \text{ و } Q_2 = 80 \quad (1)$$

$$Q_1 = 500 \text{ و } Q_2 = 100 \quad (2)$$

$$Q_1 = 50 \text{ و } Q_2 = 80 \quad (4)$$

$$Q_2 = Q_1 = \text{مقدار بسیار زیاد} \quad (3)$$

۴۰. در یک مدل موجودی با دریافت آنی کنترل سه قلم کالا مطرح است و هزینه نگهداری هر واحد کالا با نرخ هزینه نگهداری ۲۰٪ محاسبه می‌شود. اگر محدودیت حداکثر سرمایه درگیر در موجودی به صورت $20,000 \leq 20Q_1 + 10Q_2 + 60Q_3$ مطرح باشد و ضریب لاگرانژ ۰/۰۲۵ به دست آمده باشد کم‌ترین هزینه ممکن در صورتی که بتوان بودجه کافی (به هر مقدار لازم) تهیه کرد چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۶)

$$(1) \text{ حدوداً } 4500 \text{ واحد پول} \quad (2) \text{ حدوداً } 8000 \text{ واحد پول}$$

$$(3) \text{ حدوداً } 10000 \text{ واحد پول} \quad (4) \text{ حدوداً } 20000 \text{ واحد پول}$$

۴۱. در مدل چند محصولی با محدودیت منبع تولیدی وقتی که سه قلم کالا تولید می‌شود و از سیکل ثابت گردش استفاده می‌شود اگر A_1 (هزینه راه‌اندازی برای تولید محصول یک) کاهش پیدا کند، کدام حالت زیر رخ نمی‌دهد؟

(سراسری ۸۷)

(۱) هزینه کل سیستم کاهش پیدا می‌کند.

(۲) مقدار سفارش کالای اول کاهش پیدا می‌کند.

(۳) هزینه‌های نگهداری سالیانه سیستم کاهش پیدا می‌کند.

(۴) مقدار سفارش کالای دوم و سوم ممکن است افزایش پیدا کند.

۴۲. در یک سیستم موجودی سه قلم کالا تحت شرایط مدل ساده‌ی قطعی کنترل می‌شود که هزینه‌های نگهداری آن ناچیز است ولی محدودیت حداکثر سرمایه درگیر در موجودی به اندازه‌ی ۱۰۰۰۰ واحد پول مطرح است. اگر مصرف سالیانه به ترتیب ۱۰۰، ۱۳۰ و ۱۵۰ و هزینه تهیه یک واحد کالا به ترتیب ۴۲، ۵۰ و ۶۲ واحد پول و هزینه‌های سفارش‌دهی به ترتیب ۵ و ۱۰ واحد پول برای کالاهای اول، دوم و سوم باشد و دوره سفارش همه اقلام یکسان در نظر گرفته شود مقدار سفارش اقتصادی هر قلم چقدر خواهد بود؟

(سراسری ۸۷)

$$(۱) \quad Q_1 \approx 64/9 \text{ و } Q_2 \approx 64/9 \text{ و } Q_3 = 64/9 \quad (۲) \quad Q = 59/5 \text{ و } Q_2 = 50 \text{ و } Q_3 = 80/65$$

$$(۳) \quad Q_1 \approx 62/6 \text{ و } Q_2 \approx 68/4 \text{ و } Q_3 = 63/7 \quad (۴) \quad Q_1 = 50 \text{ و } Q_2 = 65 \text{ و } Q_3 = 75$$

۴۳. تقاضا برای محصول ۱۵۰۰۰ واحد در سال و این محصول با نرخ ۲۰۰۰۰ واحد در سال تولید می‌شود. اگر به علت محدودیت فضا نتوان بیش‌تر از ۱۰۰۰ واحد از محصول را در انبار نگهداری نمود، آنگاه به نظر شما حداکثر مقدار سفارش اقتصادی از چه حد بیش‌تر نمی‌تواند باشد؟

(سراسری ۸۸)

$$(۱) \quad Q^* \leq 1,000 \quad (۲) \quad Q^* \leq 1,500 \quad (۳) \quad Q^* \leq 4,000 \quad (۴) \quad Q^* \leq 5,000$$

فصل ۵: مدل چند محصولی و محدودیت دار ۲۰۹

۴۴. شرکتی دارای یک دستگاه تولیدی برای تولید دو نوع محصول است که تولید همزمان آنها توسط این دستگاه ممکن نیست. اگر T_{pi} زمان تولید و مصرف محصول i ($i=1,2$) و T_{di} زمان مصرف محصول i ($i=1,2$) باشند و D_i و P_i به ترتیب نرخ تقاضا و نرخ تولید محصول i باشند و داشته باشیم $\frac{D_1}{P_1} = \frac{P_2 - D_2}{P_2}$ ، کدام گزینه زیر همواره صحیح است؟ (سراسری ۸۹)

$$\frac{T_{p1}}{T_{d1}} = \frac{T_{p2}}{T_{d2}}, T_{p1} + T_{d1} = T_{p2} + T_{d2} \quad (1)$$

$$\frac{T_{p1}}{T_{d1}} = \frac{T_{p2}}{T_{d2}}, T_{p1} + T_{p2} = T_{d1} + T_{d2} \quad (2)$$

$$\frac{T_{p1}}{T_{p2}} = \frac{T_{d2}}{T_{d1}}, T_{p1} + T_{p2} = T_{d1} + T_{d2} \quad (3)$$

$$T_{p1} + T_{d1} = T_{p2} + T_{d2}, T_{p1} + T_{p2} = T_{d1} + T_{d2} \quad (4)$$

۴۵. در یک مدل کنترل موجودی چند کالایی، وجود کدام محدودیت ممکن است موجب افزایش مقدار سفارش اقتصادی گردد؟ (سراسری ۸۹)

- (۱) تعداد دوره‌های سفارش
- (۲) فضای انبار
- (۳) سرمایه درگیر در موجودی
- (۴) تعداد واحد در محصول

۴۶. برای یک کالا مقدار اقتصادی سفارش ۶۰۰ واحد است ولی در صورت وجود محدودیت فضای انبار، مقدار اقتصادی ۴۰۰ واحد خواهد شد. هر واحد از این کالا ۱ مترمربع فضا را اشغال می‌کند و هزینه نگهداری هر واحد آن در واحد زمان ۸ تومان است. در صورت افزایش یک متر مربع به فضای انبار در دسترس با هزینه هر متر مربع ۱۰ تومان، هزینه‌های کل موجودی با احتساب هزینه افزایش فضا چه تغییری می‌کند؟ (سراسری ۹۰)

- (۱) ۵ واحد افزایش می‌یابد.
- (۲) ۵ واحد کاهش می‌یابد.
- (۳) ۱۰ واحد افزایش می‌یابد.
- (۴) تغییری نمی‌کند.

۴۷. اطلاعات زیر در مورد دو قطعه که بر روی یک ماشین تولید می‌شوند داده شده است.

هزینه نگهداری هر واحد	زمان آماده‌سازی	هزینه آماده‌سازی	نرخ تولید	تقاضای سالیانه	محصول
۶۰	۷ روز	۶۰۰	۲۴۰۰	۴۰۰	۱
۵۰	۳ روز	۲۰۰	۲۵۰۰	۵۰۰	۲

۲۱۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

اگر یک سال کاری برابر ۲۵۰ روز باشد چه کسری از سال ماشین بیکار می‌باشد؟ (سراسری ۹۲)

$$(۱) \frac{۱۹}{۳} \quad (۲) \frac{۱۸}{۳} \quad (۳) \frac{۱۳}{۳} \quad (۴) \frac{۲۱}{۳}$$

۴۸. یک کارگاه کوچک، سه قطعه را به صورت دسته‌ای، خریداری می‌کند. اطلاعات لازم در جدول داده شده است. هزینه هر متر مکعب فضا ۱۰ واحد پول در سال است. کمبود موجودی مجاز نبوده و هزینه‌های نگهداری موجودی بر اساس ماکزیمم موجودی محاسبه می‌شود. اگر فضای در دسترس ۳,۵۰۰ مترمکعب باشد مقدار سفارش هر یک از سه قطعه کدام می‌باشند؟ (سراسری ۹۳)

کالا	I	II	III	
تقاضا در سال	۲,۴۳۰	۵۰,۰۰۰	۱۲,۰۰۰	(۱) ۷۹۰ و ۲۸۳۰ و ۱۷۰۰
هزینه هر بار سفارش	۱,۰۰۰	۱,۰۰۰	۷۵۰	(۲) ۸۰۰ و ۲۸۰۰ و ۱۷۰۰
قیمت هر واحد	۱۰	۱۵	۵	(۳) ۷۰۰ و ۲۵۰۰ و ۱۵۰۰
حجم هر واحد (مترمکعب)	۰/۷	۰/۸	۰/۴	(۴) ۹۸۰ و ۳۴۵۰ و ۲۱۲۰

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۴ ☺

در صورت سوال ذکر شده که دو کالا با هم سفارش داده می‌شود پس دارای یک زمان (سیکل) یکسان می‌باشند.

$$\sum_{j=1}^2 A_j = 2500 \quad D_1 = 10000 \quad D_2 = 20000$$

$$h_1 = 10 \quad h_2 = 20$$

$$T^* = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^2 A_j}}{\sqrt{\sum_{j=1}^2 h_j D_j}} = \sqrt{\frac{2 \times 2500}{10 \times 10000 + 20 \times 20000}} = \sqrt{\frac{5000}{50000}} = 0.1 \text{ سال}$$

پس برای بدست آوردن مقدار سفارش اقتصادی نیاز است که T^* را بدست بیاوریم و در مقدار تقاضای سالیانه ضرب کنیم.

$$Q_a^* = D_a \times T^* = 10000 \times 0.1 = 1000 \text{ تن}$$

۲. گزینه ۳ ☺

مقدار سفارش اقتصادی محصول b برابر است با:

$$Q_b^* = D_b \times T^* = 20000 \times 0.1 = 2000 \text{ تن}$$

۳. گزینه ۳ ☺

طبق فرمول داریم:

$$k^* = \sqrt{2 \left(\sum_{j=1}^2 A_j \right) \left(\sum_{j=1}^2 h_j D_j \right)} \Rightarrow \sqrt{2 \times 2500 \times (10 \times 10000 + 20 \times 20000)} = 5000$$

در این فرمول به علامت Σ دقت کن که کجا گذاشته شده.

۴. گزینه ۱ ☺

اضافه شدن پارامتر هزینه اجاره انبار باعث تغییر در فرمول‌ها می‌شود، پس:

$$W'_1 = W'_2 = 10$$

$$T^* = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^2 A_j}{\sum_{j=1}^2 (h_j + r w'_j) D_j}} = \sqrt{\frac{2 \times 2500}{(10 + 2 \times 10) \times 10000 + (20 + 2 \times 10 \times 20000)}}$$

$$= \sqrt{\frac{5000}{110000}} = \sqrt{\frac{1}{220}} = \frac{1}{\sqrt{220}} \text{ سال}$$

مقدار سفارش اقتصادی محصول a برابر است با:

$$Q_a^* = D_a \times T^* = 10000 \times \frac{1}{\sqrt{220}} = \frac{5000}{\sqrt{55}} \text{ تن}$$

☺ گزینه ۴

$$Q_b^* = D_b \times T^* = 20000 \times \frac{1}{\sqrt{220}} = \frac{10000}{\sqrt{55}}$$

البته چون مقدار تقاضای سالیانه‌ی b برابر تقاضای سالیانه‌ی a می‌باشد پس مقدار سفارش آن هم ۲ برابر می‌باشد.

پس:

$$Q_b^* = 2Q_a^* = 2 \times \frac{5000}{\sqrt{55}} = \frac{10000}{\sqrt{55}}$$

☺ گزینه ۳

طبق فرمول داریم:

$$k^* = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^2 A_j}{(\sum_{j=1}^2 A_j)(\sum_{j=1}^2 (h_j + r w'_j) D_j)}} = \frac{\sum_{j=1}^2 A_j}{T^*}$$

$$= \sqrt{2 \times 2500 \times [(10 + 2 \times 10) \times 10000 + (20 + 2 \times 10 \times 20000)]}$$

$$= 50 \sqrt{2 \times 110000} = 5000 \sqrt{220}$$

خب مشخص است که روش دوم خیلی راحت‌تره:

$$k^* = \frac{\sum_{j=1}^2 A_j}{T^*} = \frac{2 \times 2500}{\frac{1}{\sqrt{220}}} = 5000 \sqrt{220}$$

☺ گزینه ۳

در این سوال‌های محدودیت‌دار همیشه به گزینه‌ها دقت کن چون در صورتی که Q_w بدون محدودیت صدق نکرد تمام مقدار سفارش‌های اقتصادی به یک نسبت کاهش می‌یابد.

پس داریم:

$$Q_1^w = \sqrt{\frac{2A_1D_1}{h_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 5000 \times 100}{0.2 \times 10}} = 707$$

$$Q_2^w = \sqrt{\frac{2D_2A_2}{h_2}} = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 200}{0.2 \times 15}} = 516$$

$$Q_3^w = \sqrt{\frac{2D_3A_3}{h_3}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 75}{0.2 \times 5}} = 1224$$

حالا اگر بررسی کنیم این مقادیر در محدودیت‌ها صدق نمی‌کند:

$$\sum f_j Q_j = 0.7 \times 707 + 0.8 \times 516 + 0.4 \times 1224 = 1397/3 \quad 1397/3 \not\leq 700$$

تمامی مقادیر Q ها به یک نسبت کاهش پیدا می‌کنند که قطعاً در گزینه ۳ این شرایط وجود دارد. همچنین برای اطمینان بیشتر می‌توان گفت که:

اگر گزینه ۳ را در محدودیت قرار دهیم می‌بینیم که صدق می‌کند.

$$\sum f_j Q_j = 0.7 \times 348 + 0.8 \times 280 + 0.4 \times 571 = 696 \leq 700$$

روش دوم: با توجه به اینکه مقادیر Q_j^n در محدودیت صدق نمی‌کند پس به یک نسبت باید تمامی مقادیر کاهش یابد و اون نسبت یعنی X به طور تقریبی این چنین بدست می‌آید:

$$X = \frac{F}{\sum f_j Q_j^n} = \frac{700}{1397/3} \approx 0.5$$

به طور تقریبی در گزینه ۳ می‌توان این مقادیر را مشاهده کرد.

$$\begin{cases} Q_1 = 707 \times 0.5 = 353 \\ Q_2 = 516 \times 0.5 = 258 \\ Q_3 = 1224 \times 0.5 = 612 \end{cases}$$

گزینه ۱ ☺

با توجه به سفارش همزمان پس یک زمان سیکل (T) یکسان داریم و مقدار آن:

$$T^* = \sqrt{\frac{2(\sum_{j=1}^r A_j)}{\sum_{j=1}^r h_j D_j}} = \sqrt{\frac{2 \times 100}{10 \times 500 + 10 \times 1500}} = \sqrt{\frac{200}{20000}} = 0.1 \text{ سال}$$

۹. گزینه ۳ ☺

وقتی زمان سیکل در سوال ۸ بدست آمده برای بدست آوردن مقدار Q هر کدام از محصولات کافی است مقدار تقاضا را در مدت زمان سیکل ضرب کنیم.

$$Q_I^* = D_I \times T^* = 500 \times 0.1 = 50$$

$$Q_{II}^* = D_{II} \times T^* = 1500 \times 0.1 = 150$$

۱۰. گزینه ۴ ☺

اگر بدون محدودیت ۲ هفته‌ای مسأله را در نظر بگیریم یک T_0 (زمان سیکل) بدست می‌آوریم:

$$A = 400 \quad h = 100 \quad D = 5200$$

$$T_0 = \sqrt{\frac{2A}{hD}} = \sqrt{\frac{2 \times 400}{0.2 \times 100 \times 5200}} = 0.087 \text{ سال}$$

این T_0 بدست آمده در محدودیت صدق نمی‌کند یعنی بزرگتر از ۲ هفته می‌باشد و محصولات فاسد می‌شوند پس زمان سیکل را همان ۲ هفته در نظر گرفته و مسأله را حل می‌کنیم.

$$u = \frac{2}{50} = 0.04 \text{ سال} \quad 2 \text{ هفته}$$

$$T_0 = 0.087 \not\leq u = 0.04 \quad \text{صدق نکرد}$$

پس T^* همان ۲ هفته می‌باشد.

$$\Rightarrow Q^* = DT^* = 5200 \times 0.04 = 208$$

۱۱. گزینه ۱ ☺

محدودیت از نوع تعداد سفارش داریم. یعنی $N = 5$ پس $\frac{1}{N} = \frac{1}{5}$ $T_r = \frac{1}{N}$ خواهد بود. حال T_1 را به صورت فرمول بدست آورده و با T_r مقایسه می‌کنیم.

$$\sum_{j=1}^2 A_j = 1000 \quad h_1 = h_2 = 2 \quad D_1 = 10000 \quad D_2 = 12000$$

$$\Rightarrow T_1 = \sqrt{\frac{2 \sum_{j=1}^2 A_j}{\sum_{j=1}^2 h_j D_j}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000}{2 \times 10000 + 2 \times 12000}} = 0.2132$$

$$T_r = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$\Rightarrow T^* = \max \{T_1, T_r\} = 0.2132$$

$$Q_1^* = D_1 \times T^* = 10000 \times 0.2132 = 2132$$

$$Q_2^* = D_2 \times T^* = 12000 \times 0.2132 = 2558$$

دقت کن اینجا ما محدودیت از نوع تعداد داریم. اگر تعداد بهینه رو از طریق فرمول بدست بیاریم می بینیم که در محدودیت صدق می کند و مشکلی از این بابت نداریم.

این شکلی توضیح بدم بهتره که در صورت سوال ذکر شده که حداکثر تعداد سفارش ۵ تا می باشد.

تعداد سفارش بهینه را از طریق فرمول ($N^* = \frac{1}{T^*}$) در محدودیت صدق کرده و عملاً بهترین حالت ممکن بدون مشکل رخ می دهد.

۱۲. گزینه ۲ ☺

این سوال رو باید از طریق تحلیل حل کنی وگرنه محاسبات زیادی داره. اگر Q_A^W رو بدست بیاریم داریم:

$$Q_A^W = \sqrt{\frac{2A_A D_A}{h_A}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 50}{0.2 \times 20}} = 158$$

$Q_A L_1$ واقعی برابر با ۱۱۴ می باشد. پس یعنی محدودیت فعال شده و تمام Q ها به یک مقدار یکسان کاهش داشته.

$$Q_B^* = \sqrt{\frac{2 \times 5000 \times 75}{0.2 \times 100}} = 61 \quad Q_C^W = \sqrt{\frac{2 \times 20000 \times 100}{0.2 \times 50}} = 200$$

پس مقدار واقعی Q_B و Q_C کوچکتر از ۲ مقدار بالا می باشد و نسبت بین Q ها باید ثابت باقی بماند. Q_C^W حدوداً ۳ برابر بزرگتر از Q_B^W می باشد. پس همین ارتباط باید بین Q ها پس از کاهش هم برقرار باشد که فقط گزینه ۲ این نسبت را رعایت کرده.

۱۳. گزینه ۳ ☺

محدودیت از نوع هزینه داریم و مدل تولیدی می باشد (به فرمول ها دقت کن)

$$CI_{\max} \leq x \rightarrow CW(1 - \frac{D}{P}) \leq x \rightarrow 5 - Q(1 - \frac{5000}{10000}) \leq 20000 \rightarrow Q \leq 80$$

در نتیجه با توجه به محدودیت سوال Q باید مقداری کوچکتر مساوی ۸۰ را داشته باشد. Q^* را بدست می آوریم:

$$Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 5000 \times 200}{100(1 - \frac{5000}{10000})}} = 200$$

این مقدار در محدودیت صدق نکرده پس مقدار Q همان ۸۰ می باشد.

۱۴. گزینه ۱ ☺

ابتدا شرط امکان‌پذیری تولید رو بررسی می‌کنیم.

$$\sum_{j=1}^2 \frac{D_j}{P_j} = \frac{6000}{40000} + \frac{18000}{36000} \leq 1$$

پس این امکان وجود دارد.

اما اگر در گزینه‌ها دقت کنیم حرفی از نشدنی بودن زده نشده پس می‌توانستیم این شرط را هم بررسی نکنیم.

حال سیکل مشترک را بدست می‌آوریم.

$$T^* = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^2 A_j}{\sum_{j=1}^2 h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}} = \sqrt{\frac{2 \times (500 + 700)}{8 \times 6000 \times (1 - \frac{6000}{40000}) + 18000 \times (1 - \frac{18000}{36000})}}$$

$$= \sqrt{\frac{2400}{40800 + 54000}} = \sqrt{\frac{2400}{94800}} = 0.159$$

پس مقدار تولید کالای اول و دوم:

$$Q_1^* = D_1 \times T^* = 6000 \times 0.159 = 954$$

$$Q_2^* = D_2 \times T^* = 18000 \times 0.159 = 2862$$

۱۵. گزینه ۲ ☺

برای بدست آوردن سطح انبار همواره باید برحسب حداکثر موجودی اقدام کنیم. حال اگر ۲ محصول داشته باشیم باید فرض را براین بگذاریم که هر ۲ محصول همزمان به ماکزیمم موجودی برسند. پس داریم:

$$I_{\max}^A = \sqrt{\frac{2D_A A_A}{h_A}} \sqrt{1 - \frac{D_A}{P_A}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 150}{2}} \times \sqrt{1 - \frac{10000}{50000}} = 774.6$$

$$I_{\max}^B = \sqrt{\frac{2D_B A_B}{h_B}} \sqrt{1 - \frac{D_B}{P_B}} = \sqrt{\frac{2 \times 12000 \times 350}{5}} \times \sqrt{1 - \frac{12000}{60000}} \approx 1159.3$$

حداکثر موجودی قطعه A × سطح مورد نیاز برای هر قطعه A = سطح مورد نیاز انبار برای دو قطعه ⇒
حداکثر موجودی قطعه B × سطح مورد نیاز برای هر قطعه B +

$$\Rightarrow = \frac{1}{10} \times 774.6 + \frac{1}{12} \times 1159.3 = 174.07 \text{ متر مربع}$$

دقت کردی که مدل تولیدی بود؟؟!!

۱۶. گزینه ۳ ☺

به صورت همزمان سفارش داده می شود پس دارای سیکلی مشترک هستند.

$$D_A = 500 \quad D_B = 1500 \quad h_A = h_B = 10 \quad A = 100$$

$$T^* = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^2 A_j}}{\sqrt{\sum_{j=1}^2 h_j D_j}} = \frac{\sqrt{2 \times 100}}{\sqrt{10 \times (500 + 1500)}} = 0.1$$

$$N = \frac{1}{T^*} = \frac{1}{0.1} = 10$$

تعداد دفعات بهینه سفارش دهی

۱۷. گزینه ۳ ☺

در این سوال اگر گزینه ها را بررسی کنیم کلمه ی نشدنی وجود ندارد پس نیازی به بررسی شرط نشدنی بودن نیست. با محاسبه ی سیکل مشترک می توان مقدار سفارش اقتصادی را بدست آورد.

دقت کن نکته این سوالات درست نوشتن فرمول ها می باشد!!!

$$T^* = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^3 A_j}}{\sqrt{\sum_{j=1}^3 h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times (800 + 700 + 500)}}{\sqrt{5 \times 900 \times (1 - \frac{9000}{27000}) + 6 \times 18000 \times (1 - \frac{18000}{36000}) + 8 \times 6000 \times (1 - \frac{6000}{9000})}} = 0.2$$

$$Q_1^* = D_1 \times T^* = 9000 \times 0.2 = 1800$$

$$Q_2^* = D_2 \times T^* = 18000 \times 0.2 = 3600$$

$$Q_3^* = D_3 \times T^* = 6000 \times 0.2 = 1200$$

۱۸. گزینه ۱ ☺

پس از محاسبات سوال ۱۷ حل این سوال آسان می شود:

$$\bar{I}_1 = \frac{Q_1^*}{2} (1 - \frac{D_1}{P_1}) = \frac{1800}{2} (1 - \frac{9000}{27000}) = 900 \times \frac{2}{3} = 600$$

$$\bar{I}_2 = \frac{Q_2^*}{2} (1 - \frac{D_2}{P_2}) = \frac{3600}{2} (1 - \frac{18000}{36000}) = 1800 \times \frac{1}{2} = 900$$

$$\bar{I}_3 = \frac{Q_3^*}{2} (1 - \frac{D_3}{P_3}) = \frac{1200}{2} (1 - \frac{6000}{9000}) = 600 \times \frac{1}{3} = 200$$

😊 گزینه ۱۹

$$CI_{\max} \leq x \rightarrow 100Q \leq 2000000 \rightarrow Q \leq 20000$$

$$\rightarrow Q_{EOQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 100000 \times 10}{0.2 \times 100}} = 100$$

Q_{EOQ} در محدودیت صدق می‌کند پس عملاً محدودیت غیرفعال بوده و مقدار سفارش همان

Q_{EOQ} خواهد بود.

😊 گزینه ۲۰

$$Q^* = Q_{EOQ} = 100$$

در این سوال چون ۲ تا مقدار سفارش بیشتر نداریم پس امتحان کردن گزینه‌ها می‌تواند راه‌حل سریع‌تری باشد. پس:

$$\sum_{j=1}^2 f_j Q_j = \frac{1}{10} \times 750 + \frac{1}{12} \times 900 = 150 \quad \text{گزینه ۱:}$$

همین گزینه جواب می‌باشد چون سایر گزینه‌ها مقداری بیشتر دارند.

😊 گزینه ۲۱

$$T_1 = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum h_j D_j}} = \sqrt{\frac{2 \times (1500 + 500)}{3 \times 18000 + 5 \times 12000}} = 0.187 \text{ سال} = 2/24 \text{ ماه}$$

$$T_2 = \frac{1}{N} = \frac{1}{1} = 1 \text{ ماه}$$

$$\Rightarrow T^* = \max\{T_1, T_2\} = 0.187 \text{ سال}$$

نکته: اینجا ممکنه یک مقداری گیج شده باشی چرا بعضی سوالا min می‌گیریم بعضی جاها max

دلیلش این هست که اینجا ما داریم مقایسه بین N ها انجام می‌دهیم یعنی محدودیت‌مان بدلیل N

(تعداد سفارشات) هست. و رابطه‌ی بین N و T عکس یکدیگر می‌باشند.

$$Q_1^* = D_1 \times T^* = 12000 \times 0.187 = 2244$$

$$Q_2^* = D_2 \times T^* = 18000 \times 0.187 = 3366$$

😊 گزینه ۲۲

$$T_o = \sqrt{\frac{2A}{hD}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000}{0.3 \times 6000 \times 5200}} = 0.046 \text{ سال}$$

جواب بدست آماده در محدودیت اگر بررسی کنیم:

$$T_1 = \frac{3}{52} = 0.0577 \text{ سال}$$

$$T_0 = 0.046 \leq 0.0577$$

پس در محدودیت صدق می کند. بنابراین $T^* = T_0$ خواهد بود.

$$Q^* = DT^* = 5200 \times 0.046 = 239.2 \approx 240$$

۲۳. گزینه ۱ ☺

$$C\bar{I} \leq \bar{x} \rightarrow C \frac{Q}{r} (1 - \frac{D}{P}) \leq \bar{x}$$

$$\rightarrow 500 \frac{Q}{r} (1 - \frac{1000}{5000}) \leq 8000 \rightarrow Q \leq 40$$

$$Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 100}{0.2 \times 500 (1 - \frac{1000}{5000})}} = 50$$

Q_{EPQ} در محدودیت صدق نمی کند و محدودیت، حداکثر مقدار Q را ۴۰ تا در نظر گرفته است.

مقدار اقتصادی سفارش شده ۵۰ تا پس نزدیک ترین همان ۴۰ می باشد.

$$Q^* = 40$$

۲۴. گزینه ۳ ☺

$$I_{\max} \leq 13000 \rightarrow Q(1 - \frac{D}{P}) \leq 13000 \rightarrow Q(1 - \frac{100000}{250000}) \leq 13000$$

$$\rightarrow Q \leq 21667$$

$$Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 100000 \times 2000}{0.15 \times 100 (1 - \frac{100000}{250000})}} = 21082$$

Q_{EPQ} در محدودیت صدق می کند پس مقدار سفارش همان Q_{EPQ} خواهد شد.

$$Q^* = Q_{EPQ} = 21082$$

۲۵. گزینه ۴ ☺

نکته: دقت کن سوال تولیدی هست هر چی فرمول داری باید بری توی مدل تولیدی.

$$I_{\max} \leq 200 \rightarrow Q(1 - \frac{D}{P}) \leq 200 \rightarrow Q(1 - \frac{1000}{2000}) \leq 200 \rightarrow Q \leq 400$$

$$Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 800}{0.1 \times 200 (1 - \frac{1000}{2000})}} = 400$$

Q_{EPQ} در محدودیت صدق می‌کند. پس:

$$Q^* = Q_{EPQ} = 400$$

$$\bar{I}^* = \frac{Q^*}{r} \left(1 - \frac{D}{P}\right) = \frac{400}{r} \left(1 - \frac{1}{r}\right) = 100$$

☺ ۲۶. گزینه ۴

طبق اطلاعات سوال داریم:

$$i = 0.2 \quad C_1 = 10 \quad C_r = 40 \quad D_1 = D_r \quad A_1 = A_r$$

$$\frac{Q_1}{Q_r} = \frac{\sqrt{\frac{rD_1A_1}{h_1}}}{\sqrt{\frac{rD_rA_r}{h_r}}} = \frac{\sqrt{\frac{rD_1A_1}{0.2C_1}}}{\sqrt{\frac{rD_rA_r}{0.2C_r}}} = \sqrt{\frac{C_r}{C_1}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = 2 \Rightarrow Q_1 = 2Q_r$$

☺ ۲۷. گزینه ۲

در این سوال محدودیت تعداد دفعات سفارش داریم یعنی:

$$T_1 = \left\{ \frac{\sum_{j=1}^r A_j}{\sum_{j=1}^r h_j D_j} = \sqrt{\frac{2 \times 1000}{200(6000 + 4000)}} = 0.031 \right\} \Rightarrow T^* = \max\{T_1, T_r\} = 0.1$$

$$T_r = \frac{1}{N} = \frac{1}{10}$$

$$k(Q) = \frac{\sum_{j=1}^r A_j}{T} + \frac{T}{r} \sum_{j=1}^r h_j D_j = \frac{1000}{0.1} + \frac{0.1}{r} \times 200 \times (6000 + 4000) = 110000$$

☺ ۲۸. گزینه ۳

$$CI_{\max} \leq x \rightarrow CQ \leq x \rightarrow 50Q \leq 10000 \rightarrow Q \leq 200$$

$$Q_{EOQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 200}{0.2 \times 50}} = 400$$

Q_{EOQ} در محدودیت صدق نمی‌کند پس محدودیت فعال و مقدار Q^* برابر ۲۰۰ می‌باشد.

$$k(Q) = \frac{AD}{Q^*} + h \frac{Q^*}{r} = \frac{4000 + 200}{200} + 0.2 \times 50 \times \frac{200}{r} = 50000$$

بدلیل صدق نکردن Q_{EOQ} باید برای محاسبه هزینه از فرمول‌های اصلی رفت.

۲۹. گزینه ۳ ☺

در نظر گرفتن زمان‌های راه‌اندازی در یک مدل تولید n کالا بر روی یک دستگاه، مشابه آن است که یک محدودیت سازگار برای مسأله در نظر بگیریم.

۳۰. گزینه ۱ ☺

شرایط امکان‌پذیری تولید n کالا بر روی یک دستگاه:

$$\sum \frac{D_j}{P_j} \leq 1$$

 زمان آماده‌سازی روی شدنی بودن یا نشدنی بودن تولید تأثیری ندارد. زمان آماده‌سازی فقط سیکل را تغییر می‌دهد و روی داشتن جواب تأثیری ندارد.

۳۱. گزینه ۱ ☺

سیستمی که در حال صحبت از آن هست سیستم چند کالایی می‌باشد و در سیستم‌های چندکالایی یک T یکسان بدست می‌آوریم. پس تمامی اقلام دارای سیکل سفارش یکسان هستند.

۳۲. گزینه ۲ ☺

$CI_{\max} \leq x \rightarrow CQ(1 - \frac{D}{P}) \leq x \rightarrow 200Q(1 - \frac{4000}{8000}) \leq 20000 \rightarrow Q \leq 200$
 طبق محدودیت مقدار Q نباید بیشتر از ۲۰۰ شود.

$$Q_{EOQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 2500}{100 \times (1 - \frac{4000}{8000})}} = 632.4$$

 پس محدودیت فعال می‌باشد و مقدار $Q^* = 200$ خواهد شد.

۳۳. گزینه ۳ ☺

$CI_{\max} \leq x \rightarrow 50Q \leq 10000 \rightarrow Q \leq 200$

$$Q_{EOQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 200}{0.2 \times 50}} = 400$$

 $Q^* = 200$ در محدودیت صدق نمی‌کند و مقدار Q نباید از ۲۰۰ بیشتر شود پس $Q^* = 200$

۳۴. گزینه ۱ ☺

شرط امکان‌پذیری تولید n کالا بر روی یک دستگاه به صورت $\sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} \leq 1$ می‌باشد. یا اینکه مقدار بیکاری بزرگتر مساوی صفر باشد.

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} \leq 1 \Rightarrow 1 - \underbrace{\sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j}}_{\text{کسر بیکاری ماشین}} \geq 0$$

پس کسر بیکاری ماشین باید بزرگتر ۰ باشد.

😊 گزینه ۱

$$I_{\max} \leq 210 \rightarrow Q(1 - \frac{D}{P}) \leq 210 \rightarrow Q(1 - \frac{3000}{4000}) \leq 210 \rightarrow Q \leq 840$$

از طریق محدودیت متوجه شدیم که Q نباید بزرگتر ۸۴۰ باشد.

$$Q_{EOQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 3000 \times 300}{20 \times (1 - \frac{3000}{4000})}} = 600$$

Q_{EOQ} در محدودیت صدق می‌کند پس همین مقدار بهینه سفارش‌دهی می‌باشد.

😊 گزینه ۳

به طور کلی همواره در مدل‌سازی داریم که اگر محدودیت‌ها به مسأله اضافه شود جواب بهینه بهتر نمی‌شود یا همان می‌ماند و یا بدتر می‌شود. پس اگر محدودیت سرمایه دیگر در موجودی مطرح باشد مقدار سفارش اقتصادی ممکن است کاهش پیدا کند.

😊 گزینه ۲

$$T_1 = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}} = \sqrt{\frac{2 \times (40 + 20)}{6 \times 2000 \times (1 - \frac{2000}{6000}) + 4 \times 1500 \times (1 - \frac{1500}{4500})}} = 0.1 \text{ سال}$$

$$T_2 = \frac{\sum s_j}{1 - \sum \frac{D_j}{P_j}} = \frac{30 + 20}{1 - (\frac{2000}{6000} + \frac{1500}{4500})} = \frac{50}{1 - (\frac{1}{3} + \frac{1}{3})} = 150 \text{ ساعت} \Rightarrow T_2 = \frac{150}{1000} = 0.15 \text{ سال}$$

$$T^* = \max\{T_1, T_2\} = \max\{0.1, 0.15\} = 0.15 \Rightarrow Q_2^* = D_2 \times T^* = 1500 \times 0.15 = 225$$

😊 گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} CI_{\max} \leq m &\rightarrow CQ(1 - \frac{D}{P}) \leq m \\ Q_{EOQ} &= \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

اگر محدودیت غیرفعال باشد؛ یعنی $CQ(1 - \frac{D}{P}) \leq m$ باشد، مقدار تولید اقتصادی $Q^* = Q_{EPQ}$ خواهد شد.

سوال سختی نبود ولی باید دقت کنی مدل تولیدی هست و فرمول‌ها چیا هستند.

۳۹. گزینه ۳ ☺

اگر هزینه نگهداری ۰ شود پس مقدار سفارش اقتصادی به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. یعنی:

$$T^* = \sqrt{\frac{\sum A_j}{\sum h_j D_j}}$$

$$\text{if } h_j \rightarrow 0 \Rightarrow T^* \rightarrow \infty \Rightarrow Q_j^* = D_j \times T^* \rightarrow \infty$$

۴۰. گزینه ۱ ☹

نکته: اگر ضریب لاگرانژ موجود باشد یعنی محدودیت مساوی شده باشد:

$$k = \sum_{j=1}^n \sqrt{2AD_j} = X \sqrt{i(i + 2B^*)}$$

طبق نکته بالا داریم:

\Rightarrow

$$k^* = \sum \sqrt{2A_j D_j h_j} = 20000 \times \sqrt{0.2 \times (0.2 + 2 \times 0.025)} = 4472.1 \cong 4500$$

۴۱. گزینه ۴ ☺

چون در مدل‌های چند محصولی همواره یک سیکل مشترک بدست می‌آوریم و طبق آن مقدار سفارش را تعیین می‌کنیم. پس با کاهش هزینه‌های سفارش‌دهی یک محصول کل T کاهش می‌یابد پس مقدار سفارش‌دهی سایر محصولات نیز کاهش می‌یابد همچنین هزینه‌های سفارش‌دهی نیز کاهش می‌یابد و سپس در نقطه بهینه سفارش‌دهی هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری با هم برابر هستند پس هزینه‌های نگهداری نیز کاهش می‌یابند.

۴۲. گزینه ۴ ☹

این سوال رو باید با نگاه حل کنید:

باید یک رابطه‌ای بین مقدار سفارش‌دهی‌ها با هم باشد یعنی نسبت بین مقادیر سفارش داده شده و مقدار تقاضاها نیز با هم یکی هستند.

واضح‌تر بخواهم بگم یعنی اگر $D_1 = 100$ و $D_2 = 130$ و $D_3 = 150$ باشد.

پس Q_1 باید از Q_2 و Q_2 از Q_3 کوچکتر باشد.

$$Q_3 > Q_2 > Q_1$$

فقط گزینه ۴ این شرایط را دارد.

☺ ۴۳.گزینه ۳

$$I_{\max} \leq 1000 \rightarrow Q(1 - \frac{D}{P}) \leq 1000$$

$$\Rightarrow Q(1 - \frac{15000}{20000}) \leq 1000 \rightarrow Q \leq 4000$$

☺ ۴۴.گزینه ۴

گزینه ۱ اشتباه است؛ چون اشاره شده که «مقدار تولید کالاهایی که نیاز به زمان آماده‌سازی دارد، افزایش می‌یابد»، در حالی که مقدار تولید اقتصادی تمام کالاها، ممکن است دچار تغییر گردد.

گزینه ۲ با توجه به توضیح داده شده در گزینه ۱ رد می‌گردد.

گزینه ۳ اشتباه است؛ چون اشاره شده که تنها «تنها تولید» n قلم کالا ممکن است کافی باشد که همانطور که در گزینه ۲ اشاره شد، تمام کالاها ممکن است دچار تغییر گردد.

گزینه ۴ از آنجایی که مقدار تولید اقتصادی کلیه کالاها ممکن است تغییر کند، کاملاً صحیح است.

☺ ۴۵.گزینه ۱

با ۲ روش میشه اثبات کرد که گزینه ۱ جواب می‌شود.

۱- اگر محدودیت تعداد دفعات سفارش داشته باشیم ممکن است مجبور شویم مقدار سفارش را افزایش دهیم تا با دفعات کم سفارش تماماً پوشش داده شود.

۲- محدودیت تعداد دفعات سفارش تنها محدودیتی هست که ضریب لاگرانژ در صورت قرار می‌گیرد پس سبب افزایش مقدار سفارش اقتصادی می‌شود.

☺ ۴۶.گزینه ۱

سوال خیلی خوبیه دقت کن.

با محدودیت $Q^w = 400$ $Q_w = 600$ بدون محدودیت

$$f_j = 1m^2 \quad Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = 600 \quad \Rightarrow 2AD = 36000 \cdot h$$

$$h = 8$$

$$Q_j^w = \sqrt{\frac{2AD}{h + 2\theta f_j}} = \sqrt{\frac{36 \times 10^4 \times 8}{8 + 2\theta}} = 400 \quad \theta = 5$$

ضریب لاگرانژ شده ۵ یعنی چی اصلاً یعنی اگر یک واحد افزایش بدهیم تابع هدف ۵ واحد بهبود پیدا می کند ولی در صورت سوال گفته افزایش هر متر مربع ۱۰ تومان هزینه دارد پس در کل ۵ تومان هزینه برایمان ایجاد می کند.

☺ ۴۷. گزینه ۱

$$1 - \sum \frac{D_j}{P_j} = 1 - \left[\frac{1}{6} + \frac{1}{5} \right] = 1 - \frac{11}{30} = \frac{19}{30}$$

☺ ۴۸. گزینه ۳

بر خلاف قیافه سوال خیلی سریع قابل حل هست:

$$Q_{w1} = \sqrt{\frac{2AD}{2 \times h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2430 \times 1000}{2 \times 7}} = 700$$

$$Q_{w2} = \sqrt{\frac{2 \times 5000 \times 1000}{2 \times 8}} = 2500$$

$$Q_{w3} = \sqrt{\frac{22 \times 12000 \times 750}{2 \times 4}} = 1500$$

هزینه نگهداری به صورت $2 \times h$ وارد شده چون در سوال گفته شد که فضا بر اساس ماکزیمم موجودی محاسبه می شود و همچنین اگر گزینه ها رو هم دقت کنی می بینی که از مقادیر ویلسون بدست آمده مقدار کوچکتری وجود ندارد پس محدودیت فعال نشده که بخواد باعث کاهش مقدار سفارش دهی شود.

فصل ع

مدل های تخفیف

تخفیف در دنیای واقعی بدین معنی است که فروشنده برای ترغیب مشتری به خرید، قیمت خرید کالا را با افزایش مقدار سفارش کاهش می‌دهد. در کنترل موجودی بحث مدل‌های تغییر قیمت مطرح می‌شود که فروشنده بنا بر سیاست‌هایی یا در اثر تغییرات مقدار سفارش و یا در بازه‌های زمانی خاص بر روی قیمت، کاهش یا افزایش اعمال می‌کند. در برخی از موارد این تغییر بجای قیمت، در سایر پارامترهای هزینه مانند هزینه سفارش‌دهی یا نگهداری اعمال می‌گردد.

در این فصل ابتدا مدل‌های تخفیف یا همان تغییر قیمت در اثر تغییرات مقدار سفارش را مطرح می‌کنیم و سپس به بررسی تغییر قیمت در بازه‌های زمانی پرداخته می‌شود.

نکته: فرض ثابت بودن قیمت در طول زمان در مدل EOQ، در مدل تخفیف نقض شده است.

مدل‌های تخفیف به دو دسته کلی تقسیم می‌شود:

مدل تخفیف کلی: در این حالت تخفیف برای کلیه واحدهای خریداری شده بصورت یکسان می‌باشد؛ یعنی تمامی واحدها به یک قیمت واحد خریداری می‌شوند.

مدل تخفیف نموی یا افزایشی: در این حالت تخفیف در بازه‌های مختلف بصورت جداگانه اعمال می‌گردد. یعنی لزوماً کلیه واحدها به یک قیمت واحد خریداری نمی‌شوند.

هزینه خرید برای هر دو حالت تخفیف کلی و نموی بصورت جدول زیر می‌باشد:

شماره محدودده	محدوده تخفیف	قیمت واحد کالا	کل هزینه خرید (تخفیف کلی)	کل هزینه خرید (تخفیف نموی)
۰	$q_0 \leq Q < q_1$	C_0	$C_0 Q$	$C_0 Q$
۱	$q_1 \leq Q < q_2$	C_1	$C_1 Q$	$C_0(q_1 - q_0) + C_1(Q - q_1)$
۲	$q_2 \leq Q < q_3$	C_2	$C_2 Q$	$C_0(q_1 - q_0) + C_1(q_2 - q_1) + C_2(Q - q_2)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

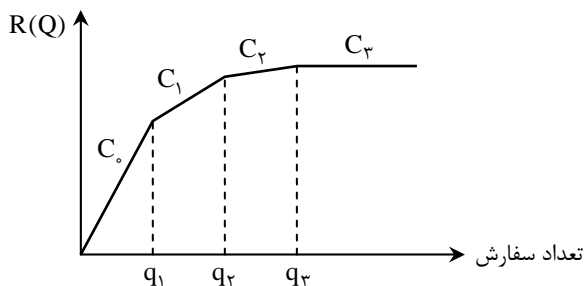
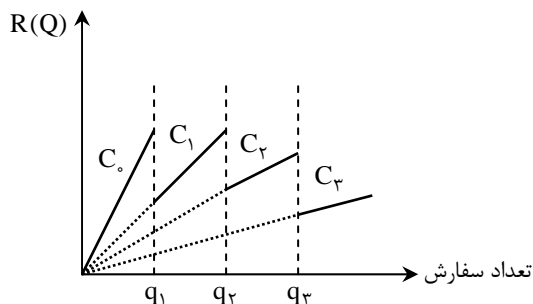
$$\begin{array}{ccccccc}
 \sum_{i=1}^j C_{i-1} (q_j - q_{j-1}) + C_j (Q - q_j) & C_j Q & C_j & q_j \leq Q < q_{j-1} & j \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \sum_{i=1}^n C_{i-1} (q_i - q_{i-1}) + C_n (Q - q_n) & C_n Q & C_n & q_n \leq Q & n
 \end{array}$$

همانطور که مطرح شده است در مدل تخفیف با افزایش مقدار سفارش، قیمت کاهش می‌یابد پس داریم:

$$c_0 > c_1 > \dots > c_n$$

کل هزینه خرید را با $R(Q)$ نشان می‌دهیم و نقاط q_j ها همان نقاط تغییر قیمت یا نقاط تخفیف یا نقاط شکست می‌باشند.

نمودار هزینه خرید برای حالت تخفیف کلی و نموی به ترتیب به شرح زیر می‌باشد:



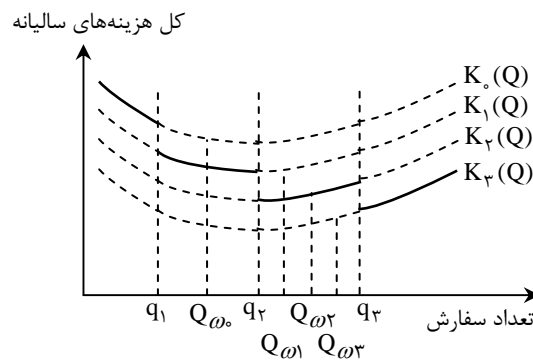
نکته: حواست جمع کن! نمودار هزینه خرید تخفیف کلی گسسته و امتداد کلیه خطوط از مبدا می‌گذرد ولی در حالت تخفیف نموی نمودار پیوسته بوده و امتداد خطوط از مبدا نمی‌گذرد و شیب بخش‌های نمودار در هر دو حالت برابر با قیمت کالا می‌باشد.

نکته: اگر قیمت‌ها در بازه‌های مختلف و نقاط شکست یکسان باشند، هزینه خرید در حالت تخفیف کلی کمتر از نمودی می‌باشد. پس تخفیف کلی به نفع خریدار و تخفیف نمودی به نفع فروشنده می‌باشد.

مدل تخفیف کلی

فرضیات این مدل کاملاً مانند مدل ویلسون است با این تفاوت که تغییر قیمت داریم و این تغییر قیمت بصورت تخفیف کلی نمایان می‌شود. هدف از این مدل نیز مانند ویلسون تعیین مقدار سفارش بهینه و نقطه سفارش بهینه می‌باشد.

تابع هزینه کل سالیانه برای هر محدوده متفاوت و به شرح زیر می‌باشد:



$$k_j(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{h_j Q}{2} + C_j D \quad h_j = iC_j + w \quad q_j \leq Q < q_{j+1}$$

نقطه ویلسون مربوط به هر محدوده با توجه به تغییرات A_j یا h_j بصورت زیر می‌باشد:

$$Q_j = \sqrt{\frac{2DA_j}{h_j}} \quad h_j = iC_j + w$$

نکته: در برخی موارد h_j به قیمت بستگی ندارد و برای کلیه محدودیت‌ها مقدار نقطه Q_j برابر می‌باشد. بهتر!

اما ممکن است ویلسون خوبه بدست آمده در محدوده خودش قرار نگیرد بنابراین به این راحتی نمی‌توان نقطه بهینه بدست آورد.

الگوریتم حل:

با توجه به اینکه با افزایش مقدار خرید قیمت روند کاهشی دارد، از محدوده آخر شروع به بررسی می‌کنیم.

یعنی از محدوده n ام شروع کرده و مقدار Q_j^w متناظر با هر بازه را بدست می‌آوریم تا جایی پیش می‌رویم که Q_j^w در بازه مجاز مربوط به خودش قرار گیرد؛ یعنی به اولین ویلسون قابل قبول برسیم، سپس این نقطه و نقاط شکست سمت راست را به عنوان نقاط کاندید در نظر گرفته و هزینه کل سالیانه مربوط به آنها را با هم مقایسه می‌کنیم نقطه‌ای که در هزینه حداقل باشد بهینه کل است.

$$Q' = \{Q_{w_j}, q_{j+1}, \dots, q_n\}$$

$$k(Q^*) = \min k(Q')$$

نکته: نقطه بهینه در تخفیف کلی تنها می‌تواند نقطه ویلسون یا نقاط تغییر قیمت در سمت راست نقطه ویلسون باشد. (کوچکتر از نقطه ویلسون مجاز نمی‌تواند باشد)

نکته: اگر کل هزینه نگهداری سالیانه را با TCH و کل هزینه سفارش‌دهی سالیانه را با TCA نشان دهیم. در نقطه ویلسون داریم $TCH = TCA$ و در نقاط شکست سمت راست داریم $TCH > TCA$. پس در حالت کلی در نقطه بهینه رابطه هزینه نگهداری و سفارش‌دهی بصورت زیر می‌باشد:

$$TCH \geq TCA$$

نکته: روابط زیر بین Q_{w_j} و $k(Q_{w_j})$ برای کلیه محدوده‌ها برقرار است.

$$Q_{w_0} \leq Q_{w_1} \leq \dots \leq Q_{w_n}$$

$$K(Q_{w_0}) \geq K(Q_{w_1}) \geq \dots \geq K(Q_{w_n})$$

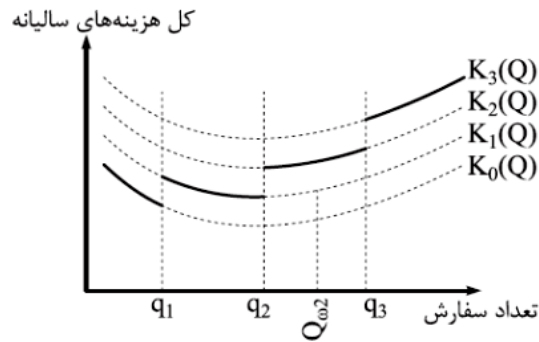
نکته: در صورتی که مدل برعکس تخفیف کلی باشد یعنی با افزایش مقدار سفارش، هزینه‌ها نیز افزایش یابد (مانند اجاره انبار اضافی یا طبقات بیشتر پارکینگ و... یا مواد و کالاهایی که مشمول یارانه بوده‌اند مانند بنزین یا برق مصرفی) یعنی $C_0 < C_1 < \dots < C_n$ باشد، الگوریتم حل مشابه الگوریتم تخفیف کلی است با این تفاوت که با توجه به روند افزایشی هزینه‌ها از بازه اول شروع کرده و اولین نقطه ویلسون مجاز و نقاط شکست سمت چپ به عنوان نقاط کاندید انتخاب شده و در نهایت کمترین مقدار هزینه مربوط به نقطه بهینه است. (بزرگتر از نقطه ویلسون مجاز نمی‌تواند باشد)

در این حالت داریم:

$$TCH \leq TCA \quad ۱.$$

$$2. \quad k(Q^*) = \min k(Q') \text{ و } Q' = \{Q_{wj}, q_{j-1}, \dots, q_1\}$$

۳. تابع هزینه آن به شکل زیر است و روند کلی صعودی دارد.



نکته: در صورتی که تخفیف روی سایر پارامترها مثلاً A, h, \dots باشد، کاملاً مانند الگوریتم‌های بالا عمل می‌کنیم با این تفاوت که تغییر در این پارامترها را نیز در محاسبه Q_{wj} و $k(Q_{wj})$ اعمال می‌کنیم.

نکته: اگر فقط یک نقطه کاندیدای بهینگی داشته باشیم یعنی در حالت تخفیف کلی ویلسون مربوط به آخرین بازه و در حالت عکس تخفیف کلی ویلسون مربوط به اولین بازه مجاز باشند، همان نقطه بهینه است و احتیاج به انجام هیچ محاسباتی نداریم.

نکته: در صورتی که h_j به قیمت بستگی نداشته باشد، برای کلیه محدوده‌ها، مقادیر Q_j^w برابر می‌باشد و ما کلاً با یک ویلسون سروکار داریم که کار ساده‌تر است. بازه مجاز برای این ویلسون را پیدا کرده و در حالت تخفیف کلی ویلسون و نقاط شکست سمت راست و در حالت عکس تخفیف کلی ویلسون و نقاط شکست سمت چپ نقاط کاندیدای بهینگی هستند که در هر حالت حداقل هزینه را پیدا می‌کنیم و نقطه بهینه شناسایی می‌گردد.

مثال: قیمت خرید هر واحد کالایی برابر ۲ تومان و میزان تقاضای سالیانه آن ۱۰۰۰ واحد می‌باشد، هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا ۲ تومان بوده و هزینه انجام سفارش وابسته به

$$A = \begin{cases} 10 & q < 110 \\ 8 & q \geq 110 \end{cases} \quad \text{مقدار سفارش چنین است، اندازه بهینه سفارش‌دهی چند واحد خواهد بود؟}$$

چون هزینه‌ها کم شده، از انتها شروع می‌کنیم و می‌رویم سراغ ویلسون مجاز و نقاط شکست سمت راستش ابتدا ویلسون بازه دوم را بدست می‌آوریم که مجاز نیست پس به بازه قبلی می‌رویم.

$$C=2 \quad D=1000 \quad h=2$$

$$Q_{w_2} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 1000}{2}} = 89.5$$

$$Q_{w_1} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 1000}{2}} = 100$$

پس ویلسون بازه اول و نقطه شکست سمت راست آن نقاط کاندید هستند: $\{100, 110\}$ = نقاط کاندید

هزینه‌ها را بدست می‌آوریم که در سفارش ۱۱۰ واحد هزینه کمتر است پس بهینه می‌باشد.

$$\left. \begin{aligned} k(100) &= \sqrt{2DAh} + CD = \sqrt{2 \times 10 \times 1000 \times 2} + 2000 = 2200 \\ k(110) &= \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} + CD = \frac{2 \times 1000}{110} + 2 \times \frac{110}{2} + 2000 = 2182 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q^* = 110$$

مثال: در مدل تخفیف کلی اطلاعات زیر در دسترس است، کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری ارشد - ۸۸)

مقدار سفارش	Q_{w_j}	تابع هزینه سالیانه
$0 < q < 1000$	۱۳۵۰	$k(Q_{w_0})$
$1000 \leq q < 2000$	۱۸۱۰	$k(Q_{w_1})$
$2000 \leq q < 3000$	۲۲۱۰	$k(Q_{w_2})$
$3000 \leq q < 4000$	۳۴۸۰	$k(Q_{w_3})$
$4000 \leq q$	۳۹۵۰	$k(Q_{w_4})$

(۱) مقدار سفارش اقتصادی از مقایسه $k_2(2210)$ و $k_3(3000)$ و $k_4(4000)$ حاصل می‌شود.

(۲) مقدار سفارش اقتصادی از مقایسه $k_3(3480)$ و $k_4(4000)$ حاصل می‌شود.

(۳) مقدار سفارش اقتصادی از مقایسه $k_4(3950)$ و $k_3(3480)$ حاصل می‌شود.

(۴) قابل حصول نیست.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به رابطه Q_{w_j} و h_j در مقدار سفارش اقتصادی ($Q_{w_j} = \sqrt{\frac{2AD}{h_j}}$) افزایش Q_{w_j} با

افزایش مقدار سفارش نشان‌دهنده‌ی این است که h_j با افزایش مقدار سفارش کاهش یافته بنابراین

مدل تخفیف کلی ساده بوده و از انتها شروع می‌کنیم اولین سفارش ویلسونی مجاز ۳۴۸۰ است که

نقاط کاندید ویلسون و نقاط شکست سمت راست می‌شود که نقاط کاندید ۳۴۸۰ و ۴۰۰۰ می‌باشد

پس گزینه ۲ صحیح است.

مثال: در یک سیستم کنترل موجودی از انبارهایی با حجم ثابت ۴۵ واحد و هزینه اجاره سالیانه هر انبار ۷۵ واحد پول استفاده می‌شود. اگر مصرف سالیانه ۱۰,۰۰۰ واحد، هزینه ثابت هر بار سفارش‌دهی دو واحد پول و هزینه نگهداری یک واحد پول برای هر واحد موجودی در سال باشد برای تعیین مقدار اقتصادی هر بار سفارش چند بار باید تابع هزینه را محاسبه نمود؟
(سراسری ارشد - ۸۶)

- (۱) سه بار (۲) چهار بار (۳) پنج بار (۴) شش بار

حل: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

هر چه مقدار سفارش بیشتر باشد هزینه اجاره انبار بیشتر می‌شود پس باید از محدوده اول شروع کنیم و نقاط کاندید ویلسون مجاز و شکست سمت چپ است:

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 75}{45}} = 200$$

چون محدوده‌ها ۴۵ تایی است بنابراین بازه‌های مورد نظر به صورت زیر است:

$$[0-45], [46-90], [91-135], [136, 181], [180-225], \dots$$

مقدار سفارش اقتصادی در محدوده $[181-225]$ قرار می‌گیرند و نقاط کاندید ۴۵ و ۹۰ و ۱۳۵ و ۱۸۰ و ۲۰۰ می‌باشد و تابع هزینه در نقاط ۴۵ و ۹۰ و ۱۳۵ و ۱۸۰ و ۲۰۰ (یعنی ۵ بار) باید محاسبه گردد.

مثال: یک مدل تخفیف کلی را در نظر بگیرید که در آن $q_1, q_2, \dots, q_n, q_{n+1} = 0$ نقاط تخفیف باشند.

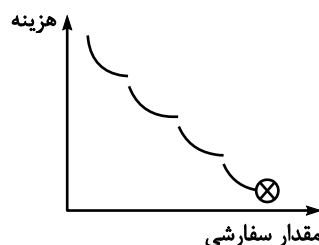
اگر داشته باشیم، $Q_j^w > q_{j+1}$ ، $j = 0, 1, \dots, n-1$ ، آنگاه برای تعیین مقدار سفارش اقتصادی نیاز به

محاسبه هزینه سالیانه چند مورد از Q است؟
(سراسری ارشد - ۹۰)

- (۱) صفر (۲) یک (۳) n (۴) $n+1$

حل: گزینه‌ی ۱ صحیح است.

با توجه به این که $Q_j^w > q_{j+1}$ است پس نمودار هزینه‌ها در حالت کلی به شکل زیر است:



همان‌طور که مشخص است احتیاجی به محاسبه هزینه‌ها نیست و نقطه‌ی آخر بهینه بوده و کم‌ترین هزینه را دارد.

مثال: در مدل تخفیف کلی، در صورت مجاز بودن کمبود نسبت به حالت مجاز نبودن کمبود تعداد نقاط کاندیدای بهینگی:

(سراسری ارشد - ۹۳)

(۱) ثابت باقی می‌ماند. (۲) ممکن است کاهش یابد.

(۳) حتماً کاهش می‌یابد. (۴) ممکن است افزایش یابد.

حل: گزینه‌ی ۲ صحیح است.

در صورت مجاز بودن کمبود مقدار Q^* افزایش می‌یابد یعنی به سمت راست بیش‌تر متمایل می‌گردد که ممکن است سبب شود تعداد نقاط کاندید کاهش پیدا کند.

نکته: در تخفیف کلی چنانچه کمبود مجاز باشد یا مدل تولیدی باشد الگوریتم حل تغییری نمی‌کند با این تفاوت که مقدار سفارش اقتصادی یا تولید اقتصادی بجای روش ویلسون از روابط مربوط به خودشان بدست می‌آید. در این حالات، تعداد نقاط کاندیدای بهینگی در تخفیف کلی ممکن است کاهش یابد؛ در نتیجه مقدار تابع بهتر نمی‌شود.

مدل تخفیف نموی (افزایشی)

فرضیات این مدل کاملاً مانند مدل ویلسون است با این تفاوت که تغییر قیمت داریم و این تغییر قیمت بصورت تخفیف نموی بروز می‌کند. هدف از این مدل نیز مانند ویلسون، تعیین مقدار سفارش بهینه و نقطه سفارش بهینه می‌باشد.

تابع هزینه کل سالیانه برای هر محدوده متفاوت و به شرح زیر می‌باشد:

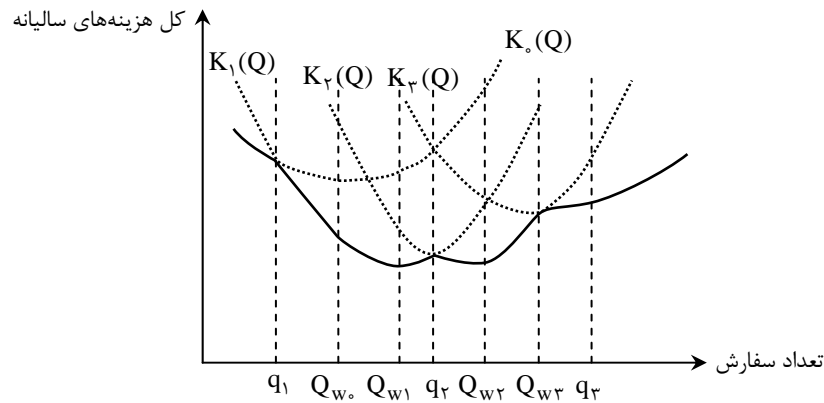
$$k_j(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{h_j Q}{\gamma} + \bar{C}D \quad h_j = i\bar{C} \quad q_j \leq Q \leq q_{j+1}$$

$$\bar{C} = \frac{R(Q)}{Q}$$

$$R(Q) = \sum_{i=1}^j C_{i-1}(q_i - q_{i-1}) + C_j(Q - q_j)$$

$$k_j(Q) = \frac{D}{Q}(A + R(q_j) - C_j q_j) + iC_j \frac{Q}{\gamma} + C_j D + \frac{iR(q_j)}{\gamma} - \frac{iC_j q_j}{\gamma}$$

$$\frac{dk_j(Q)}{dQ} = 0 \Rightarrow Q_j^* = \sqrt{\frac{\gamma D(A + R(q_j) - C_j q_j)}{iC_j}}$$



نکته: همانطور که مشاهده می‌کنید مانند هزینه خرید نمودی حالت پیوسته دارد.

نکته: با توجه به محدب بودن تابع و مشتق‌پذیر نبودن تابع در نقاط شکست، نقطه بهینه همواره یکی از Q_j^* می‌باشد.

نکته: همواره هزینه نگهداری سالیانه و هزینه سفارش‌دهی سالیانه در نقطه بهینه با یکدیگر برابرند.

الگوریتم حل مدل:

۱. ابتدا برای هر یک از بازه‌ها مقدار Q_j^* را محاسبه می‌کنیم.
۲. از بین Q_j^* ها، آنهایی که مجاز هستند و در بازه مربوطه قرار دارند را مشخص می‌کنیم و در مجموعه نقاط کاندید قرار می‌دهیم.
۳. هزینه مربوط به نقاط کاندید را بدست آورده و نقطه‌ای که دارای حداقل هزینه می‌باشد، به عنوان نقطه بهینه برگزیده می‌شود.

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D(A + R(q_j) - C_j q_j)}{iC_j}} \quad \text{برای } j \text{ در بازه } j$$

نکته: اگر فقط یک نقطه در مجموعه نقاط کاندید قرار گرفت همان بهینه است و احتیاجی به محاسبه هزینه‌ها نمی‌باشد.

نکته: اگر در تخفیف نمودی k بازه داشته باشیم، قطعاً $k+1$ منحنی خواهیم داشت.

نکته: در تخفیف نمودی ممکن است نقطه بهینه در بیش از یک نقطه رخ دهد؛ یعنی جواب بهینه چندگانه داشته باشیم ولی در تخفیف کلی همواره جواب بهینه منحصر به فرد است.

مثال: مصرف سالیانه محصولی ۲۵۰۰ واحد، نرخ هزینه نگهداری ۱۰ درصد در سال و هزینه هر بار سفارش‌دهی آن ۱۰۰ تومان است. قیمت این محصول بصورت جدول زیر است در صورتی که تخفیف بصورت نمودی باشد مقدار سفارش اقتصادی را بیابید؟

بازه مقدار سفارش‌دهی	قیمت خرید
$0 \leq q < 500$	۵
$500 \leq q < 2500$	۴/۷۵
$2500 \leq q < 5000$	۴/۶
$5000 \leq q$	۴/۵

$$R(q_0) = R(0) = 0$$

$$C_0 q_0 = 0 \quad Q_{w_0} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = 1000$$

$$R(500) = R(q_1) = 500 \times 5 = 2500$$

$$C_1 q_1 = 4/75 \times 500 \quad Q_{w_1} = \sqrt{\frac{2D(A + R(q_j) - C_j q_j)}{h}} = 1539$$

$$R(2500) = R(q_2) = R(q_1) + 2500 \times 4/75 = 12000$$

$$C_2 q_2 = 4/6 \times 2500 \quad Q_{w_2} = \sqrt{\frac{2D(A + R(q_j) - C_j q_j)}{h}} = 2554$$

$$R(5000) = R(q_3) = R(q_2) + (5000 - 2500) \times 4/6 = 23500$$

$$C_3 q_3 = 4/5 \times 2500 \quad Q_{w_3} = \sqrt{\frac{2D(A + R(q_j) - C_j q_j)}{h}} = 3496$$

با توجه به اینکه فقط ۱۵۳۹ و ۲۵۵۴ در بازه مجاز قرار دارند و نقاط کاندید می‌باشند خواهیم

داشت:

$$\begin{aligned} k(1539) &= 12612 \\ k(2554) &= 12700 \end{aligned}$$

در نتیجه مقدار سفارش بهینه که دارای هزینه کمتر است ۱۵۳۹ می‌باشد.

مثال: شرط لازم برای این که مقدار اقتصادی سفارش در روش تخفیف افزایشی و تخفیف کلی با نقاط تخفیف و قیمت‌های مشابه و هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری یکسان، برابر باشد عبارت است از؟ (با فرض این که هزینه نگهداری مستقل از قیمت است). (سراسری ارش - ۸۷)

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{2D(A + R(q_n) - c_n q_n)}{n}} &> q_n \quad (۲) & \sqrt{\frac{2DA}{h}} &> q_n \quad (۱) \\ \sqrt{\frac{2DA}{h}} &> \sqrt{\frac{2D(A + R(q_n) - c_n q_n)}{h}} \quad (۴) & \sqrt{\frac{2DA}{h}} &< q_1 \quad (۳) \end{aligned}$$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

نکته: نقطه بهینه مدل تخفیف نموی نمی‌تواند برابر نقاط تخفیف باشد بنابراین در صورتی که بخواهیم در شرایط یکسان نقطه بهینه تخفیف نموی و کلی برابر باشند باید نقاط ویلسون دو تخفیف با هم برابر باشند.

با توجه به نکته:

$$\sqrt{\frac{2D(A + R(q_j) - c_j q_j)}{h}} = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

این حالت در صورتی امکان‌پذیر است که $R(q_j) - c_j q_j = 0$ باشد و این تساوی فقط در محدوده اول برقرار است.

$$R(q_0) = c_0 q_0 = 0$$

بنابراین نقطه ویلسون باید در محدوده اول قرار گیرد:

$$\sqrt{\frac{2AD}{h}} < q_1$$

نکته: در صورتی که نقطه بهینه تخفیف نموی و کلی برابر باشند باید نقاط ویلسون بازه اول بهینه باشد.

مثال: در مدل‌های تغییر هزینه به ازای تغییر مقدار سفارش، در چه شرایطی بایستی مقدار هزینه کل را در نقطه ویلسون و نقاط تغییر قیمت (یا هزینه) در سمت چپ نقطه ویلسون محاسبه نمود؟ (سراسری ارش - ۹۱)

(۱) وجود تخفیف کلی در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی پولی کالا در انبار باشند.

(۲) وجود تخفیف کلی در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی حجمی کالا در انبار باشند.

۲۴۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۳) وجود تخفیف افزایشی (نموی) در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی پولی کالا در انبار باشند.

۴) عدم وجود تخفیف در قیمت کالا و وجود محدودیت حجم انبار و امکان استفاده از انبارهای اضافی مشابه

حل: گزینه‌ی ۴ صحیح است.

با توجه به این که مقدار هزینه کل را در نقطه ویلسون و نقاط تغییر قیمت در سمت چپ محاسبه می‌کنیم، حالت معکوس دارد و تخفیف نمی‌باشد بلکه با افزایش تعداد سفارش، هزینه‌ها افزایش یافته است در مواقعی که محدودیت حجم انبار یا پارکینگ و... داریم به استفاده از انبارهای اضافی مشابه مجبور می‌شویم و چنین وضعیتی رخ می‌دهد و معروف به مدل انبارهای اضافی می‌باشد.

مثال: در مدل تخفیف نموی (افزایشی) میانگین هزینه خرید هر واحد کالا در محدوده قیمتی \bar{C}_j (چگونه محاسبه می‌شود؟) (سراسری ارشد - ۹۲)

$$\sum_{i=1}^{j+1} c_{i-1} (q_i - q_{i-1}) \quad (2) \quad \sum_{i=1}^j c_{i-1} (q_i - q_{i-1}) + c_j (Q - q_j) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^j c_{i-1} \left(\frac{q_i - q_{i-1}}{Q} \right) + c_j \left(\frac{Q - q_j}{Q} \right) \quad (4) \quad \sum_{i=1}^{j+1} c_{i-1} \left(\frac{q_i - q_{i-1}}{Q} \right) \quad (3)$$

حل: گزینه‌ی ۴ صحیح است.

$$\bar{C} = \frac{R(Q)}{Q} = \frac{R(q_j) + C_j(Q - q_j)}{Q} = \frac{\sum_{k=1}^j C_{k-1} (q_k - q_{k-1}) + C_j (Q - q_j)}{Q}$$

مثال: در یک مدل تخفیف نموی اگر فقط یک نقطه شکست قیمت مطرح باشد و داشته باشیم.

۱۶۰۰ = قیمت خرید ۴۰ واحد کالا

۲۱۰۰ = قیمت خرید ۶۰ واحد کالا

نقطه تخفیف (شکست) و قیمت بعد از آن به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (سراسری ارشد - ۹۴)

$$31 - 60 \quad (4) \quad 60 - 55 \quad (3) \quad 35 - 50 \quad (2) \quad 20 - 45 \quad (1)$$

حل: گزینه‌ی ۱ صحیح است.

در تخفیف نموی داریم:

$$R(40) = C_0 \times 40 = 1600 \quad C_0 = 40 \quad \text{حتماً قبل از نقطه شکست}$$

$$R(60) = 40 \times (\text{نقطه شکست}) + C_1 (60 - \text{نقطه شکست}) = 2100$$

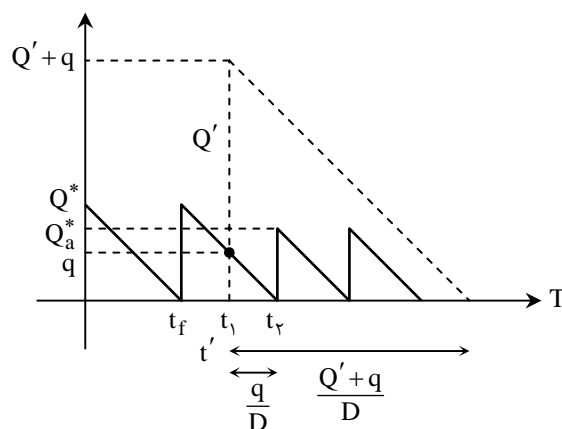
با استفاده از گزینه‌ها داریم:

گزینه ۱	نقطه شکست = ۴۵ $C_1 = 20$	$40 \times 45 + 20(60 - 45) = 2100$
گزینه ۲	نقطه شکست = ۵۰ $C_1 = 35$	$40 \times 50 + 35(60 - 50) = 2350$
گزینه ۳	نقطه شکست = ۵۵ $C_1 = 60$	$40 \times 55 + 60(60 - 55) = 2500$
گزینه ۴	نقطه شکست = ۶۰ $C_1 = 31$	$40 \times 60 + 31(60 - 60) = 2400$

مدل‌های تغییر قیمت زمانی

در اینجا عامل تعیین‌کننده قیمت، زمان می‌باشد. یعنی در بازه‌های زمانی مختلف ممکن است قیمت کاهش یابد (حراج) یا از زمانی به بعد قیمت افزایش یابد (تورم).

مدل‌های تورم



فرض کرده‌ایم که از زمان t_1 به بعد، قیمت کالا به اندازه k واحد افزایش می‌یابد و همچنین: ۱. کمبود مجاز نیست.

۲. مدت زمان تحویل صفر

۳. هزینه‌های نگهداری + سفارش‌دهی + خرید

۴. تک محصولی

t_1 : لحظه‌ای که قرار قیمت افزایش یابد.

t'_1 : لحظه صدور سفارش ویژه

t_2 : لحظه‌ای که موجودی در دست صفر است

K : میزان افزایش قیمت

Q' : سفارش ویژه

Q_a^* : مقدار سفارش بعد افزایش قیمت

TC' : در مدت $\frac{Q'+q}{D}$ با صدور سفارش ویژه

TC : در مدت $\frac{Q'+q}{Q}$ بدون صدور سفارش ویژه

$$Q^* = \sqrt{\frac{rAD}{ic}} \quad Q_a^* = \sqrt{\frac{rAD}{i(c+k)}}$$

$$TC' = CQ' + \frac{iC(Q'+q)}{r} \times \frac{Q'+q}{D} + A$$

$$TC = (C+k)Q' + ic \frac{q}{r} \times \frac{q}{D} + i(C+k) \frac{Q_a^*}{r} \times \frac{Q'}{D} + \frac{Q'}{Q_a^*} A$$

$$g = TC - T'C$$

$$Q^{*'} = Q_a^* + \frac{K(iQ_a^* + D)}{ic} - q$$

$$g^* = A \left[\left(\frac{Q^{*'}}{Q^*} \right)^2 - 1 \right]$$

میزان صرفه‌جویی در t_f و t_1 محاسبه می‌کنیم. $\max\{g_{t_f} + A, g_{t_1}\}$ را بدست می‌آوریم که اگر

بزرگ‌تر از صفر بود، سفارش ویژه امری اقتصادی است.

نکته: در زمان t_f داریم $q = Q^*$

اگر t_1 با t_2 منطبق باشد حتماً صدور سفارش ویژه داریم و احتیاجی به بررسی نداریم زیرا:

$$q = 0 \quad Q^{*'} > Q^* \Rightarrow g^* = A \left[\left(\frac{Q^{*'}}{Q^*} \right)^2 - 1 \right]$$

$Q^{*'} > Q^*$ که سفارش ویژه داشته باشیم.

حراج:

پارامترهای مدل به شرح زیر می‌باشد:

d : مقدار تخفیف در قیمت

g : صرفه‌جویی

Q' : مقدار سفارش ویژه

TC' : هزینه کل سیستم در زمان $\frac{Q'}{D}$ با در نظر گرفتن سفارش ویژه

Q^* : مقدار سفارش اقتصادی بدون در نظر گرفتن تخفیف

TC : هزینه کل سیستم در زمان $\frac{Q'}{D}$ بدون در نظر گرفتن سفارش ویژه

الف) بازه زمانی تخفیف شامل سفارش عادی باشد:

تابع هزینه‌ها به شرح زیر است:

$$TC' = (C - d)Q' + A + \frac{i(C - d)Q'}{2} \times \frac{Q'}{D}$$

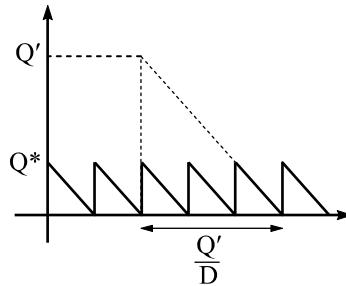
$$TC = (C - d)Q^* + C(Q' - Q^*) + A \frac{Q'}{Q^*} + \frac{i(C - d)Q^*}{2} \times \frac{Q^*}{D} + \frac{iCQ^*}{2} \times \frac{(Q' - Q^*)}{D}$$

$$g = TC - TC'$$

$$\frac{dg}{dQ'} = 0 \quad Q^{*'} = \frac{dD}{i(c - d)} + \frac{CQ^*}{(c - d)} \Rightarrow \begin{matrix} d = 0 & Q^{*'} = Q^* \\ d > 0 & Q^{*'} > Q^* \end{matrix} \quad g^* > 0$$

$$g^* = \frac{A(c - d)}{c} \left(\frac{Q^{*'}}{Q^*} - 1 \right)^2$$

اگر صدور سفارش عادی همزمان با کاهش قیمت باشد $g^* > 0 \leftarrow$ بدون بررسی سفارش می‌دهیم.



(ب) بازه زمانی تخفیف شامل سفارش عادی نباشد:

$$Q^{*'} = \frac{dD}{i(c-d)} + \frac{CQ^*}{(c-d)} - q$$

$$g^* = A \left[\left(\frac{Q^{*'}}{Q^* \sqrt{\frac{c}{c-d}}} - 1 \right) \right] \text{ if } Q^{*'} > \sqrt{\frac{c}{c-d}} Q^* \Rightarrow g^* > 0.$$

پس سفارش ویژه داریم.

یک لحظه قبل از افزایش قیمت سفارش می‌دهیم.

اگر بازه تخفیف به عقب برود ممکن است $Q^{*'}$ کاهش یابد که صرفه‌جویی منفی هرچقدر نزدیک نقطه سفارش سفارش دهیم بهتر است و صرفه‌جویی بیش‌تر می‌گردد. (چون هزینه نگهداری کمتری می‌دهیم) خلاصه که داریم: (این توضیحات خیلی مهمه)

در مدل حراج دو حالت رخ می‌دهد:

۱. اگر صدور سفارش عادی همزمان با کاهش قیمت باشد، مقدار g^* همواره مثبت می‌باشد و در نتیجه بدون هیچ نوع بررسی، سفارش ویژه صورت می‌گیرد.

۲. اگر کاهش قیمت در زمان صدور سفارش عادی رخ ندهد، در خصوص صدور سفارش ویژه باید بررسی صورت گیرد.

در مدل تورم دو حالت رخ می‌دهد:

۱. اگر صدور سفارش عادی همزمان با افزایش قیمت باشد، مقدار g^* همواره مثبت می‌باشد و در نتیجه بدون هیچ نوع بررسی، سفارش ویژه صورت می‌گیرد. (در صورتیکه هزینه نگهداری به قیمت بستگی نداشته باشد)

۲. اگر افزایش قیمت در زمان صدور سفارش عادی رخ ندهد، در خصوص صدور سفارش ویژه باید در نقاط قابل دسترس t_f, t_1 بررسی صورت گیرد.

مثال: در یک مدل سفارش اقتصادی (EOQ) بلافاصله پس از آن که آخرین سفارش را داده‌ایم مطلع می‌شویم که قیمت کالا قرار است تا قبل از سفارش بعدی افزایش یابد در این صورت: (سراسری ارشد - ۸۷)

(۱) مقدار سفارش اقتصادی لزوماً تغییر خواهد کرد اما در مورد سفارش ویژه باید تصمیم‌گیری نمود.

(۲) مقدار سفارش اقتصادی لزوماً تغییر خواهد کرد و حتماً قبل از صدور سفارش بعدی در مورد انجام سفارش ویژه اقدام شود.

(۳) اگر هزینه‌های نگهداری مستقل از قیمت کالا باشد، مقدار سفارش اقتصادی تغییر نمی‌کند ولی در مورد صدور سفارش ویژه باید تصمیم‌گیری شود.

(۴) اگر هزینه‌های نگهداری وابسته به قیمت کالا باشد مقدار سفارش اقتصادی تغییر خواهد کرد و حتماً قبل از سفارش بعدی باید در مورد سفارش ویژه اقدام نمود.

حل: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

در مدل افزایش قیمت در صورتی که هزینه‌های نگهداری مستقل از قیمت باشد. با تغییر قیمت، هزینه نگهداری تغییر نخواهد کرد و در نتیجه مقدار سفارش بهینه نیز پس از افزایش قیمت با مقدار قبل از آن تفاوتی نخواهد داشت. ولی در مورد سفارش ویژه با توجه به خلاصه بالا، چون صدور سفارش عادی همزمان با افزایش قیمت نیست، باید در این خصوص تصمیم‌گیری شود.

مثال: در موسسه‌ای هزینه نگهداری کالا مستقل از قیمت خرید واحد محصول است. لحظه‌ای قبل از انجام سفارش متوجه می‌شویم که قیمت کالا به میزان ده درصد تا ۲ ساعت دیگر افزایش می‌یابد. به نظر شما برای اطلاع از افزایش قیمت برای این سفارش تصمیم خاصی (سفارش خاصی داده شود) باید گرفته شود؟ (سراسری ارشد - ۸۸)

(۱) با تجزیه و تحلیل هزینه‌های سیستم موجودی در خصوص دادن سفارش خاص یا عدم انجام سفارش خاص تصمیم گرفته می‌شود.

(۲) با توجه به ناچیز بودن افزایش نسبت و عدم وابستگی هزینه نگهداری به قیمت تصمیم خاص نباید گرفته شود.

(۳) حتماً قبل از افزایش قیمت‌ها سفارش خاصی در حجم بالا داده می‌شود.

(۴) سفارش خاص انجام می‌گیرد و مقدار سفارش ده درصد بیشتر از مقدار فعلی است.

حل: گزینه‌ی ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه هزینه نگهداری کالا مستقل از قیمت خرید واحد محصول است و با توجه به خلاصه ذکر شده فوق اگر صدور سفارش عادی همزمان با افزایش قیمت باشد (۲ ساعت اختلاف تقریباً همزمان لحاظ می‌گردد) مقدار g^* همواره مثبت می‌باشد و در نتیجه بدون هیچ نوع بررسی سفارش ویژه صورت می‌گیرد.

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. مصرف سالیانه یک ماده اولیه کارخانه‌ای ۲۰ هزار واحد، هزینه ثابت هر بار سفارش ۲۰۰۰ تومان و نرخ هزینه نگهداری موجودی ۲۰ درصد در سال است. در صورتی که مقدار خرید این ماده در هر بار کمتر یا برابر با ۱۰۰۰ واحد باشد قیمت خرید هر واحد ۱۱۰ تومان است. ولی اگر مقدار خرید در هر بار بیشتر از ۱۰۰۰ واحد باشد قیمت خرید هر واحد ۱۰۰ تومان (برای کلیه واحدهای خریداری در هر بار) خواهد بود. با توجه به این اطلاعات مقدار سفارش اقتصادی در هر بار برابر است با: (سراسری ۶۸)

۱۹۰۶/۹ (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴)

۲. در یک مسأله تخفیف کلی (All Units Discount) دو نقطه تخفیف q_1 و q_2 وجود دارد و جدول قیمت به صورت زیر است:

قیمت خرید هر واحد (برای تمام واحدها)	مقدار خرید (Q)
C_0	$0 \leq Q \leq q_1$
C_1	$q_1 \leq Q \leq q_2$
C_2	$q_2 \leq Q$

مقدار $\sqrt{\frac{2DA}{iC_j}}$ را با $Q(j)$ نشان دهید. (سراسری ۷۲)

اگر $Q(0) < q_1$ ، $q_1 < Q(1) < q_2$ ، $q_2 < Q(2)$ باشد، آنگاه کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

(۱) نقطه بهینه یا نقطه q_1 یا $Q(1)$ است.

(۲) نقطه بهینه یا نقطه q_2 یا $Q(1)$ است.

(۳) نقطه بهینه نمی‌تواند بر q_2 منطبق باشد.

(۴) برای تعیین نقطه بهینه باید هزینه نقطه $Q(0)$ محاسبه شود.

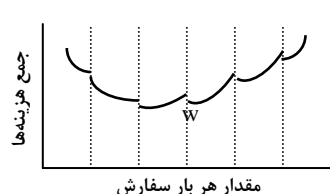
۳. برای خرید یک نوع کالا، فروشنده به ازای مقادیر مختلف سفارش تخفیفی قائل نمی‌شود ولی شرکت حمل و نقل هزینه‌های حمل کالا را به صورت زیر پیشنهاد نموده است:

مقدار	واحد هزینه حمل	(ریال)
$0 < Q < 10000$	۲/۵	کیلو
$Q \geq 10000$	۱/۵	

هزینه هر بار سفارش کالا ۴۰۰ ریال و واحد هزینه نگهداری (انبارداری) کالا $\frac{۰}{۱} = \frac{\text{ریال}}{\text{کیلو-سال}}$ و مصرف سالیانه کالا ۵۰۰ کیلو است. در این شرایط مقدار اقتصادی هر بار سفارش کالا برابر است با:

(۱) ۲۰۰۰ (۲) ۱۰۰۰۰ (۳) ۱۲۰۰۰ (۴) ۵۰۰

۴. در صورتی که فروشنده حاضر باشد با زیاد شدن مقدار هر بار سفارش، تخفیفی در قیمت واحد کالا قائل شود، آنگاه منحنی جمع هزینه موجودی‌ها در سال (شامل هزینه سفارشات + هزینه نگهداری + هزینه خرید) مطابق نمودار خواهد بود. نقطه w را نقطه ویلسون می‌نامیم. برای یافتن مقدار اقتصادی هر بار سفارش (EOQ) باید مقدار جمع هزینه موجودی‌ها را در نقاط زیر حساب نموده و با یکدیگر مقایسه نمود:



(۱) فقط نقطه ویلسون
(۲) نقطه ویلسون و نقاط تغییر قیمت در سمت چپ نقطه ویلسون
(۳) نقطه ویلسون و نقاط تغییر قیمت در سمت راست نقطه ویلسون
(۴) نقطه ویلسون و نقاط تغییر در سمت راست و چپ نقطه ویلسون

۵. محصولی در انباشته‌های Q تایی خریداری شده و دریافت می‌شود. نرخ تقاضای سالیانه در مقدار ۱۰۰۰۰ واحد ثابت بوده، هزینه ثابت هر سفارش ۶۴ تومان، هزینه متغیر هر واحد محصول ۴ تومان، نرخ هزینه نگهداری موجودی در سال ۲۵ درصد بوده و هیچ کمبود موجودی مجاز نیست. هزینه اجاره برای ذخیره موجودی که بر اساس ماکزیمم موجودی تعیین می‌شود در نرخ هزینه نگهداری موجودی گنجانده نشده و به شرح زیر است:

برای سطح موجودی تا ۵۰۰ واحد، ۱ تومان برای هر واحد محصول در سال و برای مقادیر محصول اضافه بر ۵۰۰ واحد، ۱/۵ تومان برای هر واحد محصول در سال هزینه اجاره برای فضای نگهداری موجودی منظور می‌شود. اندازه انباشته اقتصادی را تعیین کنید. (سراسری ۷۴، ۷۸ و ۸۱)

(۱) ۵۷۳ واحد (۲) ۶۵۳ واحد (۳) ۵۶۶ واحد (۴) ۵۴۵ واحد

۶. در یک انبار دو طبقه که برای نگهداری یک نوع محصول منفرد استفاده می‌شود. ابتدا باید طبقه اول را کرایه نمود و در صورت کمبود فضا می‌توان طبقه دوم را نیز کرایه نمود. داریم:

کرایه سالیانه طبقه اول = ۱۰۰ حجم طبقه اول: ۲۰۰ واحد کالا

۲۴۸ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

کرایه سالیانه طبقه دوم = ۸۰
حجم طبقه دوم: ۲۰۰ واحد کالا
هزینه هر بار سفارش کالا = ۵۰۰
مصرف سالیانه کالا: ۱۸۰ واحد
هزینه نگهداری هر واحد کالا در سال = ۲

مقرون به صرفه است که: (سراسری ۷۶)

- (۱) هر دو طبقه را کرایه کنند.
- (۲) تنها طبقه اول را کرایه کنند.
- (۳) کرایه سالیانه انبارها اثری در حل مسئله ندارد. (۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۷. برای آماده‌سازی تولید قطعه x لازم است برای هر بار تولید قطعه یک قالب جدید خریداری شده و

روی ماشین نصب شود. این قالب بعداً غیر قابل استفاده می‌شود. داریم: (سراسری ۷۶)

قیمت خرید یک قالب آلومینیومی که می‌توان حداکثر ۴۵۰ قطعه تولید کند = ۱۱۰ واحد پول
قیمت خرید یک قالب با آلیاژ عالی که می‌تواند حداکثر ۲۰۰۰ قطعه تولید کند = ۲۰۰ واحد پول
هزینه هر بار نصب قالب و پیاده کردن قالب = ۵۰ واحد پول
هزینه نگهداری هر یک قطعه x در سال = ۲۰ واحد پول
مصرف سالیانه قطعه x = ۱۰۰۰۰

نرخ (سرعت) تولید در واحد زمان برابر بی‌نهایت منظور می‌گردد. مقدار اقتصادی هر بار تولید قطعه مساوی است با:

- (۱) ۴۵۰ عدد
- (۲) ۵۰۰ عدد
- (۳) ۴۰۰ عدد
- (۴) ۲۰۰۰ عدد

۸. در یک مدل تخفیف نموی (Incremental Discount) اگر مقدار خرید مساوی و یا کمتر از q_1 باشد

هزینه هر واحد C_0 ، اگر مقدار خرید بیشتر از q_1 باشد هزینه هر واحد برای واحدهای اضافه بر q_1 برابر C_1 ($C_1 < C_0$) است. مقدار بهینه سفارش را با Q نشان دهید. در این صورت به نظر شما کدام

یک از عبارات زیر صحیح است؟ (سراسری ۷۷)

- (۱) Q_0 همیشه کوچکتر از q_1 است.
- (۲) Q_0 همیشه بزرگتر از q_1 است.
- (۳) Q_0 نمی‌تواند برابر q_1 باشد.
- (۴) برای تعیین Q_0 باید هزینه سیستم در نقطه q_1 محاسبه شود.

۹. مصرف سالیانه کالایی ۱۷۰۰ واحد، هزینه سفارش‌دهی آن ۶۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد آن ۴ تومان در سال می‌باشد. هزینه حمل و نقل هر واحد این کالا طبق جدول زیر برآورد شده است. مقدار سفارش اقتصادی این کالا:

(سراسری ۷۷)

مقدار سفارش	هزینه حمل هر واحد
۰-۲۰۰	۲
۲۰۱-۵۰۰	۳
۵۰۱-۱۰۰۰	۳/۵
۱۰۰۱-∞	۴

(۱) ۷۱۴ واحد

(۲) اطلاعات کافی نیست.

(۳) حداکثر ۷۱۴ واحد

(۴) حداقل ۷۱۴ واحد

۱۰. فروشنده‌ای برای کالایی به ازای مقادیر هر بار سفارش «q» تخفیف به شرح زیر قایل شده است:

مقدار هر بار سفارش	قیمت واحد کالا
$0 < q < 10$	۱۰۰
$10 < q < 20$	۹۰
$q \leq 20$	۸۰

نقطه ویلسون (نقطه مینیمم نسبی تابع هزینه کل موجودی‌ها) برای این کالا برابر با ۱۵ واحد کالا است. مقدار اقتصادی هر بار سفارش در کدام یک از مجموعه اعداد قرار می‌گیرد؟

(سراسری ۷۸)

(۱) ۱۵ و ۱۰ (۲) ۲۰ و ۱۰ (۳) ۲۰ و ۱۵ (۴) ۲۰ یا بیشتر

۱۱. برای نگهداری یک نوع کالا باید ظروف مخصوص به ظرفیت ۸۰ لیتر و با کرایه ثابت h_1 ریال در سال کرایه شود. هزینه نگهداری کالا در تانک نیز h_2 ریال به ازای هر لیتر در سال است. با توجه به سرعت تقاضای کالا و هزینه هر بار سفارش آن، نقطه ویلسون برابر با ۱۰۰ واحد کالا محاسبه شده است. برای سفارش بهینه و اقتصادی این کالا به مقدار EOQ، باید چند ظرف کرایه نمود؟

(سراسری ۷۸)

(۱) یک (۲) دو (۳) دو یا سه (۴) یک یا دو

۱۲. مقدار تقاضای سالیانه محصولی ۸۰۰۰ عدد می‌باشد، اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی برابر ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا از جدول زیر تبعیت کند، مقدار سفارش اقتصادی چقدر است؟

(سراسری ۷۹)

هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا	مقدار سفارش
۲۰ تومان	۱-۳۰۰
۱۸ تومان	۳۰۱ به بالا

(۱) ۴۲۲

(۲) ۴۰۰

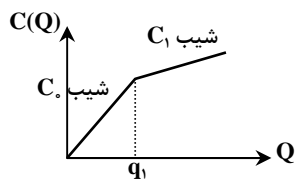
(۳) ۳۰۱

(۴) ۳۰۰

۲۵۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۳. در یک مسأله تخفیف اگر مقدار هر بار خرید برابر Q باشد آنگاه مقدار هزینه مواد در هر بار $C(Q)$ در شکل رسم شده است. اگر قیمت هر واحد مواد را با C نمایش دهیم و مقدار EOQ را به ازاء $C = C_0$ با $Q_w(0)$ و به ازاء $C = C_1$ با $Q_w(1)$ نشان دهید. فرض کنید $Q_w(0) < q_1$ و نیز $Q_w(1) < q_1$ است.

با توجه به این اطلاعات کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری ۷۹)



- (۱) برای پیدا کردن مقدار سفارش بهینه به هیچ گونه محاسبه سالیانه‌ای نیاز نیست.
- (۲) برای پیدا کردن مقدار سفارش بهینه باید هزینه سالیانه سیستم در نقطه q_1 محاسبه شود.
- (۳) برای پیدا کردن مقدار سفارش بهینه باید هزینه سالیانه سیستم در نقطه $Q_w(1)$ محاسبه شود.
- (۴) برای پیدا کردن مقدار سفارش بهینه باید هزینه سالیانه سیستم در نقطه $Q_w(0)$ محاسبه شود.

۱۴. جهت جلوگیری از احتکار قیمت کالایی طبق جدول پیشنهاد شده است به طوری که $C_1 < C_2 < C_3 < \dots$ می‌باشد. هزینه‌های نگهداری این کالا مستقل از قیمت می‌باشد. اگر کل هزینه‌های نگهداری سالیانه را با TC_h و کل هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه را با TC_s نشان دهیم، کدام رابطه را خواهیم داشت: (سراسری ۷۹)

مقدار سفارش	قیمت هر واحد
$0 - q_1$	C_1
$q_1 - q_2$	C_2
$q_2 - q_3$	C_3

$$TC_h = TC_s \quad (1)$$

$$TC_h > TC_s \quad (2)$$

$$TC_h \neq TC_s \quad (3)$$

$$TC_h \leq TC_s \quad (4)$$

۱۵. قیمت خرید هر واحد کالایی برابر ۲ تومان و میزان تقاضای سالیانه آن ۱۰۰۰ واحد می‌باشد. هزینه‌های نگهداری سالیانه هر واحد کالا ۲ تومان بوده و هزینه انجام یک سفارش وابسته به مقدار سفارش چنین است. ۱۰ تومان اگر کمتر ۱۱۰ واحد سفارش شود و ۸ تومان اگر بیش از ۱۱۰ واحد سفارش شود، اندازه بهینه سفارش‌دهی چند واحد خواهد بود؟ (سراسری ۸۰)

- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰ (۴) ۸۹

۱۶. قیمت خرید محصولی تاکنون $C_0 = ۱۰۰$ تومان و مقدار سفارش با استفاده از فرمول EOQ برابر ۱۵۰ واحد ($EOQ = ۱۵۰$) بوده است. فروشنده محصول اخیراً اعلام کرده است در صورتی که مقدار سفارش این محصول در هر بار ۲۰۰ واحد یا بیشتر باشد، هر واحد را به قیمت $C_1 = ۹۰$ تومان (برای کلیه واحدهای خریداری شده) به فروش می‌رساند. با در نظر گرفتن C_1 مقدار سفارش با استفاده از فرمول EOQ برابر ۱۸۰ واحد ($EOQ_1 = ۱۸۰$) می‌شود. برای تعیین مقدار سفارش اقتصادی برای این محصول محاسبه هزینه سالیانه سیستم موجودی ... (سراسری ۸۰)

(۱) در نقطه $Q = ۲۰۰$ ضروری است.

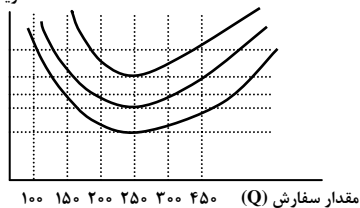
(۲) در نقطه $Q = ۱۸۰$ ضروری است.

(۳) ضرورتی ندارد و مقدار سفارش اقتصادی برابر ۲۰۰ واحد است.

(۴) ضرورتی ندارد و مقدار سفارش اقتصادی همان ۱۵۰ واحد قبلی است.

۱۷. فروشنده‌ای تخفیف کلی در قیمت موادی به شکل زیر ارائه می‌دهد. اگر منحنی مربوط به هزینه‌های موجودی با قیمت‌های مختلف خرید به صورت شکل زیر باشد، تعداد سفارش اقتصادی چقدر است؟ (سراسری ۸۰)

هزینه کل



مقدار سفارش	قیمت خرید هر واحد
$Q < ۱۰۰$	۱۰ تومان
$۱۰۰ \leq Q \leq ۳۵۰$	۹ تومان
$۳۵۰ \leq Q$	۸ تومان

(۱) $Q = ۲۰۰$ (۲) $Q = ۲۵۰$ (۳) $Q > ۳۵۰$ (۴) $۲۰۰ < Q < ۳۵۰$

۱۸. مقدار سالیانه یک نوع مواد ۸۰۰۰ کیلو می‌باشد. اگر هزینه هر بار سفارش دهی برابر ۱۰۰۰ تومان و هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا از جدول زیر تبعیت کند، مقدار سفارش اقتصادی چند کیلو است؟ فرض کنید کمبود موجودی مجاز نباشد. (سراسری ۸۰)

مقدار سفارش	هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا
۱-۳۰۰	۱۵۰ تومان
۳۰۱ به بالا	۱۳۰ تومان

(۱) ۳۰۱

(۲) ۳۲۰/۵

(۳) ۳۲۶/۵

(۴) ۳۵۰/۸

۲۵۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۹. مصرف سالیانه کالایی ۲۰۰۰ واحد و هزینه سفارش‌دهی آن ۲۵۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد ۳ تومان در سال می‌باشد. در صورتی که مقدار سفارش این کالا کمتر از ۱۵۰۰ واحد باشد قیمت هر واحد ۲۰ تومان و در غیر این صورت قیمت هر واحد ۱۵ تومان خواهد بود. ظرفیت انبار حداکثر برابر ۲۰۰۰ واحد بوده و در صورت نیاز می‌توان انباری با ظرفیت مشابه را با کرایه سالیانه ۳۰۰۰ تومان اجاره نمود. مقدار سفارش اقتصادی این کالا چند واحد است؟ (سراسری ۸۰)

(۱) ۱۵۰۰ (۲) ۱۸۲۵ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۴۰۰۰

۲۰. در یک مدل تخفیف کلی مقدار سفارش اقتصادی بر روی یکی از نقاط شکست قرار گرفته است. اگر کل هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه را با TCS و کل هزینه‌های نگهداری سالیانه را با TCH نشان دهیم در این صورت کدام رابطه صحیح است؟ (سراسری ۸۰)

(۱) $TCH = TCS$ (۲) $TCH < TCS$ (۳) $TCS = TCH$ (۴) $TCH > TCS$

۲۱. مصرف کالایی ۱۷۰۰ واحد در دوره، هزینه سفارش‌دهی آن ۳۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد آن ۲ تومان در دوره می‌باشد. در صورتی که هزینه حمل و نقل هر واحد از مبدأ تا مقصد بر اساس مقدار سفارش طبق جدول باشد، مقدار سفارش اقتصادی این کالا بر حسب واحد با کدام گزینه برابر است؟ (سراسری ۸۰)

مقدار سفارش	هزینه حمل هر واحد
۰-۱۹۹	۲
۲۰۰-۵۹۹	۳
۶۰۰-۲۹۹۹	۴
۳۰۰۰ به بالا	۵

(۱) ۶۰۰

(۲) ۷۱۴

(۳) حداقل ۷۱۴

(۴) حداکثر ۷۱۴

۲۲. محصولی در انباشته‌های Q تایی خریداری شده و دریافت می‌شود. نرخ تقاضای سالیانه در مقدار ۸۰۰۰ واحد ثابت بوده، هزینه ثابت هر بار سفارش ۵۰ تومان، هزینه متغیر هر واحد محصول ۹ تومان، نرخ هزینه نگهداری موجودی در سال ۱۵ درصد بوده و هیچ کمبود موجودی مجاز نیست. هزینه اجاره برای ذخیره موجودی که بر اساس ماکزیمم موجودی تعیین می‌شود در نرخ هزینه نگهداری موجودی گنجانده نشده و به شرح زیر است:

برای سطح موجودی تا ۷۰۰ واحد، ۲ تومان برای هر واحد در سال و برای مقادیر محصول اضافه بر ۷۰۰ واحد، ۲/۲ تومان برای هر واحد محصول در سال، هزینه اجاره برای فضای نگهداری موجودی منظور می‌شود. اندازه انباشته اقتصادی چند واحد است؟ (سراسری ۸۰)

(۱) ۷۷۰ (۲) ۷۰۰ (۳) ۳۸۷ (۴) ۳۷۳

۲۳. برای خرید یک کالا، فروشنده در مقابل مقادیر هر بار سفارش (q)، قیمت واحد کالا را به شرح زیر اعلام نموده است.

قیمت واحد	q
۵۱۰	۱۰۰
۴۰۰	$۱۰۰ \leq q \leq ۳۰۰$
۳۹۰	$۳۰۰ \leq q$

با توجه به نرخ تقاضای کالا و هزینه سفارش آن، نقطه ویلسون معتبر منحنی هزینه کل موجودی‌ها برابر ۲۵۰ واحد کالا محاسبه شده است. مقدار بهینه اقتصادی (EOQ) برای سفارش این کالا مطابق با کدام گزینه می‌باشد؟

- (۱) یا ۲۵۰ یا ۳۰۰
(۲) دقیقاً ۲۵۰
(۳) یا ۲۵۰ یا ۲۰۰ یا ۱۰۰
(۴) هر مقداری از ۲۵۰ به پایین

۲۴. تقاضای سالیانه محصولی ۲۰۰۰ عدد می‌باشد. اگر هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا ۵۰ تومان و هزینه هر بار سفارش‌دهی از جدول زیر تبعیت کند مقدار سفارش اقتصادی چقدر است؟ (سراسری ۸۱)

مقدار سفارش	هزینه هر بار سفارش‌دهی
۱-۳۰۰	۴۰۰ تومان
≥ ۳۰۱	۵۰۰ تومان

- (۱) ۱۷۹ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۰۱ (۴) ۲۰۰

۲۵. در یک مدل موجودی قطعی که قیمت واحد کالا به مقدار سفارش وابسته است: (سراسری ۸۲)

- (۱) اگر تخفیف کلی مطرح باشد حتماً جواب بهینه در یک نقطه تخفیف خواهد بود.
(۲) اگر تخفیف به صورت کلی یا نموی (افزایشی) باشد ممکن است یک نقطه تخفیف بهینه باشد.
(۳) اگر تخفیف به صورت نموی (افزایشی) مطرح باشد جواب بهینه در یک نقطه تخفیف نمی‌تواند باشد.
(۴) اگر با افزایش مقدار سفارش قیمت واحد کالا افزایش پیدا کند در حالت بهینه هیچ کالایی سفارش نمی‌دهیم.

۲۵۴ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۲۶. قیمت کالایی به صورت جدول زیر ارائه شده است. اگر کل هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه را با TCS و کل هزینه‌های نگهداری سالیانه را با TCH نشان دهیم و مقدار سفارش این کالا برابر مقدار سفارش اقتصادی باشد خواهیم داشت:

(سراسری ۸۲)

مقدار سفارش	قیمت
۰-۲۰۰	۱۰
۲۱۰-۳۵۰	۱۲
۳۵۱-۷۰۰	۱۵
۷۰۱-∞	۱۷

$$TCH \neq TCS \quad (۱)$$

$$TCH \geq TCS \quad (۲)$$

$$TCH \leq TCS \quad (۳)$$

$$TCH < TCS \quad (۴)$$

۲۷. در استفاده از مدل تخفیف کلی یا نموی کدام یک از فرضیات زیر نقض می‌شود؟ (سراسری ۸۳)

- (۱) نرخ تقاضای طی پریودهای مختلف ثابت و یکنواخت است.
- (۲) هزینه انبارداری وابسته به تعدادی است که نگهداری می‌شود.
- (۳) هزینه هر بار سفارش‌دهی مستقل از تعدادی است که هر بار سفارش داده می‌شود.
- (۴) هزینه خرید هر واحد کالا مستقل از تعدادی است که هر بار سفارش داده می‌شود.

۲۸. مقدار سفارش اقتصادی محصولی در حال حاضر برابر با ۲۰۷ واحد کالا است. این محصول به طور قطع از ۱۰ روز دیگر با افزایش قیمت روبه‌رو خواهد شد. با توجه به این شرایط و سایر اطلاعاتی که در اختیار واحد برنامه‌ریزی و کنترل تولید و مواد شرکت قرار داشته است، کارشناسان این واحد مقدار بهینه خرید عمده‌ای را درست قبل از افزایش قیمت به میزان ۱۱۵۱ واحد کالا محاسبه نموده‌اند. چنانچه هزینه هر بار سفارش این محصول ۸۰۰۰۰ تومان باشد، چه مقدار صرفه‌جویی در صورت خرید عمده به میزان مذکور، به دست خواهد آمد؟ (سراسری ۸۳)

$$(۱) \text{ تقریباً مقدار } ۳,۵۰۰,۰۰۰ \text{ تومان}$$

$$(۲) \text{ تقریباً مقدار } ۲,۳۹۳,۴۳۲ \text{ تومان}$$

$$(۳) \text{ انجام خرید عمده صرفه‌جویی به دنبال نخواهد داشت.}$$

$$(۴) \text{ اطلاعات داده شده کافی نیست.}$$

۲۹. تقاضای سالیانه محصولی D، هزینه ثابت هر بار سفارش A و نرخ هزینه نگهداری هر واحد پولی در سال i است. اگر Q مقدار خرید هر بار این محصول ۱۰۰ واحد یا کمتر باشد هزینه هر واحد $C_1 = ۵۰$ تومان است ولی اگر مقدار Q از ۱۰۰ واحد یا بیشتر باشد، هزینه هر واحد $C_2 = ۴۵$

تومان (برای تمامی واحدهای خریداری شده) است. اگر $j=1,2$ و $Q(j) = \sqrt{\frac{rDA}{ic_j}}$ باشد فرض کنید $Q(1) = 60$ آنگاه اگر $Q(2) = 150$ باشد، برای تعیین مقدار سفارش اقتصادی در هر بار خرید کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۳)

(۱) محاسبه هزینه سیستم موجودی در نقطه $Q = 150$ ضروری است.

(۲) محاسبه هزینه سیستم موجودی در نقطه $Q = 100$ ضروری است.

(۳) محاسبه هزینه سیستم موجودی ضرورتی ندارد و مقدار سفارش اقتصادی $Q = 60$ است.

(۴) محاسبه هزینه سیستم موجودی ضرورتی ندارد و مقدار سفارش اقتصادی $Q = 150$ است.

۳۰. در مدل تخفیف نمودی فرض کنید مقادیر بهینه هر ناحیه تخفیف در محدوده $0 < Q < \infty$ را Q_W^j و هر نقطه تخفیف قیمت را q_j بنامیم. حال اگر مقادیر q_j و Q_W^j ها به شرح زیر باشد، کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۴)

$q_0 = 0$	$q_1 = 1000$	$q_2 = 2000$	$q_3 = 3000$
$Q_W^0 = 1100$	$Q_W^1 = 1800$	$Q_W^2 = 1900$	$Q_W^3 = 2150$

(۱) برای تعیین نقطه بهینه مقایسه هزینه دو نقطه Q_W^1 و Q_W^2 الزامی است.

(۲) برای تعیین نقطه بهینه می بایست هزینه‌های دو نقطه Q_W^2 و Q_W^0 را مقایسه کنیم.

(۳) برای تعیین نقطه بهینه مقایسه دو نقطه Q_W^1 و Q_W^3 کافی است.

(۴) برای تعیین نقطه بهینه نیازی به مقایسه هزینه دو نقطه Q_W^1 و Q_W^3 نمی‌باشد.

۳۱. تقاضا برای محصولی ۲۰۰۰۰ واحد در سال و هزینه هر بار سفارش دهی ۱۶۰۰ تومان است. نرخ هزینه نگهداری در این موسسه ۲۰٪ در سال است. قیمت خرید هر واحد این محصول بستگی به مقدار سفارش (حجم خرید) به شرح زیر دارد:

مقدار سفارش	قیمت واحد مواد برای کلیه واحدهای خریداری شده
$0 < Q < 800$	۱۰۰ تومان
$800 \leq Q < 1600$	۹۰ تومان
$1600 \leq Q < \infty$	۸۰ تومان

اگر محدودیت سرمایه درگیر در موجودی این برای محصول برابر ۱۴۱۶۰۰ تومان باشد، آنگاه مقدار سفارش اقتصادی چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

(۱) ۱۵۰۰ واحد	(۲) ۱۵۷۳ واحد	(۳) ۱۶۰۰ واحد	(۴) ۱۷۷۰ واحد
---------------	---------------	---------------	---------------

۲۵۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۳۲. تقاضای سالانه محصولی ۱۵۰۰ عدد و هزینه نگهداری هر واحد محصول در سال ۱۰۰ تومان و هزینه هر بار سفارش‌دهی مطابق جدول زیر است، مقدار سفارش اقتصادی چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

مقدار سفارش	هزینه هر بار سفارش
$Q \leq 100$	۵۰۰
$Q > 100$	۷۰۰

۱۰۰ (۱) ۱۲۲ (۲) ۱۴۵ (۳) ۱۸۰ (۴)

۳۳. یک سازمان برای نگهداری کالا از انبار کرایه‌ای استفاده می‌نماید. انبار مورد نظر شامل چندین طبقه است و هر یک از طبقات به صورت مجزا قابل کرایه شدن هستند. کرایه ثابت هر طبقه انبار در سال را T_f و هزینه نگهداری هر واحد کالا در یک سال را در انبار h می‌نامیم. با توجه به پارامترهای مؤثر در تعیین تعداد اقتصادی سفارش، عدد مقدار اقتصادی سفارش برای کالا برابر با ۲۵۰۰ تعیین شده است. حجم هر طبقه انبار ۲۰۰۰ واحد کالا است. در صورت نداشتن ذخیره اطمینان باید چند طبقه انبار را کرایه نمود؟ (سراسری ۸۴)

(۱) دو طبقه (۲) یک طبقه (۳) حداکثر دو طبقه (۴) دو یا سه طبقه

۳۴. در یک سیستم کنترل موجودی از انبارهایی با حجم ثابت ۴۵ واحد و هزینه‌آجاره سالانه هر انبار ۷۵ واحد پول استفاده می‌شود اگر مصرف سالانه ۱۰۰۰۰ واحد، هزینه ثابت هر بار سفارش‌دهی دو واحد پول و هزینه نگهداری یک واحد پول برای هر واحد موجودی در سال باشد برای تعیین مقدار اقتصادی هر بار سفارش چند بار باید تابع هزینه را محاسبه نمود؟ (سراسری ۸۶)

(۱) سه بار (۲) چهار بار (۳) پنج بار (۴) شش بار

۳۵. شرط لازم برای این که مقدار اقتصادی سفارش در روش تخفیف افزایشی و تخفیف کلی با نقاط تخفیف و قیمت‌های مشابه و هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری یکسان، برابر باشد چیست؟ (با فرض اینکه هزینه نگهداری مستقل از قیمت است). (سراسری ۸۷)

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2DA}{h}} > q_n \quad (۱) \\ & \sqrt{\frac{2DA}{h}} > \sqrt{\frac{2D(A + R(q_n) - c_n q_n)}{h}} \quad (۴) \\ & \sqrt{\frac{2DA}{h}} < q_1 \quad (۳) \end{aligned}$$

۳۶. در یک مدل سفارش اقتصادی (EOQ) بلافاصله پس از آن که آخرین سفارش را داده‌ایم مطلع می‌شویم که قیمت کالا قرار است تا قبل از سفارش بعدی افزایش یابد در این صورت: (سراسری ۸۷)

(۱) مقدار سفارش اقتصادی لزوماً تغییر خواهد کرد اما در مورد سفارش ویژه باید تصمیم‌گیری نمود.

(۲) مقدار سفارش اقتصادی لزوماً تغییر نخواهد کرد و حتماً قبل از صدور سفارش بعدی در مورد انجام سفارش ویژه اقدام شود.

(۳) اگر هزینه‌های نگهداری مستقل از قیمت کالا باشد، مقدار سفارش اقتصادی تغییر نمی‌کند ولی در مورد صدور سفارش ویژه باید تصمیم‌گیری شود.

(۴) اگر هزینه‌های نگهداری وابسته به قیمت کالا باشد مقدار سفارش اقتصادی تغییر خواهد کرد و حتماً قبل از سفارش بعدی باید در مورد سفارش ویژه اقدام نمود.

۳۷. در مدل تخفیف کلی (تخفیف برای کلیه واحدهای خریداری شده) اطلاعات زیر در دسترس است.

$$Q_w^j = \sqrt{\frac{rDA}{h_j}}$$

مقدار سفارش	Q_w^j	تابع هزینه سالیانه
$0 \leq Q < 1,000$	۱۳۵۰	$K_0(Q)$
$1,000 \leq Q < 2,000$	۱۸۱۰	$K_1(Q)$
$2,000 \leq Q < 3,000$	۲۲۱۰	$K_2(Q)$
$3,000 \leq Q < 4,000$	۳۴۸۰	$K_3(Q)$
$4,000 \leq Q < \infty$	۳۹۵۰	$K_4(Q)$

(سراسری ۸۸)

کدام عبارت صحیح است؟

- (۱) مقدار سفارش اقتصادی با مقایسه K_4 (۳۹۵۰)، K_3 (۳۰۰۰)، K_2 (۲۲۱۰) حاصل می‌شود.
- (۲) مقدار سفارش اقتصادی با مقایسه K_4 (۴۰۰۰) و K_3 (۳۴۸۰) حاصل می‌شود.
- (۳) مقدار سفارش اقتصادی با مقایسه K_3 (۳۹۵۰) و K_2 (۳۴۸۰) حاصل می‌شود.
- (۴) مقدار سفارش اقتصادی با مقایسه اطلاعات فوق قابل حصول نیست.

۳۸. در مدل تخفیف کلی (تخفیف برای کلیه داده‌های خریداری شده) در صورتی که مقدار سفارش اقتصادی ناحیه‌ای منطبق بر نقطه بهینه تابع هزینه آن ناحیه در فاصله صفر و بی‌نهایت باشد، آن‌گاه کدام عبارت، صحیح است؟ (سراسری ۸۸)

- (۱) تعیین محدوده مقدار سفارش اقتصادی بستگی به پارامترهای دیگر مسئله دارد.
- (۲) مقدار سفارش اقتصادی هرگز نمی‌تواند از این مقدار کمتر باشد.
- (۳) مقدار سفارش اقتصادی صد در صد از این مقدار بیش‌تر است.
- (۴) نتیجه خاصی از اطلاعات فوق حاصل نمی‌شود.

۳۹. در مؤسسه‌ای هزینه‌های نگهداری کالا مستقل از قیمت خرید واحد محصول است. لحظه‌ای قبل از انجام سفارش متوجه می‌شویم که قیمت کالا به میزان ده درصد تا ۲ ساعت دیگر افزایش می‌یابد. به نظر شما برای اطلاع از افزایش قیمت برای این سفارش تصمیم خاصی (سفارش خاصی داده شود). باید گرفته شود؟ (سراسری ۸۸)

(۱) با تجزیه و تحلیل هزینه‌های سیستم موجودی در خصوص دادن سفارش خاص یا عدم انجام سفارش تصمیم گرفته می‌شود.

(۲) با توجه به ناچیز بودن افزایش نسبت و عدم وابستگی هزینه نگهداری به قیمت تصمیم خاص نباید گرفته شود.

(۳) حتماً قبل از افزایش قیمت‌ها سفارش خاصی در حجم بالا داده می‌شود.

(۴) سفارش خاص انجام می‌گیرد و مقدار سفارش ده درصد بیش‌تر از مقدار فعلی است.

۴۰. یک مدل تخفیف کلی را در نظر بگیرید که در آن $Q_0 = 0$ و Q_n و Q_{2000} و Q_1 نقاط تخفیف باشند.

اگر داشته باشیم $Q_j^W > Q_{j+1}$ و $j = 0, 1, \dots, n-1$ ، آنگاه برای تعیین مقدار سفارش اقتصادی نیاز

به محاسبه هزینه سالیانه چند مورد از Q است؟ (سراسری ۹۰)

(۱) صفر (۲) یک (۳) n (۴) $n+1$

۴۱. در مدل‌های تغییر هزینه به ازای تغییر مقدار سفارش، در چه شرایطی بایستی مقدار هزینه کل را

در نقطه ویلسون و تغییر قیمت (یا هزینه) در سمت چپ نقطه ویلسون محاسبه نمود؟ (سراسری ۹۱)

(۱) وجود تخفیف کلی در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی پولی کالا در انبار باشند.

(۲) وجود تخفیف کلی در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی حجمی کالا در انبار باشند.

(۳) وجود تخفیف افزایشی (نموی) در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی پولی کالا در انبار باشند.

(۴) عدم وجود تخفیف در قیمت کالا و وجود محدودیت حجم انبار و امکان استفاده از انبارهای اضافی مشابه

۴۲. در مدل تخفیف نموی (افزایشی)، میانگین هزینه خرید هر واحد کالا در محدوده قیمتی z ام (C_j)

چگونه محاسبه می‌شود؟ (سراسری ۹۲)

$$\begin{aligned} (۱) \quad & \sum_{i=1}^j c_{i-1} (q_i - q_{i-1}) + c_j (Q - q_j) \\ (۲) \quad & \sum_{i=1}^{j+1} c_{i-1} (q_i - q_{i-1}) \\ (۳) \quad & \sum_{i=1}^{j+1} c_{i-1} \left(\frac{q_i - q_{i-1}}{Q} \right) \\ (۴) \quad & \sum_{i=1}^j c_{i-1} \left(\frac{q_i - q_{i-1}}{Q} \right) + c_j \left(\frac{Q - q_j}{Q} \right) \end{aligned}$$

۴۳. در مدل تخفیف کلی، در صورت مجاز بودن کمبود نسبت به حالت مجاز نبودن کمبود، تعداد نقاط

(سراسری ۹۳)

کاندیدای بهینگی:

(۲) ممکن است کاهش یابد.

(۱) ثابت باقی می‌ماند.

(۴) ممکن است افزایش یابد.

(۳) حتماً کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۳ ☺

با توجه به اطلاعات صورت سوال درمی‌یابیم که نوع تخفیف، تخفیف کل می‌باشد. پس از کمترین قیمت شروع به حساب کردن Q_w می‌کنیم.

مقدار سفارشات	قیمت خرید	$h_1 = ic_1 = 0.2 \times 100 = 20$
$Q \leq 1000$	$C_o = 110$	$D = 20000$
$Q > 1000$	$C_1 = 100$	$A = 2000$

$$Q'_w = \sqrt{\frac{2AD}{h_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 20000 \times 2000}{20}} = 2000 > 1000$$

اولین Q_w در محدوده صدق می‌کند پس نیازی به محاسبه‌ی بقیه مقادیر ویلسون نمی‌باشد و مقدار سفارش بدست آمده اقتصادی و بهینه می‌باشد.

۲. گزینه ۲ ☺

با توجه به اینکه $q_1 < Q(1) < q_2$ در محدوده صدق می‌کند پس نقطه بهینه یا همین می‌باشد یا نقاط بعدی. پس نقاط بهینه یا q_2 و یا $Q(1)$ می‌باشد.

۳. گزینه ۲ ☺

در این نوع سوال ابتدا Q_w را بدست می‌آوریم سپس بررسی می‌کنیم که در کدام بازه صدق می‌کند. Q_w بدست آمده و همچنین نقاط شکست سمت راست کاندید بهینگی هستند. هر کدام که هزینه کمتری داشت، جواب بهینه می‌باشد.

$$A = 400 \quad h = 0.1 \quad D = 500$$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 400 \times 500}{0.1}} = 2000$$

در بازه ۰ تا ۱۰۰۰۰۰ صدق می‌کند، پس:

$$Q_1^* = 2000 \rightarrow TC(2000) = \frac{AD}{Q_1^*} + \frac{hQ_1^*}{2} + C_j D$$

$$= \frac{500 \times 400}{2000} + \frac{0.1 \times 2000}{2} + 2/5 \times 500 = 1450$$

$$Q_2^* = 10000 \rightarrow TC(10000) = \frac{500 \times 400}{10000} + \frac{0.1 \times 10000}{2} + 1/5 \times 500 = 1270$$

$$TC(10000) < TC(2000) \rightarrow Q^* = Q_2^* = 10000$$

گزینه ۴ ☺

با توجه به توضیحات متوجه می‌شویم که تخفیف از نوع کلی می‌باشد پس نقطه بهینه از مقایسه نقطه ویلسون و نقاط تغییر قیمت در سمت راست نقطه ویلسون بدست می‌آید.

گزینه ۵ ☹

دقت کن که این مسأله از نوع تخفیف نموی هست.

بازه‌هاشو بنویس.

$$w(Q) = \begin{cases} w_0 Q & 0 \leq Q \leq q_1 \\ w_0 q_1 + w_1 (Q - q_1) & Q > q_1 \end{cases}$$

$$w(Q) = \begin{cases} Q & 0 \leq Q \leq q_1 \\ 500 + 1/5 (Q - q_1) & Q > q_1 \end{cases} \rightarrow w(Q) = \begin{cases} Q & 0 \leq Q \leq 500 \\ 1/5 Q - 250 & Q > 500 \end{cases}$$

$$D = 10000 \quad A = 64 \quad C = 4 \quad i = 0.25$$

$$w_0 = 1 \rightarrow Q_w^0 = \sqrt{\frac{2AD}{h + 2w_0}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 64}{(0.25 \times 4) + 2 \times 1}} = 653.2 \text{ غیر قابل قبول}$$

$$w_1 = 1/5 \rightarrow Q_w^1 = \sqrt{\frac{2AD}{h + 2w_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 64}{(0.25 \times 4) + 2 \times 1/5}} = 565.7 = 566 \text{ قابل قبول}$$

گزینه ۶ ☺

تخفیف از نوع انبارهای اضافی می‌باشد. با توجه به اطلاعات سوال:

سفرارش	هزینه کرایه انبار	$D = 180$
$0 < Q \leq 200$	100	$A = 500$
$200 < Q \leq 400$	180	$h = 2$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 180 \times 500}{2}} = 300$$

Q_w بدست آمده برابر ۳۰۰ می‌باشد و چون تخفیف از نوع انبارهای اضافی می‌باشد پس Q_w به همراه نقاط شکست قبل مقایسه می‌شود یعنی:

$$k(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} + \text{هزینه کرایه انبار}$$

نقاط کاندیدای بهینگی ۲۰۰ و ۳۰۰ می‌باشد که هزینه هر یک به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$k(200) = \frac{180}{200} \times 500 + 2 \times \frac{200}{2} + 100 = 750$$

$$k(300) = \frac{180}{300} \times 50 + 2 \times \frac{300}{2} + 180 = 780$$

$$k(200) < k(300) \Rightarrow Q^* = 200$$

پس اجاره یک طبقه مقرون به صرفه‌تر است.

یادت باشه هزینه کرایه انبار رو اضافه کنی.

۷. گزینه ۳ ☺

سفرش	هزینه خرید قالب	هزینه راه‌اندازی	هزینه سفارش‌دهی (A)
$0 < Q \leq 450$	۱۱۰	۵۰	۱۶۰
$450 < Q \leq 2000$	۲۰۰	۵۰	۲۵۰

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 160}{20}} = 400$$

در اولین ناحیه صدق می‌کند و چون نوع تخفیف انبارهای اضافی می‌باشد پس نیازی به محاسبه سایر نقاط شکست نیست.

$$Q^* = 400$$

۸. گزینه ۳ ☹

در تخفیف نحوی نقاط تخفیف (همان نقاط شکست) نمی‌توانند نقاط بهینه باشند.

۹. مشکل دارد ☹

سختی این سوال در محاسبات زیادی که دارد می‌باشد.

$$D = 1700 \quad A = 600 \quad h = 4$$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 1700 \times 600}{4}} = 714 / 14 \approx 714$$

با توجه به افزایش هزینه نقاط کاندید نقاط قبل از نقطه بهینه (سمت چپ) می‌باشد. پس:

$$Q_0^* = 200, \quad Q_1^* = 500, \quad Q_2^* = 714$$

$$TC(200) = \frac{AD}{Q^*} + \frac{hQ^*}{2} + CD = \frac{1700 \times 600}{200} + \frac{4 \times 200}{2} + 2 \times 1700 = 8900$$

$$TC(500) = \frac{1700 \times 600}{500} + \frac{4 \times 500}{2} + 3 \times 1700 = 8140$$

$$TC(714) = \frac{1700 \times 600}{714} + \frac{4 \times 714}{2} + 3 / 5 \times 1700 = 8806 / 5$$

مشخص است که هزینه $Q_1^* = 500$ از همه کمتر می‌باشد. پس $Q^* = 500$ می‌باشد. که در گزینه‌ها نیست.

۱۰. گزینه ۳ ☺

نقطه Q_w بدست آمده در بازه دوم صدق می‌کند پس نقاط شکست بعدی و همچنین خود Q_w بدست آمده کاندید بهینگی می‌باشند.

۱۱. گزینه ۴ ☺

h_2 هزینه نگهداری هر واحد کالا در انبار است و h_1 هزینه ثابت سالیانه اجاره ظرف

محدوده	هزینه اجاره
$0 < Q \leq 80$	h_1
$80 < Q < 160$	$2h_1$

چون تخفیف از نوع انبارهای اضافی می‌باشد پس نقاط شکست قبلی (سمت چپ) کاندید می‌باشد.

$$Q_w = 100 \Rightarrow \begin{cases} Q = 80 \\ Q = 100 \end{cases} \quad \text{نقاط کاندید بهینگی}$$

۱۲. گزینه ۱ ☹

$$D = 8000 \quad A = 200$$

$$Q'_w = \sqrt{\frac{2AD}{h_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 8000 \times 200}{18}} = 421.6 \approx 422$$

چون تخفیف از نوع کلی می‌باشد و Q'_w در محدوده ۳۰۱ به بالا (آخرین محدوده) قرار گرفته است دیگر ادامه نمی‌دهیم. بنابراین مقدار سفارش بهینه $Q^* = Q'_w = 422$ خواهد بود.

۱۳. گزینه ۱ ☹

این مسأله از نوع تخفیف نموی می‌باشد.

چون $q_1 < Q_w(1)$ می‌باشد، بنابراین $Q_w(1)$ در محدوده خود قرار دارد و قابل قبول است.

چون $q_1 < Q_w(0)$ می‌باشد، بنابراین $Q_w(0)$ در محدوده خود قرار ندارد و قابل قبول نمی‌باشد.

در نتیجه نقطه بهینه $Q_w(1)$ می‌باشد و نیازی به محاسبه هزینه سالیانه نمی‌باشد.

۱۴. گزینه ۴ ☺

مدل تخفیف مورد بحث طبق اطلاعات سوال از نوع انبارهای اضافی است پس اگر یاد باشد نقاط کاندید بهینگی یا Q_w بود یا نقاط شکست سمت چپ پس:

$$T_{Ch} \leq T_{Cs}$$

۱۵. گزینه ۲ ☺

تخفیف از نوع تخفیف کلی می‌باشد. پس با محاسبه ی Q_w در هر بازه داریم:

محدوده	A
$Q \leq 110$	10
$Q \geq 110$	8

$$D = 1000 \quad h = 2$$

$$Q'_w = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 8}{2}} = 89.5 \text{ صدق نمی‌کند}$$

$$Q_w^0 = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 10}{2}} = 100 < 110 \rightarrow Q_w^* = 100 \text{ صدق می‌کند}$$

نقاط کاندید Q_w^0 و نقطه شکست بعدی (سمت راست یعنی $Q = 110$)

\Rightarrow

$$T_C(Q_1^*) = T_C(110) = \frac{1000 \times 8}{110} + \frac{2 \times 110}{2} + 2 \times 1000 = 2182$$

$$T_C(Q_1^*) = T_C(100) = \frac{1000 \times 8}{100} + \frac{2 \times 100}{2} + 2 \times 1000 = 2180$$

$$T_C(110) > T_C(100) \rightarrow Q^* = Q_w^* = 100$$

۱۶. گزینه ۱ ☺

نوع تخفیف کلی می‌باشد و از روی صورت سوال داریم:

مقدار ویلسون	قیمت خرید	محدوده سفارش
$Q_w^0 = 150$	$C_0 = 100$	$Q < 200$
$Q_w^1 = 180$	$C_1 = 90$	$Q \geq 200$

با توجه به این که Q_w^0 در محدوده صدق می‌کند پس خودش و نقاط شکست بعدی (سمت راست)

کاندید بهینگی هستند. یعنی $Q_w^0 = 150$ و $Q = 200$

۱۷. گزینه ۱ ☺

تخفیف از نوع کلی می‌باشد پس یا Q_w نقطه بهینه می‌باشد و یا نقاط شکست سمت راست با توجه

به نمودار در نقطه $Q = 200$ کمترین هزینه کل را داریم.

۱۸. گزینه ۴ ☺

$$D = 8000 \quad A = 1000$$

$$Q_w^1 = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 8000 \times 1000}{130}} = 350.8$$

مقدار Q_w در محدوده خود قرار گرفت پس دیگر نیازی به ادامه نیست و همین جواب بهینه می‌باشد.

۱۹. گزینه ۲ ☺

طبق اطلاعات سوال داریم:

محدوده سفارش	قیمت
$Q < 1500$	$C_o = 20$
$Q \geq 1500$	$C_1 = 15$

$$D = 2000 \quad A = 2500 \quad h = 3$$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 2500}{3}} = 1825$$

Q_w بدست آمده در محدوده $Q \geq 1500$ صدق می‌کند و نقاط کاندید بهینه دیگری نیز وجود ندارد پس همین مقدار سفارش اقتصادی می‌باشد.

۲۰. گزینه ۴ ☺

در مدل تخفیف کلی نقطه سفارش‌دهی یا نقطه ویلسون می‌باشد و یا نقاط شکست سمت راست. حال اگر نقاط شکست سمت راست باشد پس $T_{CH} > T_{CS}$ و اگر نقطه بهینه همان نقطه ویلسون باشد $T_{CH} = T_{CS}$ خواهد شد. در این سوال گفته شده روی یکی از نقاط شکست قرار دارد. پس:

$$T_{CH} > T_{CS}$$

۲۱. گزینه ۲ ☺

مشابه این سوال چند سوال قبل داشتیم:

$$D = 1700 \quad A = 300 \quad h = 2$$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 1700 \times 300}{2}} = 714/14 \approx 714$$

با توجه به افزایش هزینه حمل و نقل (سفارش‌دهی) پس با تخفیف از نوع انبارهای اضافی روبرو هستیم پس نقاط کاندید بهینه $Q_o^* = 200$ و $Q_1^* = 600$ و $Q_2^* = 714$ می‌باشد و چون در گزینه‌ها $Q_o^* = 200$ را نداریم نیازی به محاسبه هزینه این مورد نیست.

$$T_C(Q_1^*) = T_C(600) = \frac{AD}{Q^*} + \frac{hQ^*}{2} + C_2D = \frac{1700 \times 200}{600} + \frac{2 \times 600}{2} + 4 \times 1700 = 8250$$

$$T_C(Q_2^*) = T_C(714) = \frac{1700 \times 200}{714} + \frac{2 \times 714}{2} + 4 \times 1700 = 8228$$

پس $Q_2^* = 714$ مقدار هزینه کمتری دارد.

۲۲. گزینه ۳ ☹

تخفیف نمودی نیاز به نوشته معادله بازه‌ها دارد دقت کن.

$$w(Q) = \begin{cases} w_0 Q & 0 \leq Q \leq q_1 \\ w_0 q_1 + w_1 (Q - q_1) & Q > q_1 \end{cases}$$

$$w(Q) = \begin{cases} 2Q & 0 \leq Q \leq 700 \\ 2Q + 2/2(Q - 700) & Q > 700 \end{cases}$$

$$\rightarrow w(Q) = \begin{cases} 2Q & 0 \leq Q \leq 700 \\ 4/2Q - 1540 & Q > 700 \end{cases}$$

$$D = 8000 \quad A = 50 \quad C = 9 \quad i = 0/15$$

$$w_0 = 2 \rightarrow Q_w^* = \sqrt{\frac{2AD}{h + 2w_0}} = \sqrt{\frac{2 \times 8000 \times 50}{(0/15 \times 9) + 2 \times 2}} = 386/7 \text{ قابل قبول}$$

$$w_1 = 2/2 \rightarrow Q_w' = \sqrt{\frac{2 \times 8000 \times 50}{(0/15 \times 9) + 2 \times 2/2}} = 373 \text{ غیر قابل قبول}$$

پس تعداد کاندیدها یکی می باشد پس همان نقطه بهینه می باشد.

نکته: در تخفیف نموی همواره نقطه ویلسون نقطه بهینه می باشند.

پس یعنی همواره $T_{CH} = T_{CA}$ می باشد.

☺ ۲۳. گزینه ۱

تخفیف از نوع کلی می باشد و نقطه Q_w بدست آمده و نقاط شکست سمت راست آن نقاط کاندید می باشد. پس نقاط کاندید $Q_1^* = 250$ و $Q_2^* = 300$ می باشند.

☺ ۲۴. گزینه ۳

مدل تخفیف کلی از نوع افزایش قیمت یا همان انبارهای اضافی می باشد. پس برای محاسبه از اول شروع به حل می کنیم:

$$D = 2000 \quad h = 50$$

$$Q_w^* = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 400}{50}} = 178/9 \approx 179$$

در محدوده صدق می کند و نیازی به محاسبه نقاط شکست نیست.

☺ ۲۵. گزینه ۳

طبق نکته گفته شده در تخفیف نموی هیچ گاه نقاط شکست (تخفیف) نقطه سفارش دهی بهینه نمی باشد.

☺ ۲۶. گزینه ۳

این مدل، مدل تخفیف در حالت افزایش هزینه و یا انبارهای اضافی می باشد پس یا Q_w جواب بهینه می باشد و یا نقاط سمت چپ. پس همواره هزینه سفارش دهی بزرگتر مساوی هزینه نگهداری می باشد.

$$T_{CH} \leq T_{CA}$$

۲۷. گزینه ۴ ☺

در مدل ویلسون داشتیم که همواره همه پارامترها قطعی هستند. اما در مدل تخفیف هزینه خرید هر واحد کالا یا گاهی اوقات هزینه سفارش‌دهی نسبت به مقدار سفارش تغییر می‌کند یعنی ثابت نیست.

۲۸. گزینه ۲ ☹

سوال خیلی کم تکراری هست. ولی طبق فرمول‌های فصل داریم:

$$g^* = A \left[\left(\frac{Q^*}{Q^*} \right)^2 - 1 \right] = 8000 \left[\left(\frac{1151}{207} \right)^2 - 1 \right] = 239343$$

۲۹. گزینه ۴ ☺

طبق اطلاعات صورت سوال:

مقدار ویلسون	قیمت خرید	محدوده سفارش
$Q_w^1 = 60$	$C_1 = 50$	$Q \leq 100$
$Q_w^2 = 150$	$C_2 = 45$	$Q > 100$

مدل تخفیف، تخفیف کلی می‌باشد. پس باید از آخرین بازه شروع بررسی کنیم.
حال چون $Q_w^2 = 150$ و در بازه قرار دارد. پس این همان نقطه بهینه سفارش‌دهی می‌باشد. و نیازی به محاسبه هزینه سیستم موجودی نمی‌باشد.

۳۰. گزینه ۳ ☺

در ناحیه قابل قبول قرار دارد	مقدار ویلسون	محدوده سفارش
x	$Q_w^0 = 1100$	$0 \leq Q < 1000$
✓	$Q_w^1 = 1800$	$1000 \leq Q < 2000$
x	$Q_w^2 = 1900$	$2000 \leq Q < 3000$
✓	$Q_w^3 = 3150$	$Q \geq 3000$

بنابراین کافی است هزینه مربوط به Q_w^1 و Q_w^3 هزینه سیستم موجودی محاسبه شود.

۳۱. گزینه ۴ ☺

اگر بدون در نظر گرفتن محدودیت موجود مسأله را حل کنیم با توجه به اینکه مدل تخفیف کل می‌باشد پس از آخرین بازه شروع به حل می‌کنیم.

$$D = 20000 \quad A = 1600 \quad i = 0.2$$

$$Q_w^2 = \sqrt{\frac{2 \times 20000 \times 1600}{0.2 \times 80}} = 2000$$

۲۶۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

در محدوده صدق می‌کند بنابراین همین نقطه بهینه می‌باشد. اما اگر در محدودیت داده شده نیز بررسی کنیم، می‌بینیم که محدودیت فعال می‌باشد.

$$CI_{\max} \leq x \rightarrow CQ^* \leq 141600 \rightarrow 80 \times 2000 \leq 141600 \rightarrow 160000 \not\leq 141600$$

صدق نکرد.

پس نقطه مرزی بدست آمده از محدودیت به همراه سایر نقاط شکست کاندید بهینه می‌شود.

$$CQ^* = 141600 \rightarrow 80Q^* = 141600 \rightarrow Q^* = 1770$$

چون کاندیدی غیر از همین $Q^* = 1770$ نداریم پس همین نقطه بهینه می‌باشد.

۳۲. گزینه ۱ ☺

نوع تخفیف همان تخفیفی کلی اما با افزایش هزینه می‌باشد.

پس از اولین بازه شروع به بررسی می‌کنیم.

$$Q = 1500 \quad h = 100$$

$$Q_w^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 1500 \times 500}{100}} = 122/4 \quad \text{غیرقابل قبول}$$

$$Q_w' = \sqrt{\frac{2 \times 1500 \times 700}{100}} = 144/9 \quad \text{قابل قبول}$$

بنابراین نقاط کاندیدای بهینه $Q_1^* = 145$ و $Q_0^* = 100$ می‌باشد. یعنی همان نقطه‌ای که در بازه

صدق کرد و نقاط شکست سمت چپ آن حال به بررسی هزینه آن می‌پردازیم:

$$k(Q_1^*) = T_C(145) = \frac{AD}{Q_1} + \frac{hQ_1^*}{2} = \frac{1500 \times 700}{145} + \frac{100 \times 145}{2} = 14491$$

$$k(Q_0^*) = T_C(100) = \frac{1500 \times 500}{100} + \frac{100 \times 100}{2} = 12500$$

$$k(Q_0^*) < k(Q_1^*) \Rightarrow Q^* = Q_0^* = 100$$

۳۳. گزینه ۳ ☺

نوع مدل همان تخفیف کلی ولی با افزایش قیمت یا همان انبارهای اضافی می‌باشد.

محدوده سفارش	هزینه اجاره انبار
$0 < Q \leq 2000$	R
$2000 < Q \leq 4000$	2R

چون $Q_w = 2500$ شد پس نقاط کاندید همین $Q_1^* = 2500$ و نقاط شکست سمت چپ می‌باشد. پس هزینه مربوط به این دو نقطه باید محاسبه شود. اما چون هزینه‌ها را به صورت پارامتری داده نمی‌توانیم به صورت دقیق هزینه را بدست بیاوریم اما این می‌توان نتیجه گرفت که:

اگر $Q_1^* = 2500$ پس به دو طبقه انبار نیاز داریم.

اگر $Q^* = 2000$ پس به یک طبقه انبار نیاز داریم.

بنابراین نهایتاً ۲ طبقه انبار نیاز داریم.

۳.۳۴. گزینه ۳ ☺

$$D = 10000 \quad A = 2 \quad h = 1$$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 2}{1}} = 200$$

چون نوع مدل با افزایش مقدار سفارش، هزینه اجاره انبار نیز افزایش می‌یابد پس تخفیف از نوع انبارهای اضافی می‌باشد، بنابراین محدوده اول شروع به بررسی می‌کنیم.

محدوده سفارش	هزینه اجاره انبار
$0 < Q \leq 45$	۷۵
$45 < Q \leq 90$	۱۵۰
$90 < Q \leq 135$	۱۱۵
$135 < Q \leq 180$	۳۰۰
$180 < Q \leq 225$	۳۴۵

پس تعداد نقاط کاندید بهینگی ۵ تا می‌باشد. یعنی ۲۰۰ و ۱۸۰ و ۱۳۵، ۹۰، ۴۵ دقت کنید که ۰ نقطه شکست بحساب نمی‌آید.

روش سریع‌تر:

$$Q_w = 200 \quad \left[\frac{Q_w}{q} \right] + 1 = \left[\frac{200}{45} \right] + 1 = 5$$

۳.۳۵. گزینه ۳ ☺

نقطه بهینه مدل تخفیف نمی‌تواند برابر با نقاط تخفیف باشد. بنابراین در صورتی که بخواهیم در شرایط یکسان نقطه بهینه تخفیف نموی و کل برابر باشند باید نقاط ویلسون دو تخفیف با هم برابر باشند.

۲۷۰. برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

پس این اتفاق باید در اولین Q_w معتبر در ناحیه اول تخفیف واقع شود و تابع هزینه دو نوع تخفیف فقط در اولین ناحیه یکسان است.

۳۶. گزینه ۳ ☺

در مدل افزایش قیمت در صورتی که هزینه‌های نگهداری مستقل از قیمت باشند، با تغییر قیمت هزینه نگهداری تغییر نخواهد کرد و مقدار سفارش بهینه پس از افزایش قیمت با این مقدار قبل از آن تفاوتی نخواهد کرد. ولی در مورد سفارش ویژه پس از محاسبه‌ی رابطه هزینه‌ای باید تصمیم‌گیری شود.

۳۷. گزینه ۲ ☺

دقت کنید که با افزایش Q_w^j می‌توان گفت که قیمت کاهش یافته پس کمترین در آخرین بازه قرار دارد. اولین Q_w معتبر در بازه $Q_w = 3480$ می‌باشد پس همین نقطه کاندید بهینگی به علاوه نقاط شکسته سمت راست آن یعنی $Q = 4000$ می‌باشد. پس فقط کافی است هزینه مربوط به این ۲ نقطه بررسی شود.

۳۸. گزینه ۲ ☺

در مدل تخفیف کلی همواره نقاط کاندید بهینگی Q_w معتبر در بازه خودش و نقاط شکست (تخفیف) سمت راست آن می‌باشند. پس مقدار سفارش اقتصادی همراه بزرگتر مساوی Q_w معتبر در بازه می‌باشد.

۳۹. گزینه ۳ ☺

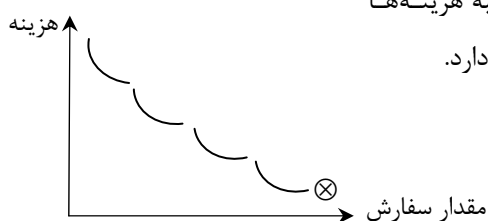
با توجه به اینکه افزایش قیمت تقریباً همزمان با صدور سفارش می‌باشد و هزینه نگهداری مستقل از قیمت است پس صدور سفارش ویژه قطعاً امری اقتصادی است.

۴۰. گزینه ۱ ☹

با توجه به اینکه $Q_j^w > q_{j+1}$ است. پس نمودار هزینه‌ها در حالت کلی به شکل زیر است.

همانطور که مشخص است احتیاجی به محاسبه هزینه‌ها

نیست و نقطه آخر بهینه بوده و کمترین هزینه را دارد.



۴۱. گزینه ۴ ☹️

با توجه به اینکه مقدار هزینه کل را در نقطه ویلسون و نقاط تغییر قیمت در سمت چپ محاسبه می‌کنیم حالت معکوس دارد و تخفیف نمی‌باشد بلکه با افزایش تعداد سفارش هزینه‌ها افزایش یافته است. در مواقعی که محدودیت حجم انبار یا پارکینگ ... داریم به استفاده از این روش می‌پردازیم که به انبارهای اضافی مشهور است.

۴۲. گزینه ۴ ☹️

در متن درس داشتیم:

$$\bar{C} = \frac{R(Q)}{Q} = \frac{R(q_j) + C_j(Q - q_j)}{Q} = \frac{\sum_{k=0}^{j-1} C_k(q_{k+1} - q_k) + C_j(Q - q_j)}{Q}$$

همچنین:

$$\bar{C} = \frac{R(Q)}{Q} = \frac{\sum_{k=0}^j C_{k-1}(q_k - q_{k-1}) + C_j(Q - q_j)}{Q}$$

۴۳. گزینه ۲ ☺️

در صورت مجاز بودن کمبود چون مقدار Q^* افزایش می‌یابد یعنی به سمت راست بیشتر متمایل می‌گردد که ممکن است تعداد نقاط کاندید کاهش یابد.

فصل ۷

مدل احتمالی یک دوره ای

مقدمه

در فصل‌های گذشته تقاضا به صورت قطعی و ساکن در نظر گرفته شده است. بدیهی است که در دنیای واقعی وجود عدم قطعیت در تقاضا امری طبیعی است. در این فصل تقاضای احتمالی مورد بررسی قرار می‌گیرد و فرض بر آن است که مدلسازی تنها برای یک دوره صورت می‌پذیرد. به عبارتی کالای در دست تنها برای یک دوره دارای ارزش است و در انتهای دوره یا حراج می‌گردد و یا صرف هزینه‌ای منهدم می‌شود.

در یک مدل احتمالی تک دوره‌ای به مدل درخت کریسمس و یا پسرک روزنامه فروش نیز معروف است. فرضیات مدل به شرح زیر است:

۱. تقاضا احتمالی و ساکن است. (صرفاً برای یک دوره مدنظر است)
 ۲. سفارش صرفاً یک بار و آن هم در ابتدای دوره صورت می‌گیرد.
 ۳. برنامه‌ریزی فقط برای یک دوره است و موجودی باقیمانده در انتهای دوره یا حراج می‌شود و یا از بین می‌رود.
 ۴. کمبود مجاز است (به صورت تقاضای پس افت مجاز نیست)
 ۵. هزینه نگهداری صرفاً برای واحدهای باقیمانده در انتهای دوره محاسبه می‌شود.
 ۶. ممکن است در ابتدای دوره موجودی اولیه داشته باشیم؛
- در این مسأله به دنبال آن هستیم که تا جایی که امکان دارد کمبود رخ ندهد و موجودی اضافی در انتهای دوره نداشته باشیم.

D : متغیر تصادفی تقاضا در یک دوره؛

$f_D(D)$: تابع چگالی تقاضا در یک دوره؛

$F_D(D)$: تابع توزیع تجمعی تقاضا در یک دوره؛

C : قیمت خرید هر واحد کالا؛

V : قیمت فروش هر واحد کالا؛

π : هزینه کمبود هر واحد کالا؛

L : قیمت حراج هر واحد کالا که در انتهای دوره صورت می‌پذیرد؛


A : هزینه هر بار سفارش؛

h : هزینه نگهداری هر واحد کالا که فرض می‌شود فقط برای کالاهای انتهای دوره است؛

e : هزینه انتقال یا انهدام هر واحد موجودی که فرض می‌شود فقط برای کالاهای باقیمانده در انتهای دوره است.

$H = h + e - L$: هزینه هر واحد باقیمانده در انتهای دوره


I : موجودی ابتدای دوره (یک لحظه قبل از سفارش)؛

 **تذکر:** H از جنس هزینه می‌باشد؛ به عبارتی اگر مقدار H مثبت باشد یعنی این کالای باقیمانده در انتهای دوره برای ما هزینه زاست و اگر H منفی باشد، آن کالا برای ما سودده است.

متغیرهای مدل:


R^* : مقدار موجودی بهینه یک لحظه بعد از صدور سفارش؛

Q^* : مقدار سفارش اقتصادی؛

 **توجه:** با توجه به آنکه مقدار موجودی ابتدای دوره (یک لحظه قبل از صدور سفارش) برابر با I در

نظر گرفته شده است، داریم: $Q^* = R^* - I$ ؛ پس می‌توان گفت که در مدل پیش رو هدف پیدا

کردن مقدار بهینه R^* است تا بتوانیم مقدار Q^* را تعیین کنیم.

 **توجه:** در فصل‌های گذشته به علت قطعی بودن شرایط؛ میزان درآمد حاصل از فروش میزان

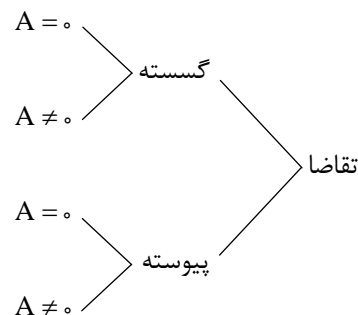
تقاضای مشتریان مقداری ثابت در نظر گرفته می‌شود که به این دلیل سعی بر آن بود تا هزینه‌ها

کمینه گردد. اما در این فصل به علت عدم قطعیت در تقاضا و تغییر در میزان درآمد درصدد آن

هستیم تا میزان سود را حداکثر نماییم. هر چند می‌توان این مسأله را از دو دیدگاه «حداکثر کردن

میزان درآمد» و یا «حداقل کردن هزینه» مورد بررسی قرار داد.

👉 **توجه:** با توجه به ماهیت احتمالی بودن تقاضا می‌توان تقاضای گسسته و پیوسته را متصور شد که همچنین در هر کدام از حالت‌ها میزان هزینه سفارش‌دهی (A) را برابر با صفر در نظر گرفت و یا نگرفت.



در ابتدا برای راحتی کار فرض می‌کنیم که میزان $A = 0$ می‌باشد.

مدل‌سازی مسأله

تعریف: فرض کنید در ابتدا میزان موجودی به اندازه I در سیستم وجود دارد (یک لحظه قبل از سفارش) و سفارش به اندازه Q صادر می‌گردد، در این حالت سطح موجودی به $(R = I + Q)$ می‌رسد. این تعداد R واحد کالا حداکثر میزان موجودی است که برای این دوره (این یک دوره) در دست است. چنانچه میزان تقاضا از R واحد بیشتر باشد؛ ناچاراً همان میزان R واحد فروش می‌رود و ما با کمبود مواجه می‌شویم.

همچنین از آنجایی که برنامه‌ریزی تنها برای یک دوره صورت می‌پذیرد، فرض بر آن است که توانایی تأمین تقاضاهایی که با کمبود روبرو شده‌اند برای ما وجود ندارد و کمبود به صورت فروش از دست رفته خواهد بود. (اگر کمبود به صورت تقاضای پس افت باشد نیز می‌توان مسأله را بررسی کرد که در ادامه به آن اشاره می‌شود)؛ ضمناً چنانچه تعداد کالا در انتهای دوره باقی بماند، مشمول دو هزینه نگهداری و انتقال یا انهدام می‌شوند. البته کالاهای انتهای دوره را می‌توان قبل از انهدام، در صورت امکان با قیمت L حراج کرد و به فروش رسانید که خود می‌تواند به درآمد حاصله کمک کند.

موارد گفته شده را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\text{میزان فروش} = \min\{R, D\}$$

$$\begin{aligned} &\text{درآمدها} \left\{ \begin{array}{l} \text{تعداد واحد فروش رفته} \\ \text{قیمت فروش هر واحد} \end{array} \right. \left(\int_0^R D f_D(D) dD + \int_R^\infty R f_D(D) dD \right) \\ &\quad \text{حاصل از فروش: } \bar{V} \times \left(\begin{array}{l} \text{اگر تقاضا کم باشد} \\ \text{(یعنی از } R \text{ کمتر باشد)} \\ \text{به اندازه تقاضا} \\ \text{فروخته می‌شود} \end{array} \right) \\ &\quad \left(\begin{array}{l} \text{اگر تقاضا زیاد باشد} \\ \text{(از } R \text{ بیشتر باشد)} \\ \text{حداکثر } R \text{ واحد} \\ \text{فروخته می‌شود} \end{array} \right) \\ &\quad \text{قیمت حراج} \\ &\quad \text{حاصل از حراج: } \bar{L} \times \int_0^R (R - D) f_D(D) dD \\ &\quad \text{قیمت کالای باقیمانده} \end{aligned}$$

اگر تقاضای ما کم باشد (از R کمتر باشد، از صفر تا R باشد) کالا اضافه می‌آید که می‌تواند حراج شود؛

هزینه خرید: با توجه به نکات ارائه شده به اندازه $(R - I)$ واحد کالا با قیمت C خریداری می‌شود. $CQ \rightarrow C(R - I)$

هزینه نگهداری: همانگونه که گفته شد این هزینه زمانی معنی پیدا خواهد کرد که در انتهای دوره تعدادی کالا باقی بماند و هزینه نگهداری صرفاً شامل کالاهای باقیمانده است $(R - D)$ و زمانی کالا باقی می‌ماند که میزان تقاضا از R کمتر باشد بنابراین متوسط

$$\text{هزینه نگهداری برابر است با: } h \times \int_0^R (R - D) f_D(D) dD$$

هزینه انتقال یا انهدام: همانند هزینه نگهداری این هزینه زمانی اتفاق می‌افتد که تعدادی

$$\text{کالا در انتهای دوره باقی بماند. } e \times \int_0^R (R - D) f_D(D) dD$$

هزینه کمبود: هنگامی که میزان تقاضای محصول در طول یک دوره از میزان موجودی در دست (R) بیشتر باشد $(D > R)$ ، به اندازه $(D - R)$ واحد کمبود خواهیم داشت

$$\pi \times \int_R^\infty (D - R) f_D(D) dD$$

هزینه‌ها

توجه: درآمد در شرایط فروش از دست رفته بر طبق آنچه گفته شد برابر است با:

$$\begin{aligned} &\text{اگر تقاضا بیشتر از } R \text{ باشد} \quad \text{اگر تقاضا کمتر از } R \text{ باشد} \\ &\overbrace{V \times R \times \int_R^\infty f_D(D) dD}^{\text{اگر تقاضا بیشتر از } R \text{ باشد}} + \overbrace{V \times \int_0^R D f_D(D) dD}^{\text{اگر تقاضا کمتر از } R \text{ باشد}} \end{aligned}$$

عبارت فوق مقدار $V \int_R^\infty D f_D(D) dD$ را اضافه و کم می‌کنیم و داریم:

$$\underbrace{V \int_0^R D f_D(D) dD + V \int_R^\infty D f_D(D) dD + V \int_R^\infty R f_D(D) dD - V \int_R^\infty D f_D(D) dD}_{\substack{\text{تعریف امید ریاضی} \\ V \int_0^\infty D f_D(D) dD}} = \underbrace{V \int_R^\infty (D-R) f_D(D) dD}_{\text{دقت شود}}$$

$$V \times E(D) - V \int_R^\infty (D-R) f_D(D) dD$$

حال چنانچه کمبود به صورت تقاضای پس افت در نظر گرفته شود؛ از آنجایی که تمامی تقاضا برآورده می‌گردد، درآمد برابر با $V \times E(D)$ خواهد بود.

همانگونه که اشاره شد میزان هزینه‌ها را از درآمدها کسر کرده تا سود به دست آید و مقدار آن را ماکزیمم می‌کنیم. پس از ساده‌سازی محاسبات امید ریاضی (متوسط) سود برابر است با:

$$E(\text{سود}) = (V+H)E(D) - \left[C(R-I) + (V+\pi+H) \int_R^\infty (D-R) f_D(D) dD + HR \right]$$

از آنجایی که می‌خواهیم بدانیم باید چه میزان سفارش دهیم (Q) تا سود ما حداکثر گردد و با توجه به رابطه $(R = Q + I)$ ، از رابطه فوق نسبت به R مشتق گرفته و برابر با صفر قرار می‌دهیم که به صورت زیر خواهد بود:

$$C + H - (V + \pi + H) \int_R^\infty f_D(D) dD = 0$$

$$\int_R^\infty f_D(D) dD = \frac{C+H}{V+\pi+H}$$

چنانچه تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی D را با F_D نمایش دهیم در نقطه R تابع توزیع تجمعی برابر است با:

$$F_D(R) = P(D \leq R) = \int_0^R f_D(D) dD = 1 - \int_R^\infty f_D(D) dD$$

بنابراین $F_D(R)$ برابر است با:

$$F_D(R^*) = P(D \leq R^*) = 1 - \frac{C+H}{V+\pi+H} = \frac{V+\pi-C}{V+\pi+H}$$

$$F_D(R^*) = \frac{V+\pi-C}{V+\pi+H}$$

۲۸۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

حال که مقدار R^* تعیین می‌شود می‌توانیم آن را با مقدار موجودی اولیه (I) مقایسه کنیم و چنانچه $R^* \leq I$ باشد؛ یعنی میزان موجودی اولیه از میزان مورد نیاز بزرگتر است و نیازی به سفارش نیست و چنانچه $R^* > I$ باشد آنگاه نیاز است تا سفارش به اندازه $Q^* = R^* - I$ صادر گردد.

نکته: چنانچه مقدار $\pi = 0$ باشد آنگاه $F(R^*) = \frac{V-C}{V+H}$ خواهد بود و R^* از این رابطه محاسبه گردد. اما چنانچه $\pi = 0$ و $V < C$ باشد؛ یعنی قیمت فروش کمتر از هزینه خرید می‌باشد و مقدار $F(R^*)$ منفی می‌شود. یعنی هیچ سفارشی نمی‌دهیم و مقدار R^* را برابر با موجودی اولیه در نظر می‌گیریم. (به عبارتی $F(R^*) = 0$ می‌شود و سفارش انباشته نداریم)

نکته: چنانچه $F(R^*) \geq 1$ باشد؛ باید به اندازه انتهای بازه (کران بالا) سفارش دهیم به عبارتی $F(R^*) = 1$ در نظر گرفته می‌شود.

نکته: برای زمانی که تقاضا به صورت گسته باشد، کوچکترین مقدار R^* که در رابطه زیر صدق می‌کند؛ در نظر گرفته می‌شود.

$$F_D(R^*) \geq \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H}$$

مدل تک دوره‌ای با فرض نرمال بودن توزیع تقاضا $D \sim N(\mu_D, \sigma_D^2)$

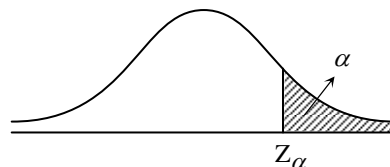
چنانچه قبلاً اشاره شد، اگر تقاضا از مقدار R بیشتر شود ما به کمبود می‌خوریم و $F_D(R)$ یعنی احتمال اینکه تقاضا از R کمتر باشد و به عنوان تابع توزیع تجمعی است که به آن اشاره شد.

$$P(D \leq R^*) = F_D(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H}$$

احتمال اینکه تقاضا بیشتر از مقداری باشد که در دست داریم:

$$P(D > R^*) = 1 - F_D(R^*) = \alpha$$

تعریف Z_α : نقطه‌ای از توزیع Z است که احتمال سمت راست آن برابر با α باشد.



$$P(D > R) = \alpha \xrightarrow{\text{به نرمال استاندارد می‌کنیم}} P\left(\frac{D - \mu_D}{\sigma_D} > \frac{R - \mu_D}{\sigma_D}\right) = \alpha$$

$$P(Z > Z_\alpha) = \alpha$$

$$P\left(Z > \frac{R - \mu_D}{\sigma_D}\right) = \alpha \rightarrow \frac{R - \mu_D}{\sigma_D} = Z_\alpha \rightarrow R^* = \mu_D + Z_\alpha \sigma_D$$

در این حالت متوسط مقدار کمبود برابر است با:

$$\begin{aligned} b(R) &= \int_R^\infty (D - R) f_D(D) dD = \int_R^\infty (D - \mu_D - Z_\alpha \sigma_D) f_D(D) dD \\ &= \int_R^\infty (D - \mu_D - Z_\alpha \sigma_D) \frac{1}{\sigma_D \sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(D - \mu_D)^2}{2\sigma_D^2}} dD \end{aligned}$$

با تغییر متغیر $\frac{D - \mu_D}{\sigma_D} = u$ داریم:

$$\begin{aligned} &\int_{Z_\alpha}^\infty \sigma_D \left(\frac{D - \mu_D}{\sigma_D} - \frac{Z_\alpha \sigma_D}{\sigma_D} \right) \times \frac{1}{\sigma_D \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \sigma_D du \\ &= \int_{Z_\alpha}^\infty (u - Z_\alpha) \sigma_D \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \sigma_D \underbrace{\int_{Z_\alpha}^\infty \frac{(u - Z_\alpha) e^{-\frac{u^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} du}_{G_u(Z_\alpha)} \end{aligned}$$

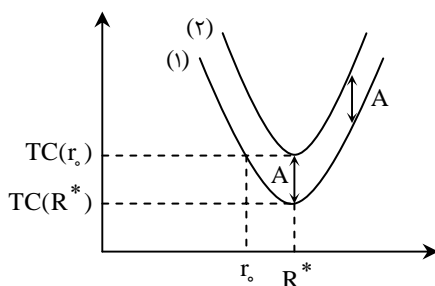
در نتیجه متوسط کمبود به شرح زیر است:

$$b(R) = \sigma_D \underbrace{\int_{Z_\alpha}^\infty \frac{(u - Z_\alpha) e^{-\frac{u^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} du}_{G_u(Z_\alpha)} = \sigma_D G_u(Z_\alpha)$$

$G_u(Z_\alpha)$ انتگرال ضرر نرمال استاندارد می‌باشد.

بنابراین می‌توان گفت میانگین کمبود در طی دوره به انحراف معیار و انتگرال ضرر نرمال بستگی دارد. در مدل بررسی شده تاکنون فرض بر آن بوده است که مقدار هزینه هر بار سفارش (A) ناچیز است و برابر صفر در نظر گرفته شده است. اما اگر این هزینه ناچیز نباشد بایستی تحلیلی را انجام دهیم تا ببینیم که آیا صدور سفارش به نفع ما است یا خیر؟ طبیعی است که این مورد به میزان سفارش و همچنین مقدار A بستگی دارد. نکته‌ای که باید به آن توجه کرد آن است که تصمیم‌گیری بر صدور سفارش و یا عدم صدور سفارش است و اگر تصمیم بر صدور سفارش باشد به همان میزان قبلی سفارش صادر می‌شود و این تصمیم بر میزان سفارش تأثیری ندارد.

برای اینکه بتوانیم این تحلیل را به سادگی انجام دهیم شکل زیر را متصور می‌شویم؛



در حالتی که هزینه سفارش‌دهی نداشته باشیم (روی نمودار (۱)) کل هزینه‌ها برابر با $TC(R^*)$ خواهد بود. حال مقداری کمتر از R^* (در سمت چپ R^*) بر روی نمودار (۱) در نظر می‌گیریم که هزینه آن با هزینه R^* به اندازه A بیشتر است. حالات مختلف زیر بررسی می‌کنیم.

$$\text{حالت الف) } r_o < R^* < I \quad \underline{r_o \quad R^* \quad I}$$

در این شرایط سطح موجودی اولیه (I) از مقدار R^* بیشتر است و در حالتی که $A = 0$ بود هم سفارشی صادر نمی‌شد و طبیعی است که در این حالت هم سفارشی صادر نمی‌شود.

$$\text{حالت ب) } r_o < I < R^* \quad \underline{r_o \quad I \quad R^*}$$

با توجه به آنکه میزان I به مقدار R^* نزدیک است و با صدور سفارش یک هزینه A را متقبل می‌شویم و بنابراین صدور سفارش در این شرایط جنبه اقتصادی ندارد و سفارشی صادر نمی‌گردد.

$$\text{حالت ج) } I < r_o < R^* \quad \underline{I \quad r_o \quad R^*}$$

در این حالت چون میزان فاصله I از R^* زیاد است بنابراین مانند شرایطی که $A = 0$ است سفارش به اندازه $Q^* = R^* - I$ صادر می‌گردد.

به طور خلاصه می‌توان در دیاگرام زیر موارد ذکر شده را نشان داد.

$$A = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} R^* > I \rightarrow R^* - I = Q^* \\ R^* < I \rightarrow Q^* = 0 \\ r_o < R^* < I \rightarrow Q^* = 0 \end{array} \right\} \quad \text{این دو حالت مشابه هم هستند و سفارش صادر نمی‌شود}$$

$$A \neq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} r_o < I < R^* \rightarrow Q^* = 0 \\ I < r_o < R^* \rightarrow Q^* = R^* - I \end{array} \right. \quad (R^* \text{ و } I \text{ به هم نزدیک هستند و صرفه اقتصادی ندارد})$$

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. تقاضا برای محصولی در فصل پاییز (یک دوره سه ماهه) متغیری تصادفی است که توزیع آن یکنواخت و در فاصله (۰ و ۱۰۰) است یعنی، $0 \leq X \leq 100$ و $f(x) = \frac{1}{100}$ این محصول قرار است فقط برای یک دوره (فصل پاییز) و در ابتدای همان دوره تولید شود. قیمت فروش این محصول برای هر واحد برابر ۱۰۰ تومان می‌باشد. مقدار تولید در ابتدای دوره ۸۰ واحد انتخاب شده است. هزینه نگهداری واحدهای باقی مانده تا انتهای دوره برابر ۳ تومان برای هر واحد می‌باشد. در این صورت میانگین مقدار هزینه نگهداری واحدهای باقیمانده تا انتهای دوره چند تومان است؟ (سراسری ۸۱)

(۱) ۲۱۶ (۲) ۱۴۶ (۳) ۱۱۶ (۴) ۹۶

۲. در یک مدل کنترل موجودی احتمالی یک دوره‌ای، قیمت فروش کالایی ۲۰ واحد پول و قیمت خرید آن ۱۲ واحد پول است. اگر کمبود فقط باعث فروش از دست رفته شود و موجودی باقیمانده در آخر دوره هیچ هزینه و درآمدی نداشته باشد و همچنین تقاضا دارای توزیع یکنواخت در فاصله $[0, 100]$ باشد مقدار اقتصادی سفارش چقدر است؟ (اول دوره ۵ واحد کالا وجود دارد.) (سراسری ۸۲)

(۱) ۳۵ واحد کالا (۲) ۶۰ واحد کالا (۳) ۶ واحد کالا (۴) ۷۰ واحد کالا

۳. در یک مدل کنترل موجودی احتمالی یک دوره‌ای هزینه هر واحد کسری ۲۰ واحد پول است. اگر توزیع تقاضا یکنواخت در فاصله (۰ و ۱۰) باشد. هزینه کسری مورد انتظار وقتی که در ابتدای دوره دو واحد کالا وجود داشته باشد و چهار واحد نیز تهیه شود چقدر است؟ (سراسری ۸۳)

(۱) صفر واحد پولی (۲) ۱۲ واحد پولی (۳) ۱۶ واحد پولی (۴) ۲۰ واحد پولی

۴. در مدل یک دوره‌ای تقاضا (D) متغیری تصادفی با تابع چگالی احتمال $f_D(x)$ است. فرض کنید امکان تهیه محصول در طی دوره با هزینه بیشتری نسبت به ابتدای دوره وجود داشته باشد. همچنین فرض کنید مشتریانی که با کمبود روبه‌رو می‌شوند صبر می‌کنند تا محصول تهیه و به آنها تحویل داده شود. (موظف هستیم که کمبود را جبران کنیم.) اگر قیمت فروش هر واحد محصول در طی دوره را v تعیین کرده باشیم، آنگاه میانگین درآمد فروش دوره چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

$$vE[D] - v \int_R^{\infty} (x - R) f_D(x) dx \quad (۲) \quad vE[D] \quad (۱)$$

$$vE[D] - v \int_{R-M}^{\infty} (x - R) f_D(x) dx \quad (۴) \quad vE[D] - v \int_{R+M}^{\infty} (x - R) f_D(x) dx \quad (۳)$$

۵. در یک فروش دوره‌ای که در انتهای هر فصل برگزار می‌شود تقاضا برای محصول متغیری تصادفی با توزیع احتمال طبق جدول زیر است. هزینه نگهداری هر واحد باقی‌مانده در انتهای دوره، اگر واحدهای باقی‌مانده برابر ۲۰ واحد یا بیشتر باشد برابر ۱۰۰ تومان در غیر این صورت هزینه نگهداری هر واحد باقی‌مانده در انتهای دوره برابر ۵۰ تومان است. اگر سطح موجودی بلافاصله پس از انجام سفارش برابر ۴۰ واحد باشد، آنگاه میانگین هزینه نگهداری دوره چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

X تقاضا	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰
P(x) احتمال تقاضا	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲

(۱) ۸۰۰ تومان (۲) ۹۰۰ تومان (۳) ۱۰۰۰ تومان (۴) ۱۱۰۰ تومان

۶. در یک مدل کنترل موجودی یک دوره‌ای احتمالی، پارامترهای زیر برآورد شده‌اند. مقدار بهینه تهیه کالا در اول دوره و کسری مورد انتظار در یک دوره چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۵)

قیمت خرید: ۱۰ واحد پول برای هر واحد کالا

قیمت فروش: ۱۵ واحد پول برای هر واحد کالا

هزینه مواجهه با کسری: ۵ واحد پول برای هر واحد کسری

هزینه هر واحد کالایی که فروش نرود: ۵ واحد پول

تقاضا دارای توزیع یکنواخت در بازه صفر تا ۱۰۰ واحد کالا

(۱) مقدار تهیه کالا ۲۰ کسری مورد انتظار تا ۱۰۰ واحد کالا

(۲) مقدار تهیه کالا ۷۰ و کسری مورد انتظار ۳۰ واحد کالا

(۳) مقدار تهیه کالا ۴۰ و کسری مورد انتظار ۱۸ واحد کالا

(۴) مقدار تهیه کالا ۳۵ و کسری مورد انتظار ۵۰ واحد کالا

۷. مصرف محصولی در یک مدل یک دوره‌ای متغیر تصادفی با تابع چگالی $f_D(x)$ است. اگر سطح موجودی بلافاصله پس از انجام سفارش برابر R تعیین شده باشد و چنان چه در طی دوره کمبود رخ دهد مجبور به تأمین محصول با هزینه بیشتری نسبت به اول دوره باشیم، آنگاه میانگین تعداد واحدهایی که برای هر دوره مصرف می‌شود چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

$$E(D) = \int_R^{\infty} (R - x) f_D(x) dx \quad (۲)$$

$$E(D) - \int_R^{\infty} (x - R) f_D(x) dx \quad (۴) \quad \int_R^{\infty} (x - R) f_D(x) dx \quad (۳)$$

۸. در مدل یک دوره‌ای تصادفی که هزینه سفارش‌دهی قابل ملاحظه است اگر R_0 مقدار بهینه کالا پس از سفارش بدون در نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی حالت مرسوم باشد، مقدار بهینه سفارش با در نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی؛ ... (سراسری ۸۶)

(۱) اگر R_0 بیش‌تر از موجودی در دست باشد نسبت به حالت مرسوم تغییر نخواهد کرد.

(۲) اگر R_0 کم‌تر از موجودی در دست باشد بیش‌تر از حالت مرسوم نخواهد بود.

(۳) در هر صورت احتمال مواجه شدن با کسری وقتی هزینه سفارش‌دهی قابل ملاحظه است بزرگ‌تر یا مساوی حالتی است که این هزینه لحاظ نمی‌شود.

(۴) موارد ۲ و ۳ صحیح است.

۹. در مدل تک‌پریودی احتمالی تقاضا دارای توزیع نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ می‌باشد. اگر

سطح موجودی یک لحظه پس از انجام سفارش (R) را برابر میانگین μ انتخاب کنیم آنگاه: (سراسری ۸۶)

(۱) میانگین کمبود طی دوره برابر است با μ

(۲) میانگین کمبود در طی دوره به انحراف معیار و انتگرال ضرر نرمال بستگی دارد.

(۳) میانگین کمبود در طی دوره برابر است با صفر

(۴) در مورد میانگین کمبود هیچ اظهار نظر مشخصی نمی‌توان کرد.

۱۰. در یک مدل یک دوره‌ای، تقاضا متغیری تصادفی با توزیع احتمال طبق جدول زیر است. مدیریت

سطح موجودی پس از انجام سفارش را برابر ۳۰ واحد در نظر گرفته است. اگر هزینه نگهداری هر

واحد باقیمانده در انتهای دوره به شرح زیر باشد: (سراسری ۸۶)

$$\text{هزینه نگهداری} = \begin{cases} \text{مقدار باقیمانده بیش‌تر از ۱۰ واحد باشد} & \text{تومان ۵۰} \\ \text{مقدار باقیمانده کم‌تر یا مساوی ۱۰ واحد باشد} & \text{تومان ۱۰۰} \end{cases}$$

میانگین هزینه نگهداری در یک دوره چقدر است؟

X تقاضا	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰
P(x) احتمال تقاضا	۰/۰۵	۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۰۵

(۱) ۲۰۰ تومان (۲) ۳۰۰ تومان (۳) ۳۵۰ تومان (۴) ۴۰۰ تومان

۱۱. در مدل یک دوره‌ای احتمالی:

(۱) اگر قیمت فروش کالا کاهش پیدا کند مقدار اقتصادی تهیه‌ی کالا در ابتدای دوره کاهش پیدا می‌کند.

(۲) اگر قیمت خرید کالا افزایش پیدا کند مقدار اقتصادی تهیه‌ی کالا در ابتدای دوره افزایش پیدا می‌کند.

(۳) اگر هزینه مواجه با کسری افزایش پیدا کند مقدار اقتصادی تهیه‌ی کالا در ابتدای دوره کاهش پیدا می‌کند.

(۴) اگر هزینه کالای باقیمانده در انتهای دوره کاهش پیدا کند مقدار اقتصادی تهیه‌ی کالا در ابتدای دوره کاهش پیدا می‌کند.

۱۲. تقاضا برای محصولی در فصل پاییز (یک دوره سه ماهه) متغیری تصادفی است که توزیع آن

یکنواخت در فاصله $(0, 100)$ است یعنی، $0 \leq x \leq 100$ و $f(x) = \frac{1}{100}$ این محصول قرار است فقط

برای یک دوره (فصل پاییز) و در ابتدای همان دوره تولید شود. قیمت فروش هر واحد این محصول ۱۰۰ تومان است و واحدها باقیمانده در انتهای دوره با قیمت هر واحد ۱۳ تومان حراج می‌شوند،

مقدار تولید در ابتدای دوره ۸۰ واحد انتخاب شده است. در این صورت میانگین درآمد حاصل از حراج واحدهای باقیمانده در انتهای دوره برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟ (سراسری ۸۷)

- (۱) ۲۸۶ تومان (۲) ۴۱۶ تومان (۳) ۴۴۶ تومان (۴) ۵۲۶ تومان

۱۳. در مدل یک دوره‌ای تقاضا برای محصول از یک تابع توزیع در محدوده $(8000, 10000)$ با

میانگین ۲۰۰۰ واحد و انحراف معیار ۱۰۰ واحد می‌باشد. قیمت خرید هر واحد محصول در ابتدای

دوره ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد موجودی (سرمایه و شرایط خاص و...) در طی دوره

۲۵۰ تومان است. هزینه کمبود هر واحد موجودی ۳ تومان و قیمت حراج هر واحد محصول ۵۰۰

تومان و قیمت فروش هر واحد محصول در طی دوره ۹۰۰ تومان است. به نظر شما سطح بهینه

موجودی یک لحظه پس از انجام سفارش (R^*) چقدر است؟ (سراسری ۸۸)

$$R^* = 1000 \quad (1) \quad R^* = 2000 \quad (2)$$

$$R^* = 2000 + 4(100) = 2400 \quad (3) \quad R^* = 8000 \quad (4)$$

۱۴. فروشنده‌ای کالایی را به قیمت ۵ واحد پول می‌خرد و چنان چه با کمبود مواجه شود، هزینه‌ای

معادل ۸ واحد برای خودش منظور می‌دارد و چنان چه جنس اضافه آید، هزینه نگهداری ۱ واحد پول

برای هر واحد کالا منظور می‌دارد. تقاضا برای کالا به صورت یکنواخت بین صفر و سی توزیع شده

است. اگر در ابتدای دوره ۳ واحد کالا موجود باشد، چند واحد کالا باید خریداری شود؟ (سراسری ۸۹)

- (۱) ۳ (۲) ۱۰ (۳) ۷ (۴) ۱۳

۱۵. فرصت تهیه محصولی فقط یک بار و آن هم در ابتدای ماه است. هزینه کمبود و نگهداری در پایان

ماه ناچیز (تقریباً صفر) برآورد شده است. نسبت $\frac{C}{V}$ چقدر باشد تا با احتمال ۹۰٪ در پایان ماه با

کمبود مواجه نشویم؟ (C: قیمت خرید هر واحد و V: قیمت فروش هر واحد) (سراسری ۹۰)

- (۱) ۱/۰ (۲) ۲/۰ (۳) ۸/۰ (۴) ۹/۰

۱۶. برای کالایی ۱ ماه در سال تقاضا وجود دارد و فرصت تأمین کالا در ابتدای همان ماه است. تقاضا در طول ماه دارای توزیع یکنواخت در فاصله (۸۰۰-۲۰۰)، قیمت خرید هر واحد کالا ۱۰ واحد پول، هزینه کمبود هر واحد ۵ واحد پول و قیمت فروش هر واحد ۱۵ واحد پول می‌باشد. موجودی باقیمانده در پایان ماه را می‌توان با صرف ۸ واحد پول جهت حمل و نقل با قیمت حراجی (ارزش اسقاطی) به فروش رساند. حداقل قیمت حراجی (ارزش اسقاطی) چند واحد پول باشد تا مقدار سفارش اقتصادی در ابتدای ماه، بیشترین مقدار ممکن باشد؟

(سراسری ۹۱)

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۵

۱۷. توزیع‌کننده دوچرخه‌ای پیشنهاد مناسبی برای خرید مدلی دریافت کرده است که قرار است دیگر تولید نشود. در صورتی که دوچرخه‌ها فروش نرود، کارخانه از پس گرفتن آنها خودداری می‌کند و فروشنده مجبور است آنها را به قیمت ۱۱۰ هزار تومان حراج کند. هزینه خرید هر دوچرخه ۲۰۰ هزار تومان و قیمت فروش آن ۴۵۰ هزار تومان و هزینه نگهداری هر دوچرخه در پایان فصل فروش ۱۰ هزار تومان و هزینه ناشی از هر واحد کمبود به دلیل کاهش اعتبار فروشنده ۵۰ هزار تومان برآورد شده است. اگر تقاضا دارای توزیع یکنواخت بین ۵۰۰ تا ۱,۵۰۰ واحد باشد، چه تعداد دوچرخه باید سفارش داده شود؟

(سراسری ۹۳)

(۱) ۱,۲۰۰ (۲) ۱,۲۱۴ (۳) ۱,۲۵۰ (۴) ۱,۲۶۹

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۴ ☺

هزینه نگهداری خواسته شده پس داریم:

$$H = ۳ \quad R = ۸۰ \quad D = \text{تقاضا}$$

$$H \int_0^R (R - D) f(D) dD = ۳ \int_0^{۸۰} (۸۰ - D) \frac{1}{۱۰۰} dD$$

$$= \frac{۳}{۱۰۰} (۸۰D - \frac{D^2}{2}) \Big|_0^{۸۰} = ۹۶ \text{ تومان}$$

۲. گزینه ۱ ☺

$$V = ۲۰ \quad \pi = ۰ \quad C = ۱۲ \quad I = ۵$$

$$F(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} \Rightarrow \frac{R^* - ۰}{۱۰۰ - ۰} = \frac{۲۰ + ۰ - ۱۲}{۲۰ + ۰ + ۰} \rightarrow R^* = ۴۰$$

$$\Rightarrow Q = R - I = ۴۰ - ۵ = ۳۵$$

دقت کن ما اول کار ۵ واحد موجودی داریم و $R = ۴۰$ بدست آمده پس میزان سفارش برابر است با

۳۵ تا

۳. گزینه ۳ ☺

$$\pi = ۲۰ \quad I = ۲ \quad Q = ۴$$

$$R = Q + I = ۴ + ۲ = ۶$$

$$\text{متوسط هزینه کمبود در یک دوره} = \pi \int_R^\infty (D - R) f(D) dD = ۲۰ \int_6^\infty (D - ۶) \times \frac{1}{۱۰۰} dD$$

$$= ۲[(۵۰ - ۶۰) - (۱۸ - ۳۶)] = ۱۶ \text{ واحد پولی}$$

۴. گزینه ۳ ☺

در حالت کلی میانگین درآمد حاصل از فروش:

$$V \times E(D) - V \int_R^\infty (D - R) f(D) dD$$

در صورت سوال گفته شده موظف به جبران کمبود هستیم. پس عملاً کمبودی نداریم.

$$\Rightarrow V \times E(D) - V \int_R^\infty (D - \overset{\circ}{R}) f(D) dD = V \times E(D)$$

☺ گزینه ۴

دقت کن در صورت سوال گفته اگر واحدهای باقی مانده یعنی سطح موجودی (R) منهای میزان مصرف (D)، نکته این سوال همین می‌باشد.

$$R^* = 40$$

$$\text{هزینه نگهداری} = \begin{cases} 100 & R - D \geq 20 \\ 50 & R - D < 20 \end{cases} \Rightarrow \text{هزینه نگهداری} = \begin{cases} 100 & D \leq 20 \\ 50 & D > 20 \end{cases}$$

به صورت گسسته می‌باشد پس با سیگما سروکار داریم:

$$\text{متوسط هزینه نگهداری برای واحدهای باقی مانده} = H \sum_{D=0}^R (R-D)P(D)$$

$$\begin{aligned} &= 100 \sum_{D=10}^{20} (40-D)P(D) + 50 \sum_{D=30}^{40} (40-D)P(D) \\ &= 100 \times [(40-10) \times 0.2 + (40-20) \times 0.2] \\ &\quad + 50 \times [(40-30) \times 0.2 + (40-40) \times 0.2] = 1000 + 100 = 1100 \end{aligned}$$

☺ گزینه ۳

$$V = 15 \quad C = 10 \quad \pi = 5 \quad H = 5$$

دقت کنید که H همراه از نوع هزینه می‌باشد.

$$F(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} \rightarrow \frac{R^* - 0}{100 - 0} = \frac{15 + 5 - 10}{15 + 5 + 5} \Rightarrow R^* = 40$$

$$Q^* = R^* - I = 40 - 0 = 40$$

برای محاسبه کمبود هم که باید از فرمولش رفت

$$\begin{aligned} \int_R^{\infty} (D-R)f(D)dD &= \int_{40}^{100} (D-40) \times \frac{1}{100} d(D) \\ &= \frac{1}{100} \left(\frac{D^2}{2} - 40D \right) \Big|_{40}^{100} = \frac{1}{100} [(5000 - 4000) - (800 - 1600)] = 18 \text{ واحد} \end{aligned}$$

نکته: در کل این رو توی ذهنت داشته باش

در صورتی که D را منهای R کنیم می‌خواهیم هزینه کمبود بدست بیاوریم.
یعنی در صورتی که R را منهای D کنیم می‌خواهیم هزینه نگهداری بدست بیاوریم.

☺ گزینه ۱

در صورت سوال گفته شده مجبور به تأمین تمامی تقاضا هستیم پس عملاً کمبودی نداریم.

۲۹۰ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

یعنی مقدار کمبود برابر ۰ خواهد شد پس میانگین تعداد واحدهایی که برای هر دوره مصرف می شود برابر است با $E(D)$.

۸. گزینه ۴ ☺

طبق صورت سوال منظور از R_0 همان R^* می باشد اما به بررسی گزینه ها می پردازیم:
 ۱- در حالت ۲ باشیم نسبت به حالت مرسوم تغییر خواهد کرد (در حالت ۲ و ۳ هستیم)
 ۲- حالت ۱ است که مقدار سفارش صفر می باشد.
 ۳- یا در حالت ۲ قرار داریم که هزینه های کمبود افزایش پیدا می کند یا در حالت ۱ و ۳ قرار داریم که هزینه ها تغییر نمی کند پس هرگز کاهش هزینه کمبود نداریم.

۹. گزینه ۲ ☺

$\int_R^{\infty} (D-R)f_D(D)dD = \sigma_D \times \sigma_u(k)$ متوسط تعداد کمبود در یک دوره
 $\sigma_u(k)$ انتگرال ضرر نرمال استاندارد می باشد.

۱۰. گزینه ۳ ☺

اینجا هم دقت کن گفته مقدار باقی مانده یعنی همان $R-D$ و $R=30$ پس:
 $\text{هزینه نگهداری} = \begin{cases} 50 & R-D > 10 \\ 100 & R-D \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50 & D < 20 \\ 100 & D \geq 20 \end{cases}$
 گسسته هست پس برو سراغ سیگما.

$$\begin{aligned} \text{متوسط هزینه نگهداری برای واحدهای باقیمانده در انتهای دوره} &= H \sum_{D=0}^R (R-D)P(D) \\ &= 50 \sum_{D=10}^{30} (30-D)P(D) + 100 \sum_{D=20}^{30} (30-D)P(D) \\ &= 50 \times [(30-10) \times 0.5] + 100 \times [(30-20) \times 0.3 + (30-30) \times 0.3] \\ &= 50 + 300 = 350 \end{aligned}$$

۱۱. گزینه ۱ ☺

یک جورایی تحلیل حساسیت پارامترهای $F(Q^*)$ هست.

پس داریم:

$$\begin{aligned} F(R^*) &= \frac{V+\pi-C}{V+\pi+H} = 1 - \frac{H+C}{V+\pi+H} \\ 1 - \text{if } V \downarrow &\Rightarrow \frac{H+\pi}{V+\pi+H} \uparrow \Rightarrow F(R^*) \downarrow \Rightarrow R^* \downarrow \end{aligned}$$

اگر قیمت فروش کالا کاهش پیدا کند $\frac{H+C}{V+\pi+H}$ افزایش می‌یابد در نتیجه $F(Q^*)$ کاهش خواهد یافت، وقتی $F(Q^*)$ کاهش یابد مقدار R^* نیز کاهش می‌یابد پس همین گزینه درست می‌باشد. اما سایر گزینه‌ها:

$$\begin{aligned} ۲ - \text{if } C \uparrow &\Rightarrow F(R^*) \downarrow \Rightarrow R^* \downarrow \\ ۳ - \text{if } \pi \uparrow &\Rightarrow F(R^*) \uparrow \Rightarrow R^* \uparrow \\ ۴ - \text{if } H \downarrow &\Rightarrow F(R^*) \uparrow \Rightarrow R^* \uparrow \end{aligned}$$

۱۲. گزینه ۲ ☺

مقدار تقاضا دارای توزیع یکنواخت بین ۱۰۰ و ۰ می‌باشد.

$$D \sim u(0, 100)$$

$$V = 100 \quad L = 13 \quad Q = 80 \quad I = 0$$

$$R = 80$$

$$\text{میانگین درآمد حاصل حراج واحدهای باقی مانده} = L \times \int_0^R (R-D) f_D(D) dD$$

$$= 13 \int_0^{80} (80-D) \frac{1}{100} dD = \frac{13}{100} \left(80D - \frac{D^2}{2} \right) \Big|_0^{80} = \frac{13}{100} (6400 - 3200) = 416 \text{ تومان}$$

۱۳. گزینه ۴ ☺

$$C = 200 \quad h = 250 \quad \pi = 3 \quad L = 500 \quad V = 900$$

$$H = h - L = 250 - 500 = -250$$

$$F_D(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{900 + 3 - 200}{900 + 3 - 250} > 1$$

$$R^* = 8000$$

چون $F_D(R^*) \geq 1$ شده پس به اندازه حد بالای توزیع یعنی ۸۰۰۰ واحد سفارش می‌دهیم.

۱۴. گزینه ۳ ☺

$$C = 5 \quad \pi = 8 \quad h = 1 \quad I_0 = 3$$

$$D \sim u(0, 30) \quad F_D(R^*) \geq \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H}$$

$$\frac{R-0}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow F_D(R^*) \geq \frac{8-5}{8+1} = \frac{1}{3}$$

$$R = 10 \quad Q^* = R - I_0 = 10 - 3 = 7$$

۱۵. گزینه ۱ ☺

با توجه به صورت سوال منظور همان مدل تک دوره‌ای چون گفته فرصت تنها یکبار ابتدای ماه می‌باشد.

$$\pi = h = 0$$

$$F_D(R^*) = 0.9 = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = 0.9$$

$$\frac{V - C}{V} = \frac{9}{10} \quad 1 - \frac{C}{V} = 0.9 \Rightarrow \frac{C}{V} = 0.1$$

😊 گزینه ۳

$$D \sim u(200, 800)$$

$$C = 10 \quad \pi = 5 \quad V = 15$$

$$H = 8 - L = \text{قیمت حراج} - \text{هزینه حمل و نقل هر واحد}$$

برای اینکه بیشترین مقدار سفارش داده باید $F_D(R^*) \geq 1$ شود.

$$F_D(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{15 + 5 - 10}{15 + 5 + 8 - L} = 1$$

$$20 + 8 - L = 20 - 10$$

$$L = 18$$

H از نوع هزینه می‌باشد. پس قیمت حراج چون از نوع هزینه نیست از آن کم می‌شود.

😊 گزینه ۳

$$L = 110 \quad C = 200 \quad V = 450 \quad h = 10 \quad \pi = 50$$

$$D \sim u(500, 1500)$$

$$H = h - L = 10 - 110 = -100$$

$$F_D(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{450 + 50 - 200}{450 + 50 - 100} = \frac{300}{400} = \frac{R - 500}{1000}$$

$$\Rightarrow R = 1250$$



فصل ۸

خط‌مشی‌های مرور

سیستم موجودی

مقدمه

در مدل‌های قطعی که در فصل‌های ابتدایی بررسی شد؛ فرض بر آن بود که مقدار سفارش (Q) در هر بار سفارش و همچنین فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی دارای مقادیر ثابتی باشد. اما طبق آنچه در فصل گذشته بدان اشاره شد قطعیت تقاضا در واقعیت به ندرت اتفاق می‌افتد و تقاضا به عنوان یک متغیر تحمیلی به سیستم، دارای رفتار غیرقطعی است. این عدم قطعیت می‌تواند به صورت‌های مختلف اتفاق بیوفتد که در این درس عدم قطعیت به صورت احتمالی مورد بررسی واقع می‌شود. عدم قطعیت تنها مربوط به تقاضای مشتری نیست و می‌تواند شامل مدت زمان تحویل (LT) نیز گردد که در فصل بعد مفصل توضیح داده خواهند شد.

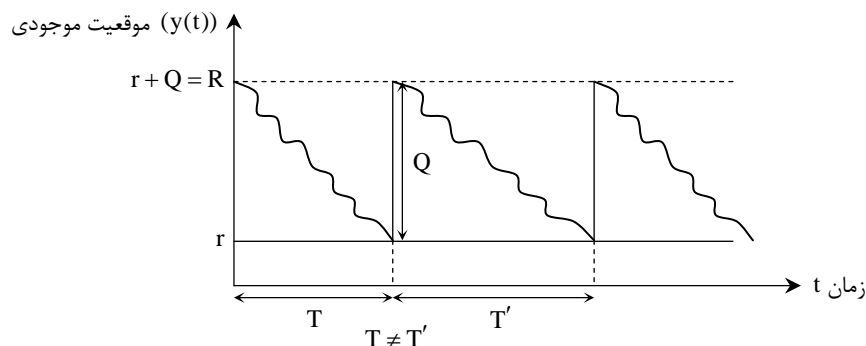
به طور خلاصه در خط مشی‌های سیستم موجودی چگونگی کسب اطلاعات راجع به موجودی و همچنین نوع و نحوه سفارش‌دهی مشخص می‌گردد. پس بنا به آنکه میزان سفارش در هر مرتبه و یا نحوه سفارش‌دهی (فاصله بین سفارش متوالی) یکسان باشد یا نباشد؛ می‌توان خط مشی‌های اصلی سیستم موجودی را به دو صورت زیر تعریف نمود:

- خط مشیء مرور دائم یا "FOS" (Fixed Order Size)

- خط مشیء مرور دوره‌ای یا "FOI" (Fixed Order Interval)

خط مشیء مرور دائم "FOS"

در این سیاست وضعیت موجودی در هر لحظه از زمان بررسی می‌گردد و به محض آنکه برابر و یا کمتر از نقطه سفارش (r) شود؛ به اندازه ثابت Q سفارش می‌دهیم. این سیاست، سیاست یا خط مشیء FOS یا مقدار ثابت سفارش یا سیاست (r, Q) نامیده می‌شود. به عبارتی آنچه در این سیاست برای ما مهم است، نقطه سفارش مجدد " r " و مقدار سفارش " Q " می‌باشند.

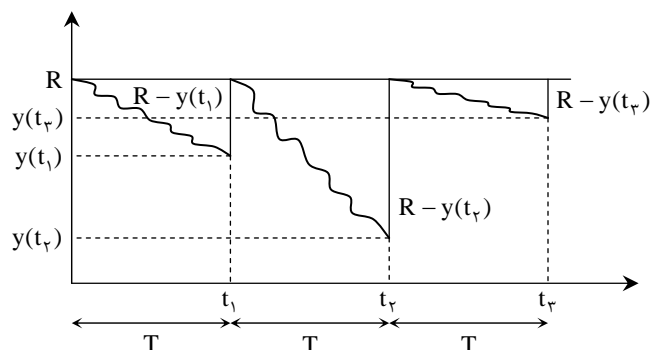


در نمودار ارایه شده موقعیت موجودی از سطح R شروع به مصرف می‌کند و بعد از گذشت مدت زمان T به سطح r می‌رسد و در این لحظه سفارشی به اندازه Q صادر می‌گردد و مجدداً موقعیت موجودی به سطح $(R = r + Q)$ می‌رسد. در مرتبه دوم بعد از گذشت مدت زمان T' ، مجدداً سفارشی به اندازه Q صادر می‌گردد که T لزوماً با T' برابر نیست. بنابراین در این سیستم سفارش‌دهی مقدار سفارش در هر مرتبه سفارش، ثابت است و فواصل زمانی بین سفارشات یکسان نیست. پس از همینجا به خاطر داشته باشید که در فصل آینده در مدل‌های احتمالی FOS، همواره سعی می‌کنیم تا روابط بر اساس Q باشند و هر کجا T داشتیم، آن را با $\frac{Q}{D}$ جایگزین می‌کنیم.

می‌توان گفت که چون در این سیستم در هر لحظه از زمان سیستم بررسی می‌شود؛ هزینه بررسی سیستم بالاست و بیشتر برای کالاهایی استفاده می‌شود که از حساسیت و اهمیت بالاتری برخوردارند. (اقلام گروه A در آنالیز ABC)

خط مشیء مرور دوره‌ای "FOI"

در این سیاست وضعیت موجودی در فواصل زمانی مشخص و یکسانی بررسی می‌گردد و در این فواصل آنقدر سفارش داده می‌شود که به بیشترین سطح موجودی (سقف موجودی) برسیم. بنابراین در این سیستم آنچه برای ما حائز اهمیت است فواصل بین دو سفارش متوالی و سقف موجودی (R) است که در این سیستم به دنبال تعیین مقادیر آنها هستیم. بنابراین این سیستم را (R, T) نیز می‌نامند.



در نمودار ارایه شده موقعیت موجودی از R شروع شده و در بازبینی اول (لحظه t_1) موقعیت موجودی به $y(t_1)$ می‌باشد. در این لحظه سفارشی به اندازه $Q_1 = R - y(t_1)$ صادر می‌گردد و موقعیت موجودی مجدد به سطح R می‌رسد این روند در تمام بازبینی‌های متوالی ادامه می‌یابد تا اینکه همواره در هر بازبینی موقعیت موجودی به R برسد. کاملاً مشخص است که میزان سفارش در هر مرتبه با یکدیگر برابر نیست و صرفاً فاصله زمانی بین بازبینی‌ها یکسان است. پس از همینجا به خاطر داشته باشید که در مدل‌های FOI همواره سعی می‌کنیم تا روابط بر اساس T باشند و هر کجا که Q داشتیم آن را با $D.T$ جایگزین می‌کنیم.

از آنجایی که در این سیستم در هر لحظه سیستم بررسی نمی‌گردد احتمال مواجه شدن با کمبود بیشتر است و بیشتر برای کالاهایی استفاده می‌شود که از حساسیت و اهمیت بالایی برخوردار نیستند. (اقدام گروه B یا C در آنالیز ABC)

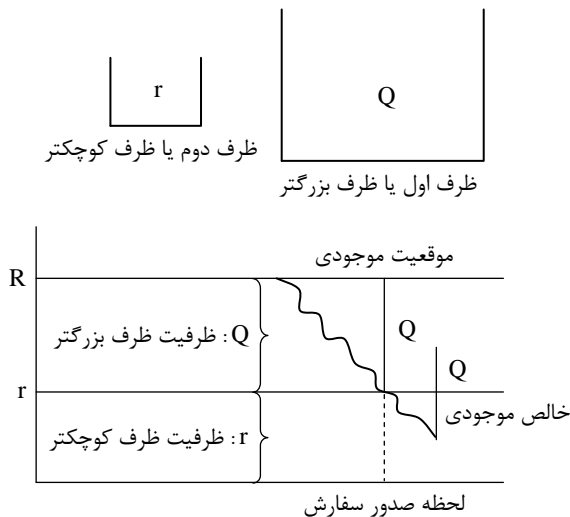
مقایسه مدل‌های FOI و FOS

۱. احتمال کمبود مورد انتظار در FOS کمتر از FOI است.
۲. ذخیره اطمینان در FOS کمتر از FOI است.
۳. مقدار کمبود و هزینه کمبود در FOS کمتر از FOI است.
۴. متوسط موجودی و در نتیجه هزینه نگهداری در FOS کمتر از FOI است.
۵. مقدار سفارش‌دهی در FOS کمتر از FOI است.
۶. سیستم FOI که در آن T برابر با صفر باشد، همان FOS می‌باشد.
۷. نقطه سفارش مجدد در FOI بیشتر از FOS است.

۸. برای کالاهای مهم از FOS استفاده می‌شود.
۹. اگر کالا گران باشد و به کنترل دقیق احتیاج داشته باشد از FOS استفاده می‌شود.
۱۰. هزینه اجرای FOS بیشتر از FOI است.
۱۱. برای اقلام گروه A از سیستم FOS و برای اقلام گروه‌های B و C از سیستم FOI استفاده می‌گردد.
۱۲. از آنجایی که در سیستم FOI، فاصله زمانی بین سفارش متوالی یکسان است؛ می‌توان کالا را به صورت بسته‌ای و سفارش همزمان داشت.

سیستم دو ظرفی؛ دوقفسه‌ای؛ (Two Bin Policy)

حالت کاربردی از FOS می‌باشد که انبار را به دو قسمت بزرگتر و کوچکتر تقسیم می‌کنند. ابتدا از ظرف بزرگتر مصرف می‌کنیم و به محض اینکه ذخیره ظرف بزرگتر تمام می‌شود به سراغ ظرف کوچکتر می‌رویم و دقیقاً در همین لحظه سفارش می‌دهیم و تا زمان رسیدن سفارش، از ظرف کوچکتر مصرف می‌کنیم. هنگامی که سفارش به دست ما می‌رسد، ابتدا ظرف کوچکتر را تکمیل کرده و سپس مقدار باقیمانده را در ظرف بزرگتر قرار می‌دهیم و دوباره شروع به مصرف می‌کنیم.



نکات:

- حجم ظرف بزرگتر ثابت و همواره برابر با مقدار سفارش اقتصادی Q_w می‌باشد.
- حجم ظرف کوچکتر برابر با سطح r در مدل FOS است.

- سیستم دوظرفی یک مدل FOS است و مزیت آن این است که احتیاج بررسی موجودی به صورت لحظه به لحظه نمی‌باشد و فقط ظرف دوم بررسی می‌شود.

نکته: همواره به خاطر داشته باشید که در مدل‌های FOI و FOS با موقعیت موجودی سروکار داریم و نمودارهای ترسیم شده موقعیت موجودی را نشان می‌دهند.

نکته: هنگامی که سفارش صادر می‌گردد؛ به علت وجود مدت زمان تحویل (L_T)، یک مدت زمانی می‌گذرد تا سفارش به دست ما برسد. به علت ماهیت احتمالی تقاضا فرض می‌کنیم میزان تقاضا در این مدت زمان L_T دارای μ_{DL} می‌باشد.

همچنین به علت مقابله با کمبود فرض می‌کنیم یک مقدار ذخیره احتیاطی به اندازه SS نیز در نظر می‌گیریم. بنابراین می‌توان گفت نقطه سفارش مجدد در مدل‌های FOS برابر است با:

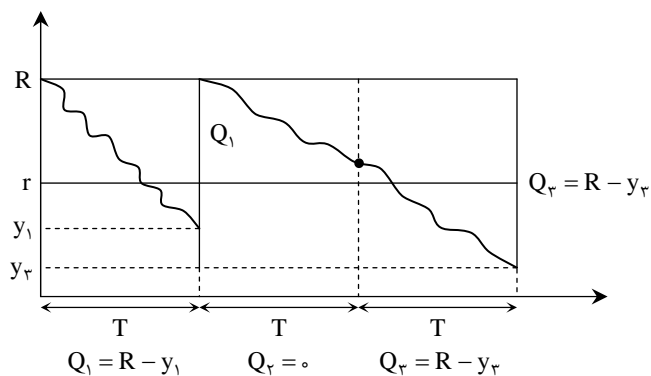
$$r = \mu_{DL} + SS$$

سیستم پارامتریک (T, r, R)

در این سیستم در زمان مرور موجودی یعنی T ، موقعیت موجودی را بررسی می‌کنیم. اگر $r \leq y \leq R$ باشد، اقدام به سفارش نمی‌کنیم و اگر $y \leq r$ باشد، آنقدر سفارش می‌دهیم تا به حداکثر سطح موجودی یعنی R برسیم.

نکات:

۱. در این سیستم ممکن است یک یا چند دوره بگذرد و سفارش ندهیم.
۲. برای کالاهای نوع B و C مناسب است.
۳. مقدار هر بار سفارش ممکن است تغییر کند.
۴. این سیستم حالت خاصی از مرور دوره‌ای است.
۵. اگر هزینه‌های ثبت سفارش ناچیز باشد، سیستم FOS مناسب است و در غیر این صورت سیستم (T, r, R) مناسب می‌باشد.
۶. ایراد آن سه پارامتری بودن آن است.



در نمودار ارایه شده در بازبینی اول چون موقعیت موجودی در سطح پایین‌تر از r قرار گرفته است؛ (سطح y_1) سفارشی به اندازه $(Q_1 = R - y_1)$ صادر می‌گردد تا سطح موقعیت موجودی به R برسد. در بازبینی دوم چون سطح موقعیت موجودی از r کمتر نیست سفارشی صادر نمی‌گردد. در بازبینی سوم سطح موقعیت موجودی به y_3 رسیده است و در نتیجه مجدداً سفارشی به اندازه $Q_3 = R - y_3$ صادر می‌شود تا مجدداً به سطح R برسیم. بنابراین ممکن است در این سیستم دوره‌ای بگذرد و سفارشی صادر نگردد.

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

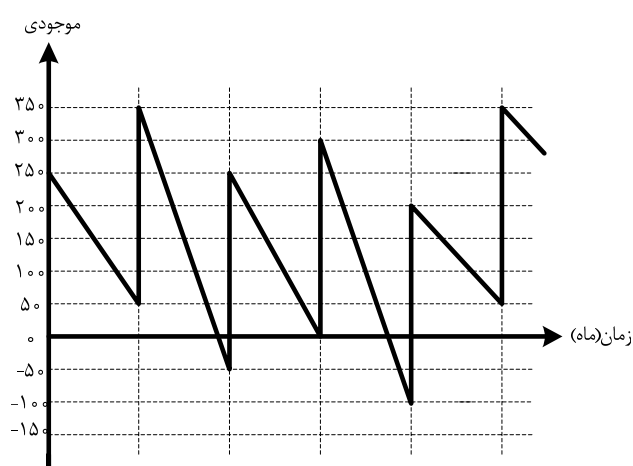
۱. تمام عبارات زیر دلایل استفاده از سیستم مرور دوره‌ای است به جز:

(سراسری ۷۲)

- (۱) سیاست‌های تشویقی فروشنده
- (۲) هم گروه کردن اقلام سفارش برای پایین آوردن هزینه حمل و نقل
- (۳) مرور سطح موجودی به صورت دوره‌ای تا به صورت دائم
- (۴) مقدار ذخیره ایمنی (Safety Stock) کمتری نسبت به سیستم مرور دائم را دارا است.

۲. شکل زیر وضعیت موجودی و سفارش‌دهی را طی چند پرپود نشان می‌دهد، به نظر شما این وضعیت

(سراسری ۸۳)



- از کدام مدل تبعیت می‌کند؟
- (۱) دوره ثابت سفارش
 - (۲) دوره ثابت سفارش وقتی که کمبود موجودی مجاز است.
 - (۳) مقدار سفارش ثابت وقتی کمبود موجودی مجاز است.
 - (۴) دوره ثابت سفارش که هر بار تعداد ثابتی سفارش داده می‌شود.

۳. در مدل یک دوره‌ای تصادفی که هزینه سفارش‌دهی قابل ملاحظه است اگر R_0 مقدار بهینه کالا پس

از سفارش بدون در نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی حالت مرسوم باشد، مقدار بهینه سفارش با در

(سراسری ۸۶)

نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی؛ ...

- (۱) اگر R_0 بیش‌تر از موجودی در دست باشد نسبت به حالت مرسوم تغییر نخواهد کرد.
- (۲) اگر R_0 کم‌تر از موجودی در دست باشد بیش‌تر از حالت مرسوم نخواهد بود.
- (۳) در هر صورت احتمال مواجه شدن با کسری وقتی هزینه سفارش‌دهی قابل ملاحظه است بزرگ‌تر یا مساوی حالتی است که این هزینه لحاظ نمی‌شود.
- (۴) موارد ۲ و ۳ صحیح است.

۴. کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۶)

- (۱) در سیستم FOS همیشه متوسط موجودی بیش‌تر از سیستم FOI است.
- (۲) در یک سیستم FOS با دریافت تدریجی، موجودی اطمینان بیش‌تری برای یک سطح خدمت مشخص لازم خواهد بود.
- (۳) در سیستم FOI همیشه حداکثر موقعیت موجودی کم‌تر از سیستم FOS با شرایط مشابه است.
- (۴) برای سطح خدمت مشخص در سیستم FOS با دریافت تدریجی، موجودی اطمینان کم‌تری نسبت به سیستم FOI با شرایط مشابه لازم خواهد بود.

۵. در خط‌مشی (r, Q) یا FOS اگر مدت تحویل برای محصول طولانی‌تر شود آنگاه: (سراسری ۸۶)

- (۱) میانگین موجودی در دست برای محصول کم‌تر می‌شود.
- (۲) میانگین موجودی در دست برای محصول فرقی نمی‌کند.
- (۳) میانگین موجودی در دست برای محصول بستگی به مقدار سفارش دارد.
- (۴) میانگین موجودی در دست برای محصول بیشتر می‌شود.

۶. در یک سیستم انبار محض روش کنترل (Periodic Review (r, R, T)) اعمال می‌گردد. اگر y_k

سطح خالص انبار در بازنگری k ام باشد، آنگاه مقدار سفارش در این بازنگری چقدر است؟ (سراسری ۸۹)

$$Q_k = \begin{cases} 0 & y_k \geq r \\ R - r & y_k < r \end{cases} \quad (۲) \quad Q_k = \begin{cases} 0 & y_k \geq r \\ R - y_k & y_k < r \end{cases} \quad (۱)$$

$$Q_k = \begin{cases} 0 & y_k \geq r \\ R - y_k & y_k < 0 \end{cases} \quad (۴) \quad Q_k = \begin{cases} 0 & y_k > 0 \\ R & y_k < 0 \end{cases} \quad (۳)$$

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۴ ☹️

در سیستم مرور دائم به این دلیل که عملاً هر لحظه موجودی در حال بررسی است پس احتمال برخورد به کمبود کاهش می‌یابد اما در سیستم مرور دوره‌ای احتمال کمبود افزایش یافته پس برای اینکه به سطح خدمت یکسانی پاسخگو باشیم باید ذخیره اطمینان را در سیستم مرور دوره‌ای بیشتر از مرور لحظه‌ای قرار دهیم پس گزینه ۴ قطعاً غلط است.

۲. گزینه ۴ ☺️

اگر به نمودار دقت کنیم متوجه می‌شویم که مقدار سفارش در هر بار سفارش یک مقدار ثابتی و همچنین فاصله‌ی زمانی هر بار سفارش یکسان است. پس گزینه ۴ کامل‌ترین گزینه می‌باشد.

۳. گزینه ۴ ☺️

در صورتی که R کمتر از موجودی در دست باشد، در هر صورت سفارش صورت نمی‌گیرد ولی اگر R از موجودی در دست بیشتر باشد، مقدار بهینه سفارش با در نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی و بدون در نظر گرفتن آن ممکن است متفاوت باشد، از طرفی با توجه به هزینه سفارش‌دهی ممکن است مقداری کمتر از حالت مرسوم سفارش دهیم و در نتیجه احتمال مواجه شدن با کسری بیشتر از حالت مرسوم خواهد بود.

۴. گزینه ۴ ☺️

طبق توضیحات سوال یک مشخص است که گزینه ۴ صحیح می‌باشد. اما به طور کلی داریم:

سیستم FoI	سیستم FoS	
<		احتمال کمبود مورد انتظار
<		ذخیره اطمینان
<		مقدار کمبود و هزینه کمبود
<		متوسط موجودی
<		مقدار سفارش‌دهی
>		هزینه ثبت موجودی
<		نقطه سفارش مجدد

اگر دقت کنیم در هر حالت به جز هزینه ثبت موجودی سیستم FoI بیشتر از سیستم FoS می‌باشد.

☺ گزینه ۴

در صورت افزایش L با توجه به فرمول، روی ذخیره اطمینان (SS) تأثیر می‌گذارد ($SS = k_p \sigma_{D_L}$) پس باعث افزایش SS می‌شود به طبع مقدار $SS + \bar{I} = \frac{Q}{\gamma}$ نیز افزایش می‌یابد.

☺ گزینه ۱

اگر سطح خالص انبار از مقدار r کمتر باشد به اندازه‌ای سفارش می‌دهیم که به سقف موجودی یعنی R برسیم. پس به مقدار $R - y_k$ سفارش می‌دهیم.

$$Q_k = \begin{cases} 0 & y_k \geq r \\ R - y_k & y_k < r \end{cases}$$

فصل ۹

مدل های احتمالی

الف) مدل‌های احتمالی ساده با خط مشی FOS یا (Q و r)

مقدمه

فرضیات مدل مانند مدل EOQ می‌باشد با این تفاوت که کمبود جایز است و تقاضا به صورت احتمالی و ساکن می‌باشد و خط مشی مرور سیستم موجودی به صورت FOS می‌باشد.

هدف این مدل تعیین مقدار سفارش بهینه و نقطه سفارش بهینه می‌باشد (Q^* , r^*)

سطح خدمت: قابلیت پاسخگویی به تقاضای مشتری می‌باشد و برابر است با اینکه در یک دوره با کمبود روبرو نشویم. به عبارتی سطح خدمت در مقابل سطح ریسک قرار دارد و سطح ریسک برابر است با احتمال اینکه در یک دوره با کمبود روبرو شویم.

بر طبق آنچه در فصل هفتم گفته شد هنگامی با کمبود مواجه می‌شویم که میزان تقاضا بیشتر از مقدار در دست ما بعد از صدور سفارش باشد. در مدل‌های FOS (مرور دائم) زمانی که سطح موجودی به r برسد سفارش صورت می‌گیرد، پس چطور امکان دارد که بخواهیم در این سیستم‌ها به کمبود بخوریم؟ نکته آن جایی است که در این سیستم‌ها با موقعیت موجودی کار می‌کنیم و چنانچه میزان تقاضا در مدت زمان تحویل (از زمانی که سفارش صادر شده تا زمانی که سفارش به دست ما برسد) بیشتر از مقدار r گردد؛ ما با کمبود مواجه می‌شویم. به عبارتی اگر میزان تقاضا در مدت زمان تحویل از مقدار r بیشتر گردد سیستم با کمبود مواجه می‌شود. همچنین می‌دانیم که این تقاضا ماهیت احتمالی دارد.

بنابر آنچه که گفته شد سطح خدمت برابر است با $P = P(D_L \leq r) = F_{D_L}(r)$ و طبیعتاً احتمال کمبود برابر است با آنکه میزان تقاضا در مدت زمان تحویل از r بیشتر گردد.

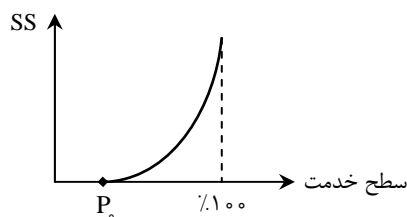
$$\alpha = P(D_L > r) = 1 - P \quad \boxed{P = 1 - \alpha}$$

۳۰۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

همانگونه که در فصل دوم اشاره شد SS بیانگر ذخیره اطمینان یا ذخیره احتیاطی است و طبیعی است که در مدل‌های احتمالی جهت جوابگویی به نوسانات تقاضا در مدت زمان تحویل تعریف می‌گردد و مقدار این SS در تعامل بین هزینه کمبود و نگهداری سالیانه تعریف می‌گردد.

نکته: اگر مقدار SS افزایش یابد، هزینه نگهداری افزایش و هزینه کمبود کاهش می‌یابد و برعکس.

نکته: نمودار رابطه بین ذخیره اطمینان و سطح خدمت به صورت زیر می‌باشد:



با توجه به نمودار برای افزایش سطح خدمت باید میزان موجودی اطمینان را افزایش دهیم. برای رسیدن به سطح خدمت ۹۹.۹۹٪ میزان موجودی اطمینان به سمت ∞ می‌رود که صرفه اقتصادی ندارد. بنابراین منطقی است که مقداری برای سطح خدمت لحاظ می‌گردد و سپس بر اساس آن موجودی اطمینان تعیین می‌گردد.

نکته: در صورت افزایش هزینه نگهداری هر واحد کالا ترجیح می‌دهیم موجودی اطمینان کمتری نگه داریم. از طرفی با افزایش هزینه‌های کمبود هر واحد موجودی، باعث افزایش موجودی اطمینان برای مقابله با کمبود می‌گردد و طبعاً افزایش میزان نوسان تقاضا و سطح خدمت نیز همین نتیجه را دربر دارد.

$$\begin{array}{ll} \downarrow SS \leftarrow \uparrow h & \uparrow SS \leftarrow \uparrow \text{نوسان تقاضا} \\ \uparrow SS \leftarrow \uparrow P & \uparrow SS \leftarrow \uparrow \pi \end{array}$$

نکته: احتمال کمبود همان طور که بیان شد برابر با احتمال آن است که میزان تقاضا در مدت زمان تحویل از مقدار r بیشتر شود. حال می‌خواهیم بدانیم که این میزان r چقدر تعیین گردد تا با این کمبود مواجه نشویم. به عبارتی مقدار r را می‌خواهیم تعیین کنیم. از آنجایی که تقاضا در مدت زمان تحویل (D_L) دارای ماهیت احتمالی است فرض می‌کنیم که دارای میانگین μ_{D_L} می‌باشد. همچنین منطقی است که یک مقدار ذخیره احتیاطی (SS) نیز مدنظر گرفته شود؛ بنابراین مقدار r برابر است با:

$$r = \mu_{D_L} + SS \rightarrow SS = r - \mu_{D_L}$$

نکته: احتمال یک پیشامد برابر است با تعداد حالات رخ دادن آن پیشامد به تعداد کل حالات؛ از این تعریف می‌توانیم برای محاسبه α یا احتمال کمبود نیز استفاده کنیم؛

$$1 - P = \alpha = \frac{\text{متوسط تعداد دوره های کمبود در سال}}{\text{متوسط تعداد دوره ها در سال}} = \frac{N_b}{N} = \frac{N_b}{\frac{D}{Q}} = \frac{N_b}{\frac{\mu_D}{Q}} = N_b \times \frac{Q}{D}$$

بعد از معرفی مفاهیم و نکات کلی به معرفی پارامترها و متغیرهای مدل می‌پردازیم؛

D : متغیر تصادفی تقاضا در سال؛

μ_D : میانگین تقاضا در سال؛

σ_D : انحراف معیار تقاضا در سال؛

D_L : متغیر تصادفی تقاضا در مدت زمان تحویل؛

μ_{D_L} : میانگین تقاضا در مدت زمان تحویل؛

σ_{D_L} : انحراف معیار تقاضا در مدت زمان تحویل؛

P : سطح خدمت؛ سطح اطمینان؛

متغیرهای مدل:

Q : مقدار سفارش

Q^* : مقدار سفارش بهینه

r : نقطه سفارش

r^* : نقطه سفارش بهینه

SS : ذخیره اطمینان؛ ذخیره احتیاطی

تذکره: در حل سؤالات مربوط به سیستم FOS روند حل کلی سؤالات به این شکل است که ابتدا

α را به دست می‌آوریم و سپس P را به دست می‌آوریم؛ ($P = 1 - \alpha$) و بعد از آن می‌توانیم مقدار

r را محاسبه کنیم.

اولین جایی که تابع توزیع تجمعی از مقدار P بزرگتر می‌شود $\rightarrow F_{D_L}(r) \geq P$

۳۱۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

مثال: میانگین مصرف کالایی در سال ۱۸۰۰۰ واحد با هزینه هر بار سفارش ۲۰۰ تومان، هزینه نگهداری سالیانه هر واحد ۵ تومان در زمان انتظار تحویل کالا (Lead Time) برابر با ۲ روز و به طور ثابت موجود می‌باشد؛ اگر مصرف این کالا به صورت یک متغیر تصادفی و احتمال کمبود کالا در هر دوره برابر ۱۲/۵ درصد باشد، در این صورت با توجه به جدول زیر مقدار ذخیره ایمنی (اطمینان) برابر است با:

۹۰	۸۰	۷۰	۶۰	۵۰	۴۰	۳۰	تقاضا در زمان L_T
۰/۰۲۵	۰/۱	۰/۲	۰/۳۵	۰/۲	۰/۱	۰/۰۲۵	احتمال وقوع

(۱) ۱۰ واحد (۲) ۳۰ واحد (۳) ۲۵ واحد (۴) ۲۰ واحد

حل: گزینه ۱ صحیح است.

$$\alpha = 12/5 = 0.125 \rightarrow P = 0.875$$

$$F_{D_L}(r) \geq 0.875 \rightarrow 0.025 + 0.1 + 0.2 + 0.35 + 0.2 = 0.875 \rightarrow r = 70$$

$$r = \mu_{D_L} + ss \rightarrow ss = r - \mu_{D_L} = 70 - 60 = 10$$

لازم به ذکر است مقدار μ_{D_L} از امید ریاضی همان جدول بالا به دست آمده است.

$$\mu_{D_L} = \sum x p(X=x) = 30 \times 0.025 + 40 \times 0.1 + 50 \times 0.2 + \dots + 90 \times 0.025 = 60$$

هر چند تابع توزیع حول نقطه ۶۰ متقارن است و نیازی به محاسبه μ_{D_L} نیست.

مثال: توزیع احتمالی تقاضا در مدت زمان تحویل به صورت زیر است. در چه نقطه‌ای بایستی

سفارش داده شود تا اینکه با احتمال ۰/۸۵ کمبود موجودی پیش نیاید؟

۳۴	۳۳	۳۲	۳۱	۳۰	تقاضا در زمان تحویل
۰/۱۵	۰/۱۸	۰/۱۹	۰/۳۱	۰/۱۷	احتمال وقوع

(۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$P = 0.85 \Rightarrow P(D_L < r) \geq 0.85$$

$$0.17 + 0.31 + 0.19 + 0.18 = 0.85$$

↓
۳۳

نکته: نقطه سفارش مجدد نقطه‌ای است که اگر تقاضای ما در مدت زمان تحویل از آن بیشتر شود، با کمبود

مواجه می‌شویم و چنانچه تقاضا از آن کمتر باشد، موجودی در دست خواهیم داشت، به عبارتی

کمبود \rightarrow r \leftarrow موجودی در دست

حال چنانچه بخواهیم میزان این کمبود را تعیین کنیم می‌توان نوشت:

$\bar{b}(r)$: متوسط مقدار کمبود در دوره؛

$\bar{B}(r)$: متوسط مقدار کمبود در سال؛

و مقدار کمبود دهم زمانی رخ می‌دهد که تقاضا از r بیشتر باشد؛

تقاضا پیوسته $\bar{b}(r) = \int_r^{\infty} (D_L - r) f_{D_L}(D) dD$

تقاضا گسسته $\bar{b}(r) = \sum_{D_L=r}^{\infty} (D_L - r) P(D_L = D)$

برای به دست آوردن $\bar{B}(r)$ کافیت $\bar{b}(r)$ را در N (تعداد دوره‌ها) ضرب کنیم؛ $(N = \frac{D}{Q})$

$$\bar{B}(r) = \frac{D}{Q} \bar{b}(r)$$

که چون در سیستم FOS هستیم مقدار Q ثابت است و مشکلی نداریم و مقدار D هم که احتمالی

است و به جای آن μ_D استفاده می‌کنیم.

مفهوم: هنگامی که با احتمال کمبود هر یک از مقادیر (و یا سطح خدمت) سروکار داریم؛ مقداری که از r بیشتر هستند؛ مقداری هستند که با کمبود مواجه شده‌اند و بیشتر احتمال کمبود در نظر است و شاید به مقدار آنها خیلی توجهی نشود. بنابراین نیاز هست تا به روشی بتوانیم این تعداد تقاضا و یا به عبارتی درصد تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند را نیز مشخص کنیم؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{درصد تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند} = \frac{\bar{b}(r)}{Q} = \frac{\bar{B}(r)}{D}$$

اگر صورت و مخرج $\frac{\bar{b}(r)}{Q}$ را در یک $N = \frac{1}{T}$ ضرب کنیم؛ $\frac{\bar{B}(r)}{D}$ به دست می‌آید.

مثال: تقاضای سالیانه برای محصولی ۱۰۰۰ واحد و مقدار سفارش این محصول ثابت و برابر با

۱۰۰ واحد است. اگر مدیریت متوسط تعداد دفعات کمبود در سال را برابر با ۲ انتخاب کرده باشد

و تقاضا در طی مدت زمان تحویل متغیری تصادفی با توزیع احتمالی به شرح جدول زیر باشد،

آنگاه میانگین کمبود سالیانه محصول چقدر است؟

X تقاضا	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰
P(X) احتمال وقوع	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲

(۴) ۲۰ واحد

(۳) ۱۴ واحد

(۲) ۴ واحد

(۱) ۲ واحد

تعاریف زیر را در ذهن داشته باشید:

$$N_b = 2$$

$$\alpha = \frac{N_b}{N} = \frac{N_b}{\frac{D}{Q}} = \frac{2}{\frac{1000}{100}} = 0.2$$

N : تعداد دوره‌ها در یک سال؛

N_b : تعداد دوره‌هایی در یک سال که به کمبود می‌خوریم؛

T : دوره؛ مدت زمان بین دو سفارش متوالی؛

T_b : دوره کمبود؛ مدت زمان بین دو کمبود متوالی؛

مقدار α برابر با 0.2 می‌باشد؛ یعنی مقدار $r = 130$ است که اگر تقاضا برابر با 140 باشد با احتمال 0.2 با کمبود روبرو می‌شویم.

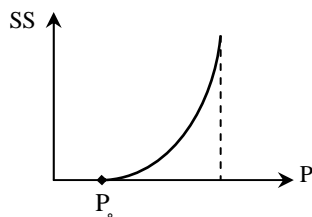
$$\bar{B}(r) = N\bar{b}(r)$$

$$\bar{b}(r) = (140 - 130) \times 0.2 = 2, \quad \bar{B}(r) = \frac{1000}{100} \times 2 = 20.$$

و گزینه ۴ صحیح است.

نکته: هر اندازه مقدار r بیشتر شود احتمال کمبود کمتر می‌شود و در نتیجه سطح خدمت افزایش می‌یابد. در نتیجه می‌توان گفت سطح خدمت (p) و r با یکدیگر رابطه مستقیم دارند؛ یعنی می‌توان گفت حداقل سطح سرویس در کمترین مقدار r اتفاق می‌افتد. همچنین می‌دانیم که $r = \mu_{DL} + ss$ است. میانگین تقاضا در مدت زمان تحویل است که مقداری مشخص است. بنابراین کمترین میزان r در $ss = 0$ اتفاق می‌افتد که موجب حداقل سطح سرویس می‌شود.

شکل روبرو که پیش‌تر اشاره شد؛ مبین همین مطلب است.



بنابراین حداقل سطح خدمت در $r = \mu_{DL}$ اتفاق می‌افتد. ($r = \mu_{DL}$)؛ با توجه به این نکته می‌توان گفت در توزیع‌های متقارن حداقل سطح سرویس برابر با $\frac{1}{4}$ خواهد بود.

$$P = P(D_L < r) = P(D_L < \mu_{DL} + \overset{\circ}{SS}) = P(D_L < \mu_{DL}) = \frac{1}{4}$$

تاکنون در مدل‌ها و مسائل بررسی شده معمولاً مقادیر α یا P در صورت سؤال به عنوان اطلاعات مسأله ارائه شده و جزء داده‌های مسأله بوده است. اما چنانچه بخواهیم مقادیر بهینه آنها را تعیین کنیم، مانند قبل تابع هزینه‌ها را نوشته و از مشتق استفاده می‌کنیم.

بنابراین روند حل به این صورت است که از تابع هزینه نسبت به r و Q مشتق گرفته و مقادیر r^* و Q^* را به دست می‌آوریم. ضمناً هر کجا که نیاز به استفاده از D بود، از μ_D (میانگین تقاضا) استفاده می‌کنیم.

$$\bar{b}(r) = \int_r^\infty (D - r) f_{D_L}(D) dD$$

$$ss = r - \mu_{D_L}$$

$$k(Q, r) = \frac{AD}{Q} + h\left(\frac{Q}{r} + ss\right) + \pi \underbrace{\frac{D}{Q} \bar{b}(r)}_{\text{متوسط کمبود در یک سال } \bar{B}(r)}$$

و هزینه‌ها برابر است

$$\frac{\partial k(Q, r)}{\partial Q} = -\frac{AD}{Q^2} + \frac{h}{r} - \frac{\pi D}{Q^2} \times \bar{b}(r)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{rD(A + \pi \bar{b}(r))}{h}}$$

$$\frac{\partial k(Q, r)}{\partial r} = h - \frac{\pi D}{Q} \int_r^\infty f_{D_L}(D) dD = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \int_r^\infty f_{D_L}(D) dD &= \frac{hQ}{\pi D} \\ P(D_L > r) &= \frac{hQ}{\pi D} \end{aligned} \right\} \alpha^* = \frac{hQ^*}{\pi D} \quad 1 - P = \frac{hQ^*}{\pi D}$$

نکته‌ای که باید به آن توجه کرد آن است که در اینجا روابط به دست آمده نشان می‌دهند که خود α به Q^* وابسته است و همچنین در خود Q^* ، $\bar{b}(r)$ را داریم. به عبارتی ما می‌خواهیم مقدار بهینه α^* را تعیین کنیم تا بتوانیم P را تعیین و سپس با استفاده از رابطه $F_{D_L}(r) = P$ مقدار r را تعیین کنیم؛ در حالی که خود Q^* وابسته به r است. پس الگوریتم حل به این صورت است که ابتدا $\bar{b}(r)$ را برابر با صفر در نظر می‌گیریم تا Q^* تعیین شود و بعد α و سپس P به دست می‌آیند و بعد از تعیین مقدار r مجدداً Q^* محاسبه می‌گردد تا بعد از آن α و P به دست آیند و r محاسبه گردد. این چرخه تا آنجا ادامه می‌یابد که مقادیر α و Q به مقادیر یکسانی همگرا شوند.

👉 **توجه:** به طور کلی در سؤالات به دنبال یافتن α (و به دنبال آن P) هستیم تا بتوانیم r را تعیین کنیم. مقدار α به یکی از سه صورت زیر در سؤالات مطرح می‌شود و می‌توانیم میزان r را تعیین کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{صورت سؤال (داده مسأله)} \\ \alpha \rightarrow \frac{N_b}{N} \\ \alpha \rightarrow \frac{hQ}{\pi D} \text{ (در شرایط تقاضای پس افت)} \end{array} \right\} \rightarrow P = 1 - \alpha \rightarrow F_{D_L}(r) \geq P$$

$$r = \mu_{D_L} + ss$$

نکته: سطح خدمت روی Q^* تأثیرگذار است. افزایش سطح خدمت باعث کاهش Q^* و افزایش r^* می‌گردد.

$$P \uparrow \Rightarrow ss \uparrow \Rightarrow r \uparrow$$

$$P \uparrow \Rightarrow (1 - P) \downarrow \Rightarrow \bar{b}(r) \downarrow \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{rD(A + \pi \bar{b}(r))}{h}} \downarrow$$

نکته: افزایش و کاهش A و h تأثیری بر روی $\bar{b}(r)$ ندارد ولی روی N_b ، T_b و $\bar{B}(r)$ تأثیر دارد. آنالیز حساسیت‌های زیر را می‌توان ارائه داد.

$$\bar{B}(r) = \frac{D}{Q} \bar{b}(r) \Rightarrow B(r) \sim \frac{1}{Q}$$

$$1 - P = \frac{N_b}{N} = \frac{N_b}{\frac{D}{Q}} = \frac{N_b Q}{D} \Rightarrow 1 - P = \text{cte} \Rightarrow Q \sim \frac{1}{N_b}$$

$$T_b = \frac{1}{N_b} \Rightarrow Q \sim T_b$$

$$A \uparrow \rightarrow Q \uparrow \Rightarrow \begin{cases} \downarrow B(r) \\ \downarrow N_b \\ \uparrow T_b \end{cases} \quad h \uparrow \rightarrow Q \downarrow \Rightarrow \begin{cases} \uparrow B(r) \\ \uparrow N_b \\ \downarrow T_b \end{cases}$$

نکته: همواره می‌توان گفت: $\bar{I} = \frac{Q}{\gamma} + ss$

تاکنون فرض بر آن بوده است که کسری به صورت تقاضای پس افت می‌باشد؛ حال اگر کسری به صورت فروش از دست رفته باشد، می‌توان گفت که ترجیح ما بر آن است که تا جای ممکن با کمبود مواجه نشویم. همچنین به طور متوسط انتظار داریم در یک دوره به اندازه $\bar{b}(r)$ کمبود داشته باشیم. بنابراین می‌توان گفت ذخیره احتیاطی در این حالت به اندازه $\bar{b}(r)$ از حالت کمبود به صورت تقاضای

پس افت بیشتر است؛ به عبارتی $ss = r - \mu_{D_L} + \bar{b}(r)$ ؛ ضمناً نکته‌ای که در این حالت بایستی مد نظر قرار گیرد آن است که D_L نمی‌تواند از r بزرگتر باشد؛ چون موجودی خالص منفی می‌شود که بر خلاف فروش از دست رفته است. مانند حالت قبل هزینه‌ها را نوشته و مجدداً نسبت به Q و r مشتق می‌گیریم.

$$k(Q, r) = \frac{D}{Q} A + h \left(\frac{Q}{\gamma} + ss \right) + \pi \bar{b}(r) \frac{D}{Q}$$

$$\frac{\partial k(Q, r)}{\partial Q} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{\gamma D(A + \pi \bar{b}(r))}{h}}$$

$$\frac{\partial k(Q, r)}{\partial r} = 0 \Rightarrow \underbrace{1 - P}_{\alpha} = \frac{hQ^*}{\pi D + hQ^*}$$

طبیعی است که چون معمولاً کمبود به صورت فروش از دست رفته برای ما مهم‌تر است و ترجیح بر آن است که با این نوع کمبود مواجه نشویم؛ سعی می‌کنیم احتمال مواجه با کمبود کمتر شود. به عبارتی در حالت فروش از دست رفته مقدار Q^* تغییری نکرده است؛ ولی مقادیر ss و سطح خدمت تغییر کرده است.

حالت خاص:

۱. مدل احتمالی ساده با خط مشی FOS در حالتی که تقاضا در مدت زمان تحویل دارای توزیع نرمال باشد:

$$D_L \sim N(\mu_{D_L}, \sigma_{D_L}^2)$$

$$P = P(D_L \leq r) = P\left(\frac{D_L - \mu_{D_L}}{\sigma_{D_L}} \leq \frac{r - \mu_{D_L}}{\sigma_{D_L}}\right) = 1 - \alpha$$

$$\frac{r - \mu_{D_L}}{\sigma_{D_L}} = Z_{\alpha} \rightarrow \boxed{r = \mu_{D_L} + Z_{\alpha} \sigma_{D_L}}$$

۲. مدل احتمالی ساده با خط مشی FOS در حالتی که تقاضا در مدت زمان تحویل دارای توزیع نمایی با پارامتر λ باشد:

$$\begin{cases} X \sim \text{Exp}(\lambda) \\ E(X) = \frac{1}{\lambda} \\ P(X > a) = e^{-\lambda a} \\ P(X < a) = F_X(a) = 1 - e^{-\lambda a} \end{cases}$$

$$D_L \sim \text{Exp}(\lambda) \quad , \quad \mu_{D_L} = \frac{1}{\lambda}$$

$$F_{D_L}(r) = P(D_L \leq r) = P = 1 - e^{-\lambda r} \Rightarrow e^{-\lambda r} = 1 - P$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین ln می‌گیریم}} -\lambda r = \ln(1 - P) \Rightarrow r = \frac{\ln(1 - P)}{-\lambda}$$

$$r = \mu_{D_L} + ss \rightarrow ss = r - \mu_{D_L} \rightarrow ss = \frac{\ln(1 - P)}{-\lambda} - \frac{1}{\lambda}$$

$$\rightarrow \begin{cases} ss = \frac{-1}{\lambda} (\ln(1 - P) + 1) \\ ss = \frac{-1}{\lambda} (\ln \alpha + 1) \end{cases}$$

همان گونه که اشاره شد حداقل سطح سرویس زمانی رخ می‌دهد که $ss = 0$ باشد؛ به عبارتی:

$$ss = 0 \rightarrow \frac{-1}{\lambda} (\ln \alpha + 1) = 0 \Rightarrow \ln \alpha = -1 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = e^{-1} \\ \alpha = \frac{1}{e} \end{cases}$$

بنابراین حداقل سطح سرویس (P_{\min}) برابر است با:

$$P = 1 - \alpha \Rightarrow \boxed{P_{\min} = 1 - e^{-1}}$$

۳. توزیع تقاضا در مدت زمان تحویل از توزیع یکنواخت پیروی کند:

$$D_L \sim U(a, b)$$

$$\mu_{D_L} = \frac{a+b}{2} \quad \sigma_{D_L}^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$P = F_{D_L}(r) = \frac{r-a}{b-a} = P \Rightarrow r = P(b-a) + a$$

نکته: گاهی تابع توزیع تقاضا در مدت زمان تحویل به صورت یک نمودار داده می‌شود. این نمودار یا بر حسب $f_D(D)$ و یا $F_D(D)$ می‌باشد. در حالت تجمعی به راحتی بر اساس سطح خدمت می‌توان r و μ_{D_L} را به دست آورد.

اگر نمودار بر حسب $f_D(D)$ باشد بهتر است با استفاده از تابع و فرمول‌بندی r و μ_{D_L} را به دست آورد و یا با استفاده از سطح زیر نمودار به مقدار r رسید.

نکته: در حالتی که مدت زمان تحویل نیز دارای توزیع احتمالی باشد، خواهیم داشت:

D: متغیر تصادفی تقاضا در سال با میانگین μ_D و واریانس σ_D^2 ؛

L: متغیر تصادفی مدت زمان تحویل با میانگین μ_L و واریانس σ_L^2 ؛

D_L : متغیر تصادفی تقاضا در مدت زمان تحویل با میانگین μ_{D_L} و واریانس $\sigma_{D_L}^2$ ؛

در این حالت داریم:

$$\mu_{D_L} = \mu_D \times \mu_L$$

$$\sigma_{D_L} = \sqrt{\mu_D^2 \times \sigma_L^2 + \mu_L^2 \times \sigma_D^2}$$

در حال خاص اگر تقاضا در مدت زمان تحویل نرمال باشد داریم:

$$ss = Z_\alpha \sigma_{D_L} = Z_\alpha \cdot \sqrt{\mu_D^2 \times \sigma_L^2 + \mu_L^2 \times \sigma_D^2}$$

$$r = \mu_{D_L} + Z_\alpha \sigma_{D_L} = \mu_{D_L} + Z_\alpha \cdot \sqrt{\mu_D^2 \times \sigma_L^2 + \mu_L^2 \times \sigma_D^2}$$

اثبات: در صورتی که متغیر تصادفی y را به صورت مجموع N متغیر تصادفی نوشت؛ به طوری که N خود یک متغیر تصادفی باشد:

$$y = \sum_{i=1}^N X_i$$

$$E(y) = E(N) \times E(X_i) \quad , \quad \text{var}(y) = E^2(X_i) \text{var}(N) + E(N) \text{var}(X_i)$$

نکته اشاره شده را می‌توان در ۲ حالت D ثابت و قطعی و یا L ثابت و قطعی باشد؛ بررسی نمود.

حالت ۱: D متغیر تصادفی تقاضا در سال با میانگین μ_D و واریانس σ_D^2 و L به صورت ثابت و قطعی باشد؛

طبیعی است که هرگاه L به صورت قطعی و ثابت باشد؛ آنگاه $\mu_L = L$ و $\sigma_L^2 = 0$ می‌باشد.

$$\mu_{D_L} = L \times \mu_D \quad , \quad \sigma_{D_L} = \sqrt{L} \sigma_D$$

* طبیعی است که اگر در رابطه اصلی به جای μ_L ، L و σ_L را با صفر جایگزین کنیم به روابط فوق می‌رسیم.

و در حالتی که توزیع تقاضا نرمال باشد داریم:

$$\begin{cases} ss = Z_\alpha \sqrt{L} \sigma_D \\ r = L \times \mu_D + Z_\alpha \sqrt{L} \sigma_D \end{cases}$$

حالت ۲: L متغیر تصادفی با میانگین μ_L و واریانس σ_L^2 و D ثابت و قطعی باشد؛ طبیعی است که هرگاه D ثابت و قطعی باشد، $\mu_D = D$ و $\sigma_D^2 = 0$ می‌باشد.

$$\mu_{DL} = D \times \mu_L, \quad \sigma_{DL} = D \sigma_L$$

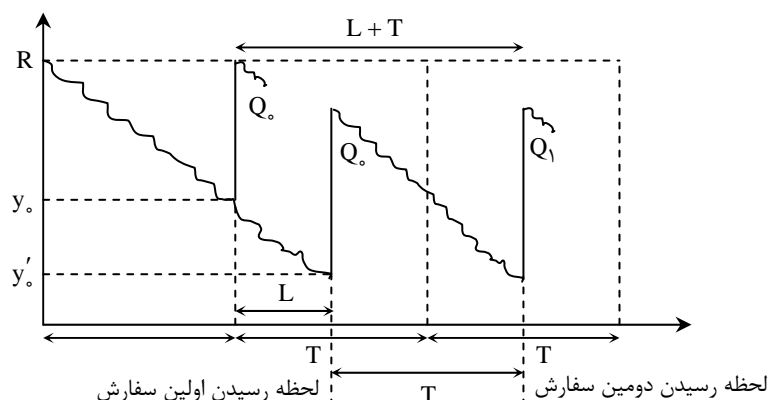
و در حالتی که توزیع L نرمال باشد، داریم:

$$\begin{cases} ss = Z_\alpha D \sigma_L \\ r = D \mu_L + Z_\alpha D \sigma_L \end{cases}$$

ب) مدل‌های احتمالی ساده با خط‌مشیء FOI؛ (R, T)

فرضیات مدل مانند مدل EOQ است با این تفاوت که کمبود مجاز است و تقاضا به صورت احتمالی و ساکن می‌باشد و خط‌مشیء مرور سیستم موجودی به صورت مرور دوره‌ای یا FOI می‌باشد. هدف از این مدل تعیین مقدار سقف موجودی بهینه و فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی بهینه می‌باشد؛ یعنی تعیین مقادیر بهینه R^* و T^* ؛

در مدل FOS مقدار سفارش در هر بار برابر با مقدار ثابت Q بود و در مدل ارائه شده سعی بر آن بود تا هر کجا به مقدار T نیاز است از رابطه $\frac{Q}{D}$ استفاده کنیم و همچنین به علت ماهیت احتمالی D نیز از μ_D استفاده می‌کردیم. در مدل FOI مقدار سفارش در هر مرتبه یکسان نیست و فاصله بین دو سفارش متوالی (T) یکسان است؛ پس در این مدل سعی بر آن است تا از T استفاده گردد. در مدل FOS در صورتی که مقدار r از تقاضا در مدت زمان تحویل بیشتر بود با کمبود مواجه نمی‌شویم و به عبارتی سطح خدمت را نیز بر همین اساس تعریف کردیم که میزان تقاضا در مدت زمان تحویل از مقدار r کمتر باشد؛ حال می‌خواهیم این میزان را در مدل FOI تعریف کنیم و ببینیم که در این مدل در چه صورتی با کمبود مواجه می‌شویم. برای این منظور توضیحات زیر ارائه می‌گردد تا این مفهوم به آسانی روشن گردد.



همان طور که در شکل مشخص است موجودی از سطح R شروع به مصرف می‌شود و سیستم در فواصل زمانی ثابتی بررسی می‌گردد. در اولین بازنگری سیستم به اندازه Q واحد سفارش داده می‌شود تا سطح موجودی به R برسد. اما همانگونه که پیش‌تر نیز اشاره شد؛ این نمودار موقعیت موجودی است و تا لحظه رسیدن این سفارش یک مدت زمانی (مدت زمان تحویل) طول می‌کشد. فرض کنید بعد از گذشت این مدت زمان (L) سفارش به دست ما رسیده و سطح خالص موجودی به اندازه Q افزایش می‌یابد. طبیعی است که در این مدت زمان از موجودی در دست استفاده می‌شود و سطح موجودی از مقدار y پایین‌تر می‌آید. (مثلاً به سطح y' می‌رسد) از لحظه رسیدن این سفارش تا لحظه رسیدن سفارش بعدی که خود به اندازه یک دوره (T) طول می‌کشد از مقدار موجودی در دست استفاده می‌گردد.

اگر به موقعیت موجودی در لحظه صدور اولین سفارش دقت کنیم می‌بینیم که به سطح R رسیده است و این میزان R واحد موجودی باید برای یک دوره کامل (T) و مدت زمان تحول (L) کافی باشد. به عبارتی اگر میزان تقاضا در مدت زمان ($L + T$) از میزان R کمتر باشد ما با کمبود موجودی مواجه نخواهیم شد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P = P(D_{L+T} \leq R) = F_{D_{L+T}}(R)$$

$$1 - P = \alpha = P(D_{L+T} > R) = 1 - F_{D_{L+T}}(R)$$

به طور خلاصه می‌توان گفت در این مدل همه چیز مانند قبل است و فقط به جای L از $(L + T)$ و به جای r از R استفاده می‌کنیم. یعنی مثلاً تقاضا در مدت زمان تحویل (D_L) تبدیل می‌شود به تقاضا در مدت زمان تحول و دوره یعنی D_{L+T} و از آنجایی که مقدار Q ثابت نیست، هر کجا که Q داشتیم با $D \times T$ جایگزین می‌کنیم؛ چون در اینجا برای ما دوره سفارش مهم است و نه مقدار سفارش.

نکته: برای محاسبه سطح خدمت می‌توان از راه‌های زیر استفاده کرد.

۱. از قبل و توسط مدیریت تعیین شده است و جزء اطلاعات مسأله است.

۲. می‌توان از رابطه زیر و از $P = 1 - \alpha$ آن را محاسبه کرد.

$$\alpha = \frac{N_b}{N} = \frac{N_b}{\frac{1}{T}} = N_b \times T, \quad T_b = \frac{1}{N_b}$$

۳. می‌توان تابع هزینه را نوشت و از آن نسبت به T مشتق گرفته با T بهینه مقدار سطح خدمت

$$(1 - P = N_b \times T) \text{ را محاسبه کرد.}$$

الگوریتم حل مدل و نکات مربوط به آن:

ابتدا تابع هزینه را نوشته و از آن نسبت به T و R مشتق گرفته و مقدار T^* را به دست می‌آوریم. فقط بایستی دقت شود که تابع هزینه را بر اساس T می‌نویسیم یعنی:

$$k(R, T) = \frac{A}{T} + h \frac{DT}{\gamma} + h \cdot ss + \pi \frac{b(R)}{T} + CD$$

در تابع هزینه ارائه شده عبارات $\frac{A}{T}$ هزینه سفارش‌دهی؛ $(h \frac{DT}{\gamma} + hss)$ هزینه نگهداری؛ $\pi \frac{b(R)}{T}$ هزینه کمبود و CD برابر با هزینه خرید می‌باشد.

$b(R)$ هم برابر متوسط کمبود در دوره است که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

از تابع هزینه نسبت به T مشتق می‌گیریم و داریم:

$$T^* = \sqrt{\frac{\gamma(A + \pi \bar{b}(R))}{hD}}, \quad 1 - P = \alpha = \frac{hQ}{\pi D} = \frac{h}{\pi} T$$

که همانند آنچه در مدل FOS توضیح داده شد؛ ابتدا $\bar{b}(R)$ برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود و اصطلاحاً T^* تخمینی را محاسبه می‌کنیم.

$$T^* = \sqrt{\frac{\gamma A}{hD}}$$

نکات:

- سطح خدمت بر اساس رابطه زیر به دست می‌آید:

$$1 - P = N_b \cdot T \rightarrow P = 1 - N_b T$$

- می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} 1 - P = \frac{h}{\pi} T \\ 1 - P = N_b T \end{cases} \rightarrow \frac{h}{\pi} = N_b$$

- مقدار سقف موجودی بر طبق روابط زیر به دست می‌آید:

$$F_{D_{L+T}}(R) = P \quad \text{تحت شرایط پیوسته}$$

$$F_{D_{L+T}}(R) \geq P \quad \text{تحت شرایط گسسته}$$

- مقدار ذخیره اطمینان برابر است با:

$$R = \mu_{D_{L+T}} + ss \rightarrow ss = R - \mu_{D_{L+T}}$$

- متوسط مقدار کمبود در دوره و سال و درصد تقاضاهایی که با کمبود روبروست برابر است با:

$$b(R) = \int_R^{\infty} (D_{L+T} - R) f_{D_{L+T}}(D) dD \quad \text{پیوسته}$$

$$b(R) = \sum_{D_{L+T}=R}^{\infty} (D_{L+T} - R) P(D_{L+T} = D) \quad \text{گسسته}$$

مقدار کمبود در دوره

- متوسط کمبود در سال:

$$\bar{B}(R) = N \bar{b}(R) \rightarrow \bar{B}(R) = \frac{b(R)}{T}$$

- درصد تقاضاهایی که با کمبود روبرو می‌شوند:

$$\frac{b(R)}{D.T} = \frac{B(R)}{D}$$

- متوسط موجودی در دست برابر است با:

$$\bar{I} = \frac{D.T}{\gamma} + ss$$

مدل احتمالی ساده با خط‌مشی FOI در حالتی که تقاضا در مدت زمان تحویل بعلاوه یک دوره سفارش دارای توزیع نرمال باشد:

$$D_{L+T} \sim N(\mu_{D_{L+T}}, \sigma_{D_{L+T}}^2)$$

$$P = P(D_{L+T} \leq R) = P\left(\frac{D_{L+T} - \mu_{D_{L+T}}}{\sigma_{D_{L+T}}} \leq \frac{R - \mu_{D_{L+T}}}{\sigma_{D_{L+T}}}\right) = P\left(\frac{D_{L+T} - \mu_{D_{L+T}}}{\sigma_{D_{L+T}}} \leq Z_{\alpha}\right)$$

☞ یادآوری: Z_{α} نقطه‌ای از توزیع Z است که احتمال سمت راست آن α و احتمال سمت چپ آن $(1 - \alpha)$ است.

$$\left. \begin{aligned} \frac{R - \mu_{D_{L+T}}}{\sigma_{D_{L+T}}} = Z_{\alpha} &\rightarrow R = \mu_{D_{L+T}} + Z_{\alpha} \sigma_{D_{L+T}} \\ R &= \mu_{D_{L+T}} + ss \end{aligned} \right\} ss = Z_{\alpha} \sigma_{D_{L+T}}$$

نکته: در صورتی که مدت زمان تحویل (L) دارای توزیع احتمالی باشد، خواهیم داشت:

D: متغیر تصادفی در سال با میانگین μ_D و واریانس σ_D^2

L: متغیر تصادفی مدت زمان تحویل با میانگین μ_L و واریانس σ_L^2

D_{L+T} : متغیر تصادفی در مدت زمان تحویل با میانگین $\mu_{D_{L+T}}$ و واریانس $\sigma_{D_{L+T}}^2$

✎ یادآوری:

$$\begin{cases} E(X + a) = E(X) + a \\ \text{var}(X + a) = \text{var}(X) \end{cases}$$

بنابراین می‌توان گفت:

$$\mu_{L+T} = \mu_{L+T} \quad , \quad \sigma_{L+T} = \sigma_L$$

و رابطه را به طور ساده‌تر نوشت:

$$\mu_{D_{L+T}} = \mu_D \times \mu_{L+T} \rightarrow \mu_{D_{L+T}} = \mu_D \times (\mu_{L+T})$$

$$\sigma_{D_{L+T}} = \sqrt{\mu_D^2 \times \sigma_{L+T}^2 + \mu_{L+T}^2 \times \sigma_D^2} \rightarrow \sigma_{D_{L+T}} = \sqrt{\mu_D^2 \times \sigma_{L+T}^2 + (\mu_{L+T})^2 \times \sigma_D^2}$$

و در شرایطی که توزیع تقاضا در مدت زمان تحویل نرمال باشد؛ داریم:

$$ss = Z_\alpha \sigma_{D_{L+T}}$$

$$ss = Z_\alpha \sqrt{\mu_D^2 \times \sigma_{L+T}^2 + \mu_{L+T}^2 \times \sigma_D^2} \rightarrow ss = Z_\alpha \sqrt{\mu_D^2 \times \sigma_{L+T}^2 + (\mu_{L+T})^2 \times \sigma_D^2}$$

$$R = \mu_{D_{L+T}} + Z_\alpha \sigma_{D_{L+T}}$$

می‌توان در حالت کلی زیر را استخراج کرد؛

حالت ۱: D متغیر تصادفی تقاضا در سال با میانگین μ_D و واریانس σ_D^2 و L ثابت و قطعی باشد.

می‌دانیم وقتی که L ثابت و قطعی است $\mu_{L+T} = L + T$ و $\sigma_{L+T}^2 = 0$ می‌باشد؛ پس می‌توان نوشت:

$$\mu_{D_{L+T}} = (L + T)\mu_D \quad , \quad \sigma_{D_{L+T}} = \sqrt{L + T} \sigma_D$$

و در شرایطی که توزیع تقاضا نرمال باشد داریم:

$$ss = Z_\alpha \sqrt{L + T} \sigma_D$$

$$R = (L + T)\mu_D + Z_\alpha \sqrt{L + T} \sigma_D$$

حالت ۲: L متغیر تصادفی در سال با میانگین μ_L و واریانس σ_L^2 و D ثابت و قطعی باشد. می‌دانیم

وقتی که D ثابت و قطعی است $\mu_D = D$ و $\sigma_D^2 = 0$ می‌باشد؛ پس می‌توان نوشت:

$$\mu_{D_{L+T}} = D \times (\mu_{L+T}) \quad , \quad \sigma_{D_{L+T}} = D \sigma_L$$

و در شرایطی که ما دارای توزیع نرمال باشد، داریم:

$$ss = Z_\alpha D \sigma_L$$

$$R = D(\mu_{L+T}) + Z_\alpha D \sigma_L$$

نکته: چنانچه کمبود به صورت فروش از دست رفته در نظر گرفته شود؛ (همانند آنچه در مدل FOI گفته شد) مقدار T^* بهینه تغییر نخواهد کرد؛ اما می‌خواهیم احتمال مواجه شدن با کمبود کمتر گردد.

$$T^* = \sqrt{\frac{\gamma(A + \pi b(R))}{hD}} \quad , \quad \alpha = \frac{hT}{\pi + hT}$$

مقایسه بین مدل‌های احتمالی

	مقایسه	FOS	FOI
حداکثر موقعیت موجودی		$r+Q$	R
حداقل موقعیت موجودی		r	معلوم نیست
متوسط موجودی در دست	$<$	$\frac{Q}{\gamma} + ss_{FOS}$	$\frac{DT}{\gamma} + ss_{FOI}$
موجودی اطمینان	$<$	ss_{FOS}	ss_{FOI}
موجودی اطمینان در حالت نرمال	$<$	$Z_{\alpha} \sigma_{D_L}$	$Z_{\alpha} \sigma_{D_{L+T}}$
کل هزینه نگهداری سالیانه	$<$	$h(\frac{Q}{\gamma} + ss_{FOS})$	$h(\frac{DT}{\gamma} + ss_{FOI})$
کل هزینه کمبود سالیانه	$<$	$\pi B(r)$	$\pi B(R)$

نکته: در مدل‌های احتمالی وقتی L کاهش می‌یابد، ss کاهش می‌یابد و در نتیجه هزینه‌های نگهداری و به دنبال آن کل هزینه‌های سیستم کاهش می‌یابد. حال چنانچه مدل قطعی شود ($\sigma = 0$)؛ تغییر L تأثیری در هزینه‌ها ندارد و حالت‌های FOI و FOS یکسان خواهند شد.

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. مقدار سفارش هر بار محصولی ثابت و برابر ۲۴۰ تن است. مدت تحویل (فاصله زمانی از موقع سفارش دادن تا رسیدن محصول به انبار) یک ماه است. توزیع احتمالی تقاضای این محصول در طی مدت تحویل در جدول زیر داده شده است:

تقاضا در مدت تحویل (به تن)	۶۰	۸۰	۱۰۰	۱۲۰	۱۴۰	۱۶۰
احتمال	۰/۲	۰/۲	۰/۳	۰/۱	۰/۱	۰/۱

اگر نقطه سفارش (موقعیت موجودی در موقع سفارش دادن) این محصول برابر با ۱۲۰ تن باشد، آنگاه میانگین مقدار کل کمبود این محصول در سال برابر است با:

(۱) ۳۰ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۲. توزیع احتمالی محصولی در طی مدت تحویل در جدول زیر آمده است، مقدار سفارش این محصول ثابت است.

تقاضا در مدت تحویل (به تن)	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰	۱۷۰
احتمال	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲

اگر موجودی اطمینان (Safety Stock) این محصول ۲۰ تن باشد، آنگاه نقطه سفارش برابر است با:

(۱) ۱۵۰ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۱۷۰

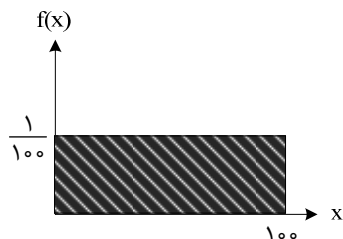
۳. تعداد هر بار سفارش محصولی ثابت است. مدت تحویل تصادفی و دارای توزیع نرمال با میانگین ۴۰ روز و انحراف معیار ۲ روز است. نرخ تقاضای این محصول ثابت و برابر ۲۰ واحد در روز است. اگر سطح خدمت (احتمال نداشتن کمبود در هر دور سفارش) مورد نظر برای این محصول ۹۰ درصد باشد (توجه: اگر x دارای توزیع نرمال استاندارد باشد آن وقت $P\{x \leq 1/28\} = 0/9$ است). آنگاه موجودی اطمینان این محصول برابر است با:

(۱) ۵۱/۲ (۲) ۲۵/۶ (۳) ۴۲/۵۶ (۴) ۱۲/۸

۴. محصولی هر سه ماه یک بار سفارش داده می‌شود. مدت تحویل این محصول یک ماه است. توزیع تقاضای این محصول در طی مدت t (به ماه) نرمال با میانگین $100t$ و انحراف معیار $10\sqrt{t}$ است. اگر سطح خدمت (احتمال نبودن کمبود در هر دور سفارش) این محصول ۹۰ درصد باشد، آنگاه حداکثر موقعیت موجودی این محصول عبارت است از (توجه: اگر x دارای توزیع نرمال استاندارد باشد آنگاه $P\{x \leq 1/28\} = 0/9$ است).

(۱) ۱۲۵/۶ (۲) ۴۲۵/۶ (۳) ۱۱۲/۸ (۴) ۳۱۲/۸

۵. توزیع احتمالی تقاضای محصولی در طی مدت تحویل (Lead Time) یکنواخت بوده و چگالی آن به شکل زیر است.



روش سفارش‌دهی این محصول روش مقدار سفارش ثابت (Fixed Order Size) بوده، مقدار سفارش در هر بار ۴۰ واحد و متوسط مصرف سالیانه این محصول ۴۰۰ واحد است. اگر قرار باشد در هر دور سفارش احتمال کمبود (کسری) مواد برابر ۱۰ درصد باشد:

مقدار موجودی اطمینان برابر است با: (سراسری ۷۲)

(۱) ۹۰ واحد (۲) ۵۰ واحد (۳) ۴۰ واحد (۴) ۳۰ واحد

۶. حداقل موقعیت موجودی (Inventory Position) این محصول برابر است با: (سراسری ۷۲)

(۱) ۴۰ واحد (۲) ۵۰ واحد
(۳) ۹۰ واحد (۴) مقداری بین ۵۰ تا ۹۰ واحد

۷. درصد مشتریانی که با کمبود روبه رو می‌شوند برابر است با: (سراسری ۷۲)

(۱) ۱۰ درصد (۲) ۵ درصد (۳) ۲/۵ درصد (۴) ۱/۲۵ درصد

۸. میانگین تعداد دوره‌های سفارش که در یک سال در آنها کمبود رخ می‌دهد برابر است با: (سراسری ۷۲)

(۱) عددی بین ۰ تا ۰/۵ (۲) عددی بین ۰/۵ تا ۱/۵
(۳) عددی بین ۱/۵ تا ۲/۵ (۴) عددی بین ۲/۵ تا ۱۰

توزیع تقاضای محصولی در طی مدت تحویل (Lead Time) آن در جدول زیر داده شده است.

x به تن	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
f(x)	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵

روش سفارش‌دهی این محصول روش مقدار سفارش ثابت (Fixed Order Size) بوده و مقدار هر بار سفارش برابر ۲۰ تن است. متوسط تقاضای سالیانه این محصول ۴۰۰ تن است. موجودی اطمینان این محصول برابر ۳ تن انتخاب شده است.

۹. احتمال وجود کمبود در هر دور سفارش برابر است با: (سراسری ۷۲)

- (۱) ۵ درصد (۲) ۱۰ درصد (۳) ۱۵ درصد (۴) ۲۰ درصد

۱۰. متوسط مقدار کمبود در هر دور سفارش برابر است با: (سراسری ۷۲)

- (۱) ۰/۳ تن (۲) ۰/۲۵ تن (۳) ۰/۱۵ تن (۴) ۰/۰۵ تن

۱۱. متوسط مواد در دست (موجودی در انبار) برابر است با: (سراسری ۷۲)

- (۱) ۲۳ تن (۲) ۱۳ تن (۳) ۱۱/۵ تن (۴) ۲۱/۵ تن

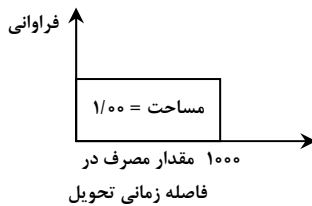
۱۲. متوسط مقدار کمبود در سال برابر است با: (سراسری ۷۲)

- (۱) ۱ واحد (۲) ۳ واحد (۳) ۵ واحد (۴) ۶ واحد

۱۳. توزیع تقاضا در فاصله زمانی تحویل (Lead Time) برای یک کالا دارای تابع توزیع چگالی یکنواخت

(Uniform) مطابق شکل است. برای اینکه ۸۰٪ (۸۰ درصد) مطمئن باشیم که هنگام تقاضای کالا با کسری

مواجه نخواهیم شد، به عبارت دیگر برای اینکه سطح اطمینان از موجودی کالا ۸۰٪ باشد باید: (سراسری ۷۴)



(۱) نقطه سفارش کالا برابر با ۸۰۰ باشد.

(۲) مقدار ذخیره کالا برابر با ۲۰۰ باشد.

(۳) نقطه سفارش کالا برابر با ۲۰۰ باشد.

(۴) مقدار ذخیره کالا برابر با ۸۰۰ باشد.

۱۴. در یک سیستم کنترل موجودی به صورت دو ظرفی (Double-bin)، شامل یک ظرف بزرگ و یک

ظرف کوچک در کنار هم، ظرفیت ظرف کوچک‌تر برابر است با: (سراسری ۷۴)

- (۱) مقدار اقتصادی سفارش کالا (۲) میانگین مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل
(۳) نقطه سفارش کالا (۴) مقدار اقتصادی ذخیره

۱۵. مصرف روزانه کالایی ثابت و برابر ۵ واحد، اما مدت تحویل (Lead time) این کالا دارای توزیع

نرمال با متوسط ۲ و واریانس ۵۷/۰ هفته است. نقطه سفارش مجدد این کالا جهت سطح

خدمت‌دهی ۹۰ درصد برابر است با: (هر هفته ۶ روز و ۰/۹) $P(Z \leq 1/28) = 0/9$ (سراسری ۷۴)

- (۱) ۳۱ واحد (۲) ۸۹ واحد (۳) ۶۵ واحد (۴) ۷۵ واحد

۱۶. مصرف سالیانه کالایی ۱۰۰۰ واحد و هزینه سفارش‌دهی آن برابر ۱۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد ۵ تومان در سال می‌باشد. مصرف این کالا دارای نرخ ثابت اما مدت تحویل (Lead time) متغیری تصادفی بوده به طوری که مصرف در طول مدت تحویل (D_L) بر اساس اطلاعات موجود به صورت جدول زیر می‌باشد.

D_L	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰	۵۵
$P(D = D_L)$	۰/۰۸	۰/۱۳	۰/۱۷	۰/۲۶	۰/۱۸	۰/۰۸	۰/۰۷	۰/۰۳

نقطه سفارش مجدد و مقدار ذخیره احتیاطی جهت سطح خدمت ۹۷٪ برابر است با: (سراسری ۷۴)

(۱) ۵۰ و ۱۵ (۲) ۵۰ و ۲۵ (۳) ۵۰ و ۲۰ (۴) ۴۰ و ۳۵

۱۷. در ارتباط با اطلاعات تست ۱۶، هزینه‌های نگهداری ذخیره اطمینان سالیانه جهت سطح خدمت ۹۷٪ برابر است با: (سراسری ۷۴)

(۱) ۱۰۰۰ تومان (۲) ۱۱۰۰ تومان (۳) ۵۵۰ تومان (۴) ۷۵ تومان

۱۸. میانگین تقاضا در مدت تحویل محصولی ۹۰ واحد و توزیع احتمالی تقاضای محصول در طی مدت تحویل آن در جدول زیر داده شده است. متوسط تقاضای سالیانه این محصول ۵۰۰ واحد و مقدار هر بار سفارش آن ثابت و برابر ۵۰ واحد است.

X	۸۰	۸۵	۹۰	۹۵	۱۰۰	۱۰۵
$P\{X = \text{تقاضا در مدت تحویل}\}$	۰/۳	۰/۲	۰/۰۵	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱

قرار است سطح خدمت (میزان اطمینان از موجودی) طوری انتخاب شود که احتمال کمبود در موقع دریافت هر بار سفارش ۲۵٪ (۲۵ درصد) باشد. موجودی اطمینان (Safety stock) این محصول برابر است با: (سراسری ۷۴)

(۱) ۵ واحد (۲) ۱۰ واحد (۳) بین ۵ تا ۱۰ واحد (۴) از ۱۰ واحد بیشتر

۱۹. با توجه به اطلاعات تست ۱۸، به طور متوسط چه مدت زمان طول می‌کشد تا در یکی از دوره‌های سفارش کمبود رخ دهد. (سراسری ۷۴)

(۱) ۲/۵ سال (۲) ۱/۶ سال (۳) ۰/۴ سال (۴) ۱/۴ سال

۲۰. با توجه به اطلاعات تست ۱۸، مقدار متوسط کل کمبود در هر سال چقدر است؟ (سراسری ۷۴)

(۱) ۱۵ واحد (۲) ۱۷/۵ واحد (۳) ۱/۵ واحد (۴) ۱/۷۵ واحد

۲۱. با توجه به اطلاعات تست ۱۸، درصد مشتریانی که با کمبود موجودی روبرو می‌شوند، چقدر است؟
(۱) ۱۴/۵ درصد (۲) ۱۵ درصد (۳) ۲۵ درصد (۴) ۳/۵ درصد (سراسری ۷۴)

۲۲. از کالایی هر T ماه به اندازه‌ای سفارش می‌دهیم که به حداکثر سطح موجودی خود (E) برسد. اگر نرخ تقاضای ماهیانه این کالا (D) به صورت یک متغیر تصادفی و زمان انتظار تحویل آن (L (Lead Time) به صورت ثابت باشد در این صورت میانگین موجودی در طول دوره برابر است با: (سراسری ۷۵)

$$\begin{aligned} (۱) \quad E - \frac{D \times T}{2} - D \times L \\ (۲) \quad E - \frac{D \times T + D \times L}{2} \\ (۳) \quad \frac{D \times T + D \times L}{2} \\ (۴) \quad E - \frac{D \times T}{2} + D \times L \end{aligned}$$

۲۳. تقاضای سالیانه کالایی به صورت تابع نرمال با میانگین ۸۰۰۰ واحد و انحراف معیار ۱۰۰۰ واحد است. L (Lead Time) زمان انتظار تحویل کالا به صورت ثابت و نیم ماه می‌باشد. اگر سطح سرویس این کالا ۹۵٪ باشد، نقطه سفارش مجدد برابر است با: (اعداد رند شده‌اند). (سراسری ۷۵)

$$P(Z \leq 1/64) = 0/95$$

(۱) ۶۹۷ (۲) ۳۳۳ (۳) ۸۰۶ (۴) ۶۶۹

۲۴. تقاضای هفتگی کالایی به صورت ثابت و ۵ واحد می‌باشد. توزیع زمان انتظار (Lead Time) به صورت جدول زیر می‌باشد. اگر سطح سرویس این کالا ۹۸٪ باشد، در این صورت نقطه سفارش مجدد برابر است با: (سراسری ۷۵)

زمان انتظار تحویل (L)	۳	۴	۵	۶	۷	(۲) ۳۰	(۱) ۲۵
P(L)	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۲۵	۰/۱	۰/۰۵	(۴) ۲۰	(۳) ۱۵

۲۵. در یک سیستم ساده دو ظرفی برای کنترل موجودی اطلاعات زیر در دست است:
تابع توزیع مصرف در فاصله زمانی تحویل (Lead Time) مطابق تابع چگالی زیر و لازم است سطح اطمینان از موجودی برابر ۸۵٪ (۰/۸۵) باشد. در این صورت ظرف کوچک تر باید ظرفیتی نزدیک‌تر به کدام یک از اعداد زیر داشته باشد؟ (سراسری ۷۵)



- (۱) ۴۱
(۲) ۲۰
(۳) ۱۰
(۴) ۳۳/۵

۲۶. مصرف روزانه کالایی ثابت و برابر ۱۰ واحد، اما پیش زمان تأمین این کالا (Lead Time) متغیر و بر اساس جدول زیر می‌باشد. مقدار سفارش این کالا ثابت و برابر ۴۰۰ واحد است. در صورتی که هزینه نگهداری هر واحد ۲ تومان در سال و کل هزینه‌های نگهداری برابر ۴۸۰ تومان در سال باشد، نقطه سفارش مجدد این کالا برابر است با: (سراسری ۷۵)

پیش زمان	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
احتمال	۰/۰۵	۰/۰۷	۰/۱۵	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱۲	۰/۱	۰/۰۸	۰/۰۵	۰/۰۳

(۱) ۴۰ واحد (۲) ۱۲۰ واحد (۳) ۱۱۰ واحد (۴) ۸۰ واحد

۲۷. مقدار مصرف کالایی در فاصله زمانی تحویل احتمالی بوده و تابع توزیع آن نزدیک به تابع نرمال است. سیاست سفارشات بر اساس نقطه سفارش (Order Point) است (کنترل موجودی مقداری یا سفارشات مستمر) برای اطمینان از موجودی باید مقداری کالا به صورت ذخیره اطمینان (Safety Stock) یا (Buffer) در انبار باشد. داریم:

سطح اطمینان از موجودی = A ، میانگین مصرف در فاصله زمانی تحویل = \bar{r} ، انحراف معیار (انحراف استاندارد) در مصرف در فاصله زمانی تحویل = S ، مقدار ذخیره اطمینان به کدام یک از عوامل زیر بستگی دارد؟ (سراسری ۷۶)

- (۱) A, S (۲) S, \bar{r} (۳) A, S, \bar{r} (۴) A, \bar{r}

۲۸. سرعت تقاضای یک کالا به صورت متغیر تصادفی می‌باشد که برای سفارش آن از سیستم دو ظرفی (Two Bin) استفاده می‌شود. مقدار موجودی ظرف دوم در لحظه دریافت سفارش جدید برابر است با: (سراسری ۷۶)

- (۱) نصف ظرف اول (۲) به اندازه نقطه سفارش مجدد (۳) صفر (۴) مقدارش نامعلوم است.

۲۹. سرعت تقاضای ماهانه کالایی به صورت یک متغیر تصادفی است که میانگین مصرف ماهانه آن برابر ۵۰ واحد می‌باشد و این کالا را هر ماهه سفارش می‌دهیم. اگر فاصله زمانی تحویل این کالا سه ماه و ذخیره ایمنی آن برابر ۵۰ واحد باشد، در این صورت میانگین سطح موجودی برابر است با: (سراسری ۷۶)

(۱) ۲۵۰ واحد (۲) ۲۰۰ واحد (۳) ۱۵۰ واحد (۴) ۲۲۵ واحد

۳۳۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۳۰. در سیستم نقطه سفارش (سفارشات مستمر یا کنترل موجودی مقداری) با افزایش یافتن هزینه‌های سفارش در صورتی که سطح خدمت‌دهی (سطح اطمینان موجودی) ثابت باشد، مقدار کمبود این کالا در سال:

(۱) کاهش می‌یابد. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) ثابت باقی می‌ماند. (۴) قابل پیش‌بینی نیست.

۳۱. اگر سطح خدمت‌دهی (احتمال مواجه نشدن با کمبود) کالایی افزایش یابد، کدامیک از گزاره‌های زیر صحیح می‌باشد؟

(۱) نقطه سفارش مجدد و مقدار سفارش اقتصادی افزایش اما مقدار ذخیره احتیاطی (اطمینان) ثابت باقی می‌ماند.

(۲) نقطه سفارش مجدد و مقدار ذخیره احتیاطی (اطمینان) ثابت اما مقدار سفارش اقتصادی افزایش می‌یابد.

(۳) نقطه سفارش مجدد و مقدار ذخیره احتیاطی (اطمینان) و مقدار سفارش اقتصادی هر سه افزایش می‌یابد.

(۴) نقطه سفارش مجدد و مقدار ذخیره احتیاطی افزایش می‌یابد و اما مقدار سفارش اقتصادی ثابت باقی می‌ماند.

۳۲. طول دوره سفارش T (فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی) برای محصولی ثابت و برابر ۱ ماه انتخاب شده است. مدت تحویل (Lead Time) این محصول ۳ ماه است. توزیع تقاضای این محصول در طی هر ماه متغیر تصادفی با توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ واحد و انحراف معیار ۲۰ واحد است. قرار است سطح خدمت این محصول طوری انتخاب شود که احتمال کمبود در موقع دریافت سفارش ۵ درصد باشد.

(توجه: برای متغیر تصادفی نرمال واحد (استاندارد)، U، داریم $P\{U < 1.65\} = 0.95$)

متوسط موجودی این محصول به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟

(۱) ۱۷۵ (۲) ۲۶۵ (۳) ۱۲۵ (۴) ۱۱۶ (سراسری ۷۷)

۳۳. در یک سیستم سفارش‌دهی به صورت نقطه سفارش (کنترل موجودی نقطه‌ای) با افزایش یافتن مقدار سفارش اقتصادی:

(۱) متوسط کمبود در سال کاهش می‌یابد.

(۲) مقدار ذخیره احتیاطی (اطمینان) افزایش می‌یابد.

(۳) احتمال مواجه شدن با کمبود کاهش می‌یابد.

(۴) مصرف کالا در طول پیش‌زمان (Lead Time) کاهش می‌یابد.

۳۴. در سیستم‌های سفارشات دوره‌ای (یا دوره ثابت سفارش یا Periodic Review Order)، مقدار هر بار سفارش (Q)، از فرمول زیر تعیین می‌شود:

$$Q = Q_m - Q_e$$

که در این فرمول، Q_m ، مقدار ماکزیمم و Q_e ، مقدار موجودی در لحظه صدور سفارش است. در مورد Q_m کدامیک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (سراسری ۷۷)

- (۱) در هر دوره، حداقل در یک لحظه، موجودی به Q_m می‌رسد.
- (۲) در هیچ موردی مقدار موجودی به Q_m نخواهد رسید.
- (۳) معمولاً موجودی به Q_m نمی‌رسد، مگر آنکه مصرف در فاصله زمانی تحویل برابر با صفر باشد.
- (۴) به محض دریافت کالای سفارش شده، موجودی به Q_m می‌رسد.

۳۵. در سیستم مرور دوره‌ای (دوره ثابت سفارش) میزان حداکثر موجودی (در شرایطی که موجودی ذخیره صفر باشد)، برابر است با: (سراسری ۷۷)

- (۱) میزان تقاضا در زمان دوره سفارش منهای تقاضا در طی زمان تحویل
- (۲) میزان تقاضا در طول زمان تحویل
- (۳) میزان تقاضا در طول زمان تحویل + تقاضا در طول دوره سفارش
- (۴) میزان تقاضا در طول دوره سفارش

۳۶. میانگین مصرف کالایی در سال برابر ۱۸۰۰۰ واحد با هزینه هر بار سفارش ۲۰۰ تومان، هزینه نگهداری سالانه هر واحد ۵ تومان و زمان انتظار تحویل کالا (Lead Time) برابر دو روز به طور ثابت موجود می‌باشد، اگر مصرف این کالا به صورت یک متغیر تصادفی و احتمال کمبود کالا در هر دوره برابر ۱۲/۵ درصد باشد در این صورت با توجه به جدول زیر مقدار ذخیره ایمنی (اطمینان) برابر است با: (سراسری ۷۷)

تقاضا در زمان LT	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰
احتمال وقوع	۰/۰۲۵	۰/۱	۰/۲	۰/۳۵	۰/۲	۰/۱	۰/۰۲۵

(۴) ۲۰ واحد

(۳) ۲۵ واحد

(۲) ۳۰ واحد

(۱) ۱۰ واحد

۳۳۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۳۷. کالایی را در اول هر پریود (T) به اندازه‌ای سفارش می‌دهیم تا به حداکثر مقدار خود یعنی E برسد. اگر نرخ مصرف این کالا به صورت یک متغیر تصادفی و زمان انتظار تحویل این کالا (LT) به صورت ثابت فرض شود، در این صورت کدامیک از عبارات زیر معرف میانگین موجودی‌ها در هر پریود و زمان انتظار تحویل (LT) می‌باشد؟

(۱) حداکثر موجودی منهای (میانگین مصرف مورد انتظار در هر پریود بعلاوه مصرف مورد انتظار در زمان انتظار تحویل کالا)

(۲) میانگین مجموع مصرف مورد انتظار در هر پریود و زمان انتظار تحویل کالا

(۳) میانگین مصرف مورد انتظار در هر پریود به علاوه مصرف مورد انتظار در زمان انتظار تحویل کالا

(۴) حداکثر موجودی منهای میانگین مجموع مصرف مورد انتظار در هر پریود و زمان انتظار تحویل کالا

۳۸. نرخ مصرف کالایی به صورت یک متغیر تصادفی با زمان انتظار تحویل کالای ثابت (Lead Time) که در هر دوره در یک سطح موجودی مشخص به اندازه ثابت سفارش داده می‌شود. کدامیک از عبارات زیر در مورد این کالا صحیح است؟

(۱) اختلاف حداکثر موجودی و سطح ذخیره ایمنی (اطمینان) برابر نقطه سفارش مجدد می‌باشد.
(۲) اختلاف نقطه سفارش مجدد و سطح ذخیره ایمنی (اطمینان) معرف مصرف مورد انتظار در هر پریود می‌باشد.

(۳) سطح ذخیره ایمنی (اطمینان) بیشتر از سطح نقطه سفارش مجدد این کالا می‌باشد.
(۴) اختلاف نقطه سفارش مجدد و سطح ذخیره ایمنی (اطمینان) معرف میانگین تقاضا در زمان انتظار تحویل کالا می‌باشد.

۳۹. کالایی هر سال به اندازه‌ای سفارش داده می‌شود تا به یک سطح حداکثر (E) برسد. اگر مصرف این کالا به صورت یک متغیر تصادفی باشد در این صورت کدام گزینه صحیح می‌باشد؟ (سراسری ۷۸)

(۱) سطح ذخیره ایمنی از تفریق میانگین مصرف سالانه از نقطه سفارش مجدد به دست می‌آید.
(۲) سطح ذخیره ایمنی از تفریق میانگین مصرف مورد انتظار سالانه از حداکثر سطح موجودی به دست می‌آید.

(۳) نقطه سفارش مجدد از مجموع میانگین مصرف در زمان انتظار تحویل و ذخیره ایمنی به دست می‌آید.
(۴) سطح ذخیره ایمنی از تفریق میانگین مصرف مورد انتظار در سال و زمان انتظار تحویل کالا از حداکثر سطح موجودی به دست می‌آید.

۴۰. توزیع احتمالی تقاضا در زمان تحویل بصورت زیر است:

احتمال تقاضا	تقاضا در زمان تحویل
۱۷٪	۳۰
۳۱٪	۳۱
۱۹٪	۳۲
۱۸٪	۳۳
۱۵٪	۳۴

در چه نقطه‌ای بایستی سطح سفارش قرار داده شود تا اینکه با احتمال ۸۵٪ کمبود موجودی پیش نیاید؟

(۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴ (سراسری ۷۸)

۴۱. تابع احتمالی توزیع نرخ مصرف (سرعت مصرف) دو کالای A و B هر دو از نوع نرمال بوده و میانگین آنها نیز باهم مساوی است، ولی مقدار واریانس در توزیع مصرف کالای A بیشتر از کالای B است. در این صورت در صورتی که نقطه سفارش دو کالا برابر با یکدیگر در نظر گرفته شود سطح قابلیت اطمینان برای دسترسی به کالای...

(۱) کمتر از کالای B است.

(۲) کمتر از کالای A است.

(۳) A و B مساوی است.

(۴) به هیچ یک از عبارات ذکر شده نمی‌توان اطمینان داشت.

۴۲. در یک کارخانه، تابع توزیع تقاضا در فاصله زمانی تحویل برای یک کالا به شکل تابع یکنواخت با حداقل صفر و حداکثر ۴۰۰ است. می‌خواهیم به میزان ۸۰ درصد اطمینان داشته باشیم که از لحظه‌ای که کالا را سفارش می‌دهیم، تا وقتی که کالا به دستمان می‌رسد با کمبود مواجه نخواهیم شد. در این صورت باید:

(۱) مقدار ذخیره اطمینان برای این کالا برابر ۳۲۰ باشد.

(۲) مقدار ذخیره اطمینان برای این کالا برابر با ۸۰ باشد.

(۳) نقطه سفارش برای این کالا برابر با ۸۰ باشد.

(۴) نقطه سفارش (re-order point) برای این کالا برابر با ۳۲۰ باشد.

۳۳۴ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۴۳. تقاضای کالایی به صورت یک متغیر تصادفی با میانگین مصرف ۱۸۰۰۰ واحد در سال می‌باشد، چنانچه هزینه هر بار سفارش ۲۰۰ تومان، هزینه نگهداری سالانه هر واحد ۵ تومان و زمان انتظار تحویل (LT) یک روز باشد و اگر سطح سرویس این کالا در هر دوره ۸۵ درصد باشد و مصرف آن در زمان (LT) بصورت زیر باشد، میزان موجودی اطمینان این کالا چند واحد است؟ (سراسری ۷۸)

۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵
۰/۰۲۵	۰/۱	۰/۲	۰/۳۵	۰/۲	۰/۱	۰/۰۲۵

۵ (۱) ۱۰ (۲)

۱۵ (۳) ۱۸ (۴)

۴۴. در یک سیستم دو ظرفی (Tow Bin) حجم ظرف کوچک تر برابر کدام عبارت است؟ (سراسری ۷۹)

(۱) مصرف در طول دوره

(۲) بستگی به حجم ظرف بزرگ‌تر است.

(۳) مصرف در طول پیش زمان (LT)

(۴) متوسط مصرف در طول پیش زمان (LT) به علاوه مقدار ذخیره اطمینان

۴۵. اگر سیستم مورد اعمال برای محصولی، سیستم دوره سفارش اقتصادی و R تقاضای سالیانه محصول و L مدت زمان تحویل و T دوره سفارش باشد. در صورتی که مدت زمان تحویل محصول افزایش یابد به شرط آنکه سایر عوامل ثابت باقی بمانند، کدام گزینه صحیح است؟ (سراسری ۷۹ و ۸۷)

(۱) حداکثر موجودی کاهش می‌یابد.

(۲) حداکثر موجودی افزایش می‌یابد.

(۳) حداکثر موجودی تغییری نمی‌کند.

(۴) حداکثر موجودی کاهش پیدا می‌کند مادامی که $L < T$ باشد.

۴۶. در یک سیستم نقطه سفارش در صورت افزایش یافتن هزینه‌های نگهداری و ثابت ماندن سطح

خدمت، متوسط میزان کمبود این کالا در سال ... (سراسری ۷۹)

(۱) کاهش خواهد یافت. (۲) افزایش خواهد یافت.

(۳) قابل پیش‌بینی نیست. (۴) ثابت باقی خواهد ماند.

۴۷. با افزایش یافتن مقدار سفارش اقتصادی و ثابت باقیماندن سطح خدمت، کل هزینه سالیانه

موجودی‌ها ... (سراسری ۷۹)

(۱) کاهش خواهد یافت. (۲) افزایش خواهد یافت. (۳) قابل پیش‌بینی نیست. (۴) ثابت باقی خواهد ماند.

۴۸. در یک سیستم نقطه سفارش هر زمان سطح موجودی هر کالا به S رسد به اندازه Q واحد سفارش داده می‌شود. مصرف روزانه این کالا (D) یک متغیر تصادفی و پیش زمان تأمین کالا (LT) نیز یک متغیر تصادفی می‌باشد. متوسط سطح موجودی این کالا در طول یک سال برابر با کدام رابطه است؟ (سراسری ۷۹)

$$\frac{Q}{2} \quad (1) \quad Q - \frac{D \times LT}{2} \quad (2) \quad \frac{Q+S}{2} - D \times LT \quad (3) \quad \frac{Q}{2} + S - \bar{D} \times \bar{LT} \quad (4)$$

۴۹. مدت تحویل محصولی (فاصله زمانی از موقع سفارش دادن تا رسیدن مواد به انبار) برابر یک ماه است. تقاضای محصول متغیری تصادفی و توزیع احتمالی آن در طی مدت تحویل (Lead Time) به صورت یکنواخت بین صفر و ۲۰۰ واحد است. مقدار هر بار سفارش این محصول همیشه ثابت و برابر ۱۲۰ واحد است. سطح خدمت این محصول طوری انتخاب شده است که احتمال کمبود موجودی در موقع رسیدن مواد سفارشی به انبار برابر ۱/۰ باشد. در این صورت کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری ۷۹)

- (۱) موجودی اطمینان (Safety Stock) این محصول ۸۰ واحد است.
- (۲) موجودی اطمینان (Safety Stock) این محصول ۳۰ واحد است.
- (۳) موجودی اطمینان (Safety Stock) این محصول ۹۰ واحد است.
- (۴) موجودی اطمینان (Safety Stock) این محصول ۶۰ واحد است.

۵۰. اگر زمان تحویل کالای سفارش شده قطعی نباشد و توزیع به صورت جدول زیر داشته باشد و اگر تقاضا در هر روز برابر ۲۰ عدد باشد، موجودی ذخیره اطمینان چقدر باشد تا حداقل با احتمال ۹۷٪ مواجه با کمبود نشویم؟ (سراسری ۷۹)

زمان تحویل	۱ روز	۲ روز	۳ روز	۴ روز	۵ روز	۶ روز
احتمال	۰/۱	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۱۵	۰/۱	۰/۰۵

(۱) ۳۹ (۲) ۶۰ (۳) ۶۱ (۴) ۵۹

۵۱. مصرف سالیانه کالایی ۳۵۰ واحد و مقدار سفارش آن در هر بار ثابت و برابر ۵۰ واحد و هزینه کمبود هر واحد آن ۱۰ تومان می‌باشد، مصرف این کالا در طول پیش زمان (LT) طبق جدول زیر گزارش شده است. نقطه سفارش مجدد این کالا جهت حداقل کردن هزینه‌های نگهداری به شرط آن که هزینه‌های کمبود سالیانه از ۲۵ تومان تجاوز ننماید چقدر است؟ (سراسری ۷۹)

۳۳۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

مصرف	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۵ (۲)	۱۴ (۱)
احتمال	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱	۰/۰۷	۰/۰۳	۱۷ (۴)	۱۶ (۳)

۵۲. روش سفارش‌دهی یک کالا، نقطه سفارش (کنترل موجودی مقداری) می‌باشد. با افزایش یافتن هزینه‌های سفارش‌دهی این کالا ... می‌یابد. (سراسری ۸۰)

- (۱) نقطه سفارش مجدد کاهش
- (۲) متوسط کمبود سالیانه کاهش
- (۳) مقدار ذخیره احتیاطی افزایش
- (۴) احتمال مواجه شدن با کمبود کاهش

۵۳. در یک سیستم دو ظرفی (TOW-BIN) متوسط میزان موجودی کالا در لحظه دریافت سفارش جدید چه مقدار است؟ (سراسری ۸۰)

- (۱) برابر صفر
- (۲) برابر نصف حجم ظرف کوچک‌تر
- (۳) از نصف حجم ظرف کوچک‌تر، کمتر
- (۴) از نصف حجم ظرف کوچک‌تر، بیشتر

۵۴. در تعیین میزان موجودی اطمینان برای یک کالا میزان موجودی اطمینان به ... بستگی دارد. (سراسری ۸۰)

- (۱) هزینه خرید هر واحد کالا
- (۲) تعداد سفارشات در سال
- (۳) مقدار سفارش کالا
- (۴) توزیع مصرف کالا در مدت زمان تحویل

۵۵. تقاضا برای محصولی در طی مدت تحویل آن متغیری تصادفی است. اگر سطح خدمت این محصول (یعنی احتمال نداشتن کمبود در موقع دریافت سفارش) برابر ۹۰ درصد باشد، آنگاه کدام عبارت صحیح است؟ (سراسری ۸۰)

- (۱) در هر دوره ۹۰ درصد تقاضا برآورده می‌شود.
- (۲) در هر دوره ۱۰ درصد مشتریان با کمبود روبه‌رو می‌شوند.
- (۳) به طور متوسط در هر ۱۰ دور (بار) سفارش در یک دور کمبود رخ می‌دهد.
- (۴) به طور متوسط ۱۰ درصد تقاضای سالیانه با کمبود روبه‌رو می‌شود.

۵۶. در شرکتی مقدار سفارش محصولی برابر تقاضای ۴ هفته‌ای آن است (سال را ۵۰ هفته فرض کنید). این شرکت مایل است در هر سال به طور متوسط در دو دور سفارش (دو بار سفارش) برای این محصول کمبود رخ دهد. با توجه به این اطلاعات سطح خدمت (احتمال نداشتن کمبود در موقع دریافت مواد) برای این محصول چند درصد است؟ (سراسری ۸۰)

- (۱) ۸۴
- (۲) ۹۲
- (۳) ۹۶
- (۴) ۹۸

۵۷. مصرف روزانه کالایی ثابت و برابر ۲۰ واحد اما زمان تدارک تحویل این کالا (Lead Time) متغیر تصادفی و بر اساس جدول زیر می‌باشد:

زمان تدارک (روز)	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
احتمال	۰.۵٪	۰.۷٪	۰.۱۵٪	۰.۲۰٪	۰.۱۵٪	۰.۱۲٪	۰.۱۰٪	۰.۸٪	۰.۵٪	۰.۳٪

مقدار سفارش این کالا ثابت و برابر ۶۰۰ واحد است. در صورتی که هزینه نگهداری هر واحد ۱۰ تومان در سال و کل هزینه نگهداری برابر ۴۰۰۰ تومان در سال باشد. نقطه سفارش مجدد این کالا با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۵۸۰ (۳) ۵۶۰ (۴) ۵۴۰

۵۸. تقاضای روزانه و مدت زمان تحویل مربوط به ۸ دوره گذشته در جدول زیر نشان داده شده است. اگر نقطه سفارش بر اساس متوسط تقاضا و حداکثر زمان تحویل قرار داده شود، موجودی اطمینان چقدر خواهد بود؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضای روزانه (واحد)	۷۰	۶۰	۵۰	۳۰	۶۰	۴۰	۲۰	۷۰
زمان تحویل	۴	۵	۳	۷	۶	۴	۵	۶

(۱) ۱۲۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۵۰ (۴) ۳۰

۵۹. مقدار سفارش محصولی در هر بار ثابت و برابر ۱۲۰۰ واحد است. تقاضا برای این محصول در طی مدت تحویل (Lead Time) برابر X و توزیع احتمالی آن در جدول زیر است. میانگین X برابر ۴۳ واحد است. این محصول به طور متوسط ۱۲ بار در سال سفارش داده می‌شود. اگر موجودی اطمینان برای این محصول ۳۷ واحد باشد، آنگاه به طور متوسط در چند دور سفارش یک بار کمبود رخ می‌دهد؟

X	۱۰	۲۰	۴۰	۶۰	۸۰	۱۰۰
$P\{X=x\}$	۰/۲	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۱۰	۰/۰۵

(۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۲۰

۳۳۸ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

۶۰. در یک کارگاه قنادی نوعی مواد مصرف می شود که فرض می شود مصرف آن از توزیع نرمال تبعیت نموده و میانگین آن ۲۱ لیتر در هفته و انحراف معیار ۳/۵ لیتر در هفته می باشد. مدیریت سطح سرویس ۹۰ درصد را در نظر دارد، مدت زمان سفارش تا تحویل این مواد برابر ۲ روز و کارگاه ۷ روز هفته کار می کند. چنان چه از سیستم FOS استفاده شود، مقدار ROP (نقطه سفارش مجدد) چند لیتر است؟ $(P(Z \leq 1/28) = 0/9)$ (سراسری ۸۰)

(۱) ۲۱ (۲) ۸/۸۵ (۳) ۸/۳۹ (۴) ۶/۱۲

۶۱. در انبار کارخانه ای از سیستم موجودی F.O.S (Fixed order size) استفاده می شود. پیش بینی تقاضا برای محصول در سال آینده ۳۶۰۰ تن بوده و با توجه به ارقام گذشته و استفاده از روش پیش بینی، مقدار انحراف استاندارد خطای پیش بینی برای تقاضای یک ماه برابر ۳۰ تن تخمین زده شده است. مدیریت کارخانه تصمیم دارد که سطح سرویس ۹۷ درصد باشد. (احتمال کمبود موجودی ۳ درصد) قیمت هر تن محصول ۸۰۰ تومان بوده و تخمین زده شده که هزینه سفارش دادن برای هر بار برابر ۳۰۰۰ تومان باشد. به علاوه هزینه انبارداری برای هر تن محصول در سال برابر ۳۵ تومان، هزینه بیمه و مالیات ۴۵ تومان برای هر تن در سال و نرخ بهره قابل قبول برای سرمایه گذاری در موجودی برابر ۲۰ درصد در نظر گرفته شده است. فاصله زمانی از موقع سفارش دادن برای محصول تا رسیدن آن به انبار و آماده برای مصرف تقریباً ثابت بوده و در حدود ۱۵ روز می باشد. با توجه به اطلاعات داده شده مقداری از محصول که در هر بار باید سفارش داده شود و اینکه چه موقع عمل سفارش دادن باید صورت گیرد به ترتیب کدام است (منحنی توزیع تقاضا را نرمال فرض کنید و $Z_{0/97} = 1/88$) (سراسری ۸۱)

(۱) (مقدار سفارش ۳۰۰ و نقطه سفارش ۱۹۰) (۲) (مقدار سفارش ۳۱۰ و نقطه سفارش ۱۹۰)
(۳) (مقدار سفارش ۲۵۰ و نقطه سفارش ۱۹۵) (۴) (مقدار سفارش ۵۰۰ و نقطه سفارش ۲۹۰)

۶۲. با توجه به مسأله ۶۱، مقدار موجودی اطمینان با توجه به سطح سرویس داده شده، چند تن است؟

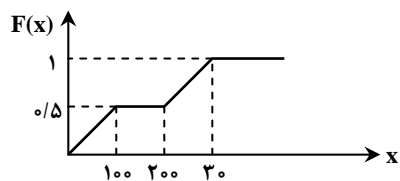
(۱) ۳۸ (۲) ۴۰ (۳) ۴۲ (۴) ۵۴ (سراسری ۸۱)

۶۳. با توجه به مسأله ۶۱، مجموع هزینه های نگهداری موجودی و سفارش دادن به طور متوسط در

سال چند تومان است؟ (سراسری ۸۱)

(۱) ۸۱۶۰۰ (۲) ۸۲۸۰۰ (۳) ۳۸۶۰۰ (۴) ۸۷۰۰۰

۶۴. تقاضا برای محصولی متغیری است و میانگین تقاضای سالیانه ۱۸۰۰ واحد است. (Lead Time) این محصول یک ماه و انباشته تابع توزیع تقاضا در طی مدت تحویل مطابق شکل زیر می‌باشد. مقدار سفارش این محصول همیشه ثابت و برابر ۱۰۰ واحد است. اگر قرار باشد که احتمال کمبود در موقع دریافت هر سفارش ۱۰ درصد باشد، آنگاه موجودی اطمینان (Safety stock) این محصول چند واحد است؟ (سراسری ۸۱)



(۱) ۳۰

(۲) ۱۱۰

(۳) ۸۰

(۴) ۱۳۰

۶۵. توزیع تقاضای محصولی در طی مدت تحویل آن یکنواخت بین ۱۰۰ و ۳۰۰ واحد است. (یعنی تابع چگالی آن $f(x) = \frac{1}{200}$, $100 \leq X \leq 300$) متوسط تقاضای سالیانه این محصول ۱۲۰۰ واحد می‌باشد. مقدار هر بار سفارش این محصول ثابت و برابر ۶۰ واحد است. اگر موجودی اطمینان این محصول برابر ۸۰ واحد باشد آنگاه به طور متوسط تعداد دوره‌های سفارش (دفعات سفارش) که در آنها کمبود رخ می‌دهد، با کدام گزینه برابر است؟ (سراسری ۸۱)

(۴) ۱۰

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۶. برای یک کالا تابع توزیع احتمالی مصرف تقریباً به شکل نرمال است. مقدار میانگین برابر با m و انحراف معیار مقدار مصرف برابر با S است. نقطه سفارش این کالا برابر با op تعیین شده است. اخیراً انبار اعلام نموده که گر چه مقادیر میانگین و نقطه سفارش تغییر ننموده‌اند، ولی مقدار انحراف معیار مصرف کالا کاهش یافته است. در این صورت کدام اظهار نظر در مورد قابلیت اطمینان به موجودی کالا صحیح است؟ (سراسری ۸۱)

(۱) افزایش یافته است.

(۲) تغییر ننموده است.

(۳) کاهش یافته است.

(۴) با توجه به مقدار op ممکن است کاهش یا افزایش یافته باشد.

۶۷. تقاضای روزانه و مدت زمان تحویل مربوط به ۸ پریود گذشته در جدول زیر منعکس است. اگر نقطه سفارش را بر اساس ماکزیمم تقاضا و متوسط زمان تحویل قرار دهیم موجودی اطمینان چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۱)

۳۴۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

پریود	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضای روزانه (واحد)	۷۰	۶۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۵۰	۴۰
زمان تحویل	۴	۷	۳	۵	۶	۵	۷	۳

۱۲۵ (۱) ۱۰۰ (۲) ۹۶ (۳) ۸۵ (۴)

۶۸. مدت زمان تحویل کالای سفارشی قطعی نبوده و از توزیعی به صورت جدول زیر پیروی می‌نماید و اگر تقاضا در هر روز برابر ۳۰ عدد باشد موجودی ذخیره چقدر باید باشد تا حداقل با احتمال ۸۹٪ مواجهه با کمبود نشویم؟ (سراسری ۸۱)

مدت تحویل	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰ روز	۱۲ روز
احتمال	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱

۵۴ (۱) ۹۸ (۲) ۱۰۲ (۳) ۱۱۴ (۴)

۶۹. در یک سیستم نقطه سفارش (F.O.Q) اگر مقدار سفارش افزایش یابد آنگاه: (سراسری ۸۲)

- (۱) تعداد کمبود در سال کاهش می‌یابد. (۲) سطح خدمات افزایش می‌یابد.
(۳) تعداد کمبود در سال افزایش می‌یابد. (۴) موجودی اطمینان کاهش پیدا می‌کند.

۷۰. در ارتباط با سطح ریسک کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۲)

- (۱) احتمال کمبود ۱۰٪ یعنی در انتهای هر دور سفارش ۹۰٪ تقاضا برآورده نمی‌شود.
(۲) احتمال کمبود ۱۰٪ یعنی در انتهای هر دور سفارش ۱۰٪ تقاضا برآورده نمی‌شود.
(۳) احتمال کمبود ۱۰٪ یعنی در هر ده دور سفارش به طور متوسط یک سفارش با کمبود روبرو می‌شود.
(۴) هیچ‌کدام

۷۱. برای محصولی از خط‌مشی سیستم سفارش ثابت (F.O.S) استفاده می‌شود. مقدار سفارش در هر بار

ثابت و برابر ۱۰۰ کیلوگرم است. اگر مدیریت، موجودی اطمینان را برای این محصول ۱۰ کیلوگرم در نظر گرفته باشد و توزیع احتمالی تقاضای طی مدت تحویل به شرح جدول زیر باشد: $E(x)=80$

x	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰
P(x)	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱

آنگاه نقطه سفارش برای این محصول برابر است: (سراسری ۸۲)

- (۱) ۸۰ کیلوگرم (۲) ۹۰ کیلوگرم (۳) ۱۰۰ کیلوگرم (۴) ۱۱۰ کیلوگرم

۷۲. میزان تقاضای روزانه و مدت زمان تحویل مربوط به ۸ ماه گذشته در جدول زیر منعکس است. اگر نقطه سفارش بر اساس متوسط تقاضا و ماکزیمم زمان تحویل قرار داده شود، میزان موجودی ذخیره چند واحد خواهد بود؟ (سراسری ۸۲)

پریود	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضای روزانه (واحد)	۳۰	۶۰	۵۰	۳۰	۶۰	۵۰	۷۰	۵۰
مدت زمان تحویل (روز)	۶	۵	۷	۳	۶	۵	۴	۴
	۱۰۰ (۴)		۲۰۰ (۳)		۱۵۰ (۲)		۱۸۰ (۱)	

۷۳. مقدار سفارش اقتصادی کالایی ۲۲۰ واحد و مصرف روزانه آن ۱۵ واحد است. زمان تهیه این کالا (LT) دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۵ و انحراف معیار ۷ روز است. نقطه سفارش مجدد (ROP) کالا برای سطح خدمت ۹۵ درصد برابر است با: $(Z_{0.95} = 1.645)$ (سراسری ۸۲)

(۱) ۲۰۰ واحد (۲) ۱۰۸ واحد (۳) ۴۲۰ واحد (۴) ۵۴۸ واحد

۷۴. در سیستم مرور دوره‌ای (دوره ثابت سفارش) در صورتی که تقاضا نوسان داشته باشد میزان حداکثر موجودی برابر است:

- (۱) میزان تقاضای طی دوره سفارش به علاوه موجودی ذخیره
- (۲) میزان تقاضای طی دوره سفارش منهای تقاضای زمان تحویل
- (۳) میزان تقاضای طی مدت زمان مدت تحویل به علاوه موجودی ذخیره
- (۴) میزان تقاضای طی زمان تحویل و دوره سفارش به علاوه موجودی ذخیره

۷۵. دو سیستم سفارش‌دهی (r, Q) یا FOS و (R, T) یا FOI را در نظر بگیرید: (سراسری ۸۲)

- (۱) برای یک سطح خدمت مشخص، در دو سیستم موجودی اطمینان یکسان است.
- (۲) در یک سطح خدمت مشخص متوسط مقدار کسری سالیانه دو سیستم برابر است.
- (۳) برای یک سطح خدمت مشخص، کل هزینه نگهداری سیستم (r, Q) بیشتر از سیستم (R, T) است.
- (۴) برای یک سطح خدمت مشخص، متوسط کسری در یک دوره سفارش برای سیستم (r, Q) کمتر از سیستم (R, T) است.

۳۴۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۷۶. چنانچه Lead Time کالایی به دو برابر افزایش یابد و مصرف این کالا در هر واحد زمانی LT دارای توزیع نرمال باشد، با ثابت نگه داشتن سطح خدمت این کالا، نقطه سفارش مجدد آن (ROP):

- (۱) به نصف کاهش خواهد یافت. (۲) ثابت باقی خواهد ماند.
(۳) بیشتر از ۲ برابر افزایش خواهد یافت. (۴) کمتر از ۲ برابر افزایش خواهد یافت.

۷۷. تقاضا برای محصولی نرمال با میانگین $t \times 10$ و انحراف معیار $4\sqrt{t}$ (t به روز) است و برای این محصول از سیستم سفارش دوره ثابت (F.O.I) استفاده می‌شود. مدت تحویل برای این محصول ۱۹ روز و فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی ۳۰ روز می‌باشد. اگر مدیریت، ضریب اطمینان را برای این محصول ۱/۵ در نظر گرفته باشد آنگاه حداکثر موقعیت موجودی برای این محصول چقدر است؟

- (۱) ۵۳۲ (۲) ۴۹۰ (۳) ۳۴۲ (۴) ۳۰۰

۷۸. یک واحد صنعتی هر هفته نیاز به ۶ واحد از کالایی دارد، سوابق توزیع زمان تحویل کالا در جدول زیر نشان داده شده است. اگر بخواهیم با احتمال ۹۵٪ یا بیشتر دچار کمبود نشویم نقطه سفارش و میزان موجودی اطمینان چقدر خواهد بود؟

تکرار	مدت زمان تحویل (هفته)	
۱۴	۴	۶/۲ (۱)
۱۸	۵	۸/۴ (۲)
۱۲	۶	۱۰/۸ (۳)
۶	۷	۱۲/۶ (۴)

۷۹. تقاضای روزانه و مدت زمان تحویل مربوط به ۱۰ دوره گذشته در جدول زیر منعکس گردیده است. اگر نقطه سفارش بر اساس حداکثر مصرف در فاصله زمانی تحویل در نظر گرفته شود، موجودی اطمینان چقدر خواهد بود؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضای روزانه (واحد)	۷۰۰	۶۰۰	۵۵۰	۴۰۰	۸۰۰	۲۰۰	۳۵۰	۴۵۰	۱۵۰	۴۰۰
مدت زمان تحویل (روز)	۳	۲	۵	۴	۱	۳	۶	۲	۱	۳

(۱) ۱۰۲۰ واحد (۲) ۸۲۰ واحد (۳) ۷۸۰ واحد (۴) ۶۲۰ واحد

۸۰. مقدار تقاضای کالایی در زمان تدارک (Lead Time) طی ۱۰۰ دوره بررسی شده که نتایج آن به صورت خلاصه در جدول زیر داده شده است. چنانچه تقاضای کل در زمان تدارک از توزیع نرمال پیروی کند، مقدار ذخیره اطمینان این محصول برای سطح سرویس ۹۰ درصد چه مقدار خواهد بود؟ ($Z_{0.9} = 1.28$) (سراسری ۸۳)

مقدار مصرف در زمان تدارک	۱۰۰	۱۲۰	۱۳۵	۱۴۰	۱۴۵
فراوانی	۵	۳۰	۴۰	۱۵	۱۰

(۱) تقریباً ۱۴ واحد (۲) تقریباً ۲۰ واحد (۳) تقریباً ۲۴ واحد (۴) تقریباً ۳۵ واحد

برای محصولی از خط‌مشی سیستم سفارش ثابت (FOS) استفاده می‌شود و مقدار سفارش در هر بار ثابت و برابر ۱۰۰ کیلوگرم است. اگر مدیریت موجودی اطمینان را برای این محصول ۱۰ کیلوگرم در نظر گرفته باشد و توزیع احتمال تقاضای طی مدت تحویل به شرح جدول زیر باشد. $E(X)=80$

X	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰
P(x)	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱

۸۱. با فرض اینکه تقاضای سالیانه برای این محصول ۴۰۰۰ کیلوگرم است آنگاه تعداد دفعات کمبود در سال برای این محصول برابر است با: (سراسری ۸۳)

(۱) ۲۴ بار (۲) ۱۶ بار (۳) ۱۲ بار (۴) ۸ بار

۸۲. در یک سیستم دو ظرفی (Tow-Bin) مقدار سفارش حداکثر برابر است با: (سراسری ۸۳)

(۱) حجم ظرف بزرگتر

(۲) مجموع حجم دو ظرف

(۳) مصرف در طول یک دوره

(۴) حجم ظرف بزرگتر به علاوه مصرف در فاصله زمانی تحویل کالا (LT)

۸۳. تقاضا برای محصولی سالیانه برابر ۷۲۰۰ واحد و مقدار سفارش این محصول در هر بار ثابت و برابر ۲۴۰۰ واحد است. هزینه نگهداری هر واحد این محصول در سال برابر ۵۰ تومان می‌باشد. تقاضا برای محصول در طی مدت تحویل متغیر تصادفی با میانگین $600t$ و انحراف معیار $100t$ می‌باشد (t به ماه) مدت تحویل این قلم برابر ۳ ماه است. در حال حاضر این شرکت می‌تواند با صرف

۳۴۴ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

هزینه‌ای معادل ۵۰۰۰ تومان برای هر سفارش مدت تحویل را از سه ماه به یک ماه کاهش دهد. اگر مدیریت ضریب اطمینان را برابر $1/2$ تعیین کرده باشد ($K = Z = 1/2$) به نظر شما کدام مدت تحویل مناسب‌تر است؟ (سراسری ۸۴)

- (۱) مدت تحویل یک ماه با ۳ ماه فرقی ندارد. (۲) مدت تحویل یک ماه مناسب‌تر است.
(۳) مدت تحویل دو ماه مناسب‌تر است. (۴) مدت تحویل ۳ ماه مناسب‌تر است.

۸۴. برای محصولی از خط‌مشی دور ثابت (F.O.I) یا خط‌مشی (R, T) در سفارش‌دهی استفاده می‌شود. فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی برابر ۴ ماه است و تقاضا برای این محصول در طی مدت t به (ماه) نرمال با میانگین $150t$ و انحراف معیار $150t$ باشد. اگر مدیریت موجودی اطمینان را برابر صفر در نظر گرفته باشد، آنگاه تعداد دفعات کمبود در سال برای این محصول چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

(۱) ۵/۰ بار (۲) ۱/۵ بار (۳) ۳ بار (۴) ۴ بار

۸۵. تقاضای سالیانه برای محصولی ۱۰۰۰ واحد و مقدار سفارش این محصول ثابت و برابر ۱۰۰ واحد است. اگر مدیریت متوسط تعداد دفعات کمبود در سال را برابر ۲ انتخاب کرده باشد و تقاضا در طی مدت تحویل متغیری تصادفی با توزیع احتمالی به شرح جدول زیر باشد، آنگاه میانگین کمبود سالیانه محصول چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

X تقاضا	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰
P(x) احتمال تقاضا	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲

- (۱) ۲ واحد (۲) ۴ واحد (۳) ۱۴ واحد (۴) ۲۰ واحد

۸۶. تقاضا برای محصولی ۱۲۰۰۰ واحد در سال و فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی این محصول ثابت و برابر ۳ ماه است. مدت تحویل این قلم برای ۶ ماه است و تقاضا در طی مدت t (به ماه) نرمال با میانگین $1000t$ و انحراف معیار $200\sqrt{t}$ است. اگر سطح خدمت از طرف مدیریت طوری تعیین شده باشد که ضریب اطمینان برابر $1/2$ باشد ($K = Z = 1/2$) آنگاه حداکثر موقعیت موجودی چقدر است؟ (سراسری ۸۴)

- (۱) ۳۴۱۶ (۲) ۹۷۲۰ (۳) ۳۷۲۰ (۴) ۱۰۴۴۰

۸۷. در خط‌مشی مقدار سفارش ثابت FOS یا خط‌مشی (r, Q) کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- (۱) حداقل موقعیت موجودی برابر r است. (سراسری ۸۴)
- (۲) حداقل موقعیت موجودی برابر صفر است.
- (۳) حداقل موقعیت موجودی بین صفر و SS است.
- (۴) حداقل موقعیت موجودی برابر موجودی اطمینان (SS) است.

۸۸. تقاضا در مدت زمان تحویل برای کالایی دارای توزیع یکنواخت در فاصله $(۰, ۳۰)$ است. هزینه هر واحد کسری چهار واحد پول، هزینه نگهداری هر واحد کالا در سال دو واحد پول است. اگر سیستم مقدار ثابت سفارش اجرا شود و متوسط تعداد دفعات سفارش در سال ده بار به دست آمده باشد، مقدار بهینه موجودی اطمینان با توجه به هزینه‌های مواجهه با کسری و نگهداری چقدر است؟ (سراسری ۸۴ و ۸۵)

- (۱) واحد کالا $SS = ۱۰$
- (۲) واحد کالا $SS = ۶$
- (۳) واحد کالا $SS = ۹$
- (۴) نمی‌توان مقدار بهینه SS را تعیین کرد.

۸۹. مصرف در فاصله زمانی تحویل یک نوع کالا، بر اساس بررسی‌های بخش کنترل موجودی دارای تابع توزیع مصرف نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۲۰ بوده و نقطه سفارش این کالا برابر ۱۵۰ تعیین گرداده است. اخیراً بررسی‌های انبار نشان می‌دهد که تابع توزیع به همان صورت نرمال و با میانگین ۱۰۰ می‌باشد ولی انحراف معیار در مصرف به ۲۵ رسیده است. در این شرایط: (سراسری ۸۴)

- (۱) قابلیت اطمینان برای دسترسی به کالا کاهش یافته است.
- (۲) تغییری در سطح قابلیت اطمینان حاصل نشده است.
- (۳) قابلیت اطمینان برای دسترسی به کالا افزایش یافته است.
- (۴) قابلیت اطمینان ممکن است افزایش یافته یا کاهش یافته باشد.

۹۰. برای محصولی از سیستم سفارش مقدار سفارش ثابت استفاده می‌شود. اگر مقدار سفارش برابر ۱۰۰ واحد باشد و مدت تحویل محصول برابر ۶ روز و تقاضا نرمال با میانگین $۵t$ و انحراف معیار $۳\sqrt{t}$ باشد (t به روز) و مدیریت، موجودی اطمینان را برابر ۳۰ انتخاب کرده باشد آنگاه حداکثر موجودی در دست این قلم با توجه به تغییرات تصادفی تقاضا چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

- (۱) کوچک تر یا مساوی ۱۶۰ واحد است.
- (۲) برابر ۸۰ واحد است.
- (۳) کوچک تر یا مساوی ۶۰ واحد است.
- (۴) برابر ۳۰ واحد است.

۳۴۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۹۱. تقاضا برای محصولی در طی مدت تحویل دارای توزیع یکنواخت در فاصله (۲۰۰, ۱۰۰) است. برای این محصول از خط مشی مقدار سفارش ثابت (FOS) استفاده می‌شود. اگر سطح خدمت را برای محصول برای ۸۵٪ در نظر گرفته باشند آنگاه حداقل موقعیت موجودی (مجموع موجودی در دست و در راه) چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

(۱) ۱۰۰ واحد (۲) منفی است. (۳) صفر واحد (۴) ۱۸۵ واحد

۹۲. به طور کلی در صورت کاهش زمان تدارک (lead time) به میزان ۴۰ درصد کدام یک از جملات زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۵)

- (۱) هزینه سیستم موجودی تغییری نمی‌کند.
- (۲) هزینه سیستم موجودی افزایش خواهد یافت.
- (۳) هزینه سیستم موجودی دقیقاً ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.
- (۴) در مجموع هزینه سیستم موجودی کاهش خواهد یافت ولی مقدار آن بستگی به سایر پارامترها دارد.

۹۳. برای محصولی از خط مشی مقدار سفارش ثابت (FOS) استفاده می‌شود. تقاضا برای محصول دارای توزیع نرمال با میانگین $100t$ و انحراف معیار $12\sqrt{t}$ (t به ماه) می‌باشد. اگر برای این محصول موجودی اطمینان در نظر نگرفته باشیم و مقدار سفارش در هر بار برابر ۱۰۰۰ واحد باشد. به نظر شما متوسط تعداد دفعات کمبود در سال چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

(۱) ۴ بار (۲) ۶ بار (۳) ۹ بار (۴) ۱۲ بار

۹۴. تقاضا برای محصولی در طی مدت تحویل متغیری تصادفی با توزیع احتمالی به شرح جدول زیر است. مقدار سفارش در هر بار ثابت و برابر Q است. اگر مدیریت موجودی اطمینان را برابر ۱۰ واحد در نظر گرفته باشد میانگین کمبود در یک دوره چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

X تقاضا	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰
P(x) احتمال تقاضا	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۱	۰/۱

$$E(X) = E(D) = 130$$

(۱) ۳ واحد (۲) ۷ واحد (۳) ۲۰ واحد (۴) ۳۱ واحد

۹۵. برای محصولی از خط مشی دور ثابت (FOI) در سفارش‌دهی استفاده می‌شود. مدت تحویل این محصول ۸ ماه و فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی برابر ۸ ماه است. تقاضا در طی مدت t نرمال با میانگین t و $100\sqrt{t}$ و انحراف معیار $100\sqrt{t}$ است (t به ماه) اگر حداکثر موقعیت موجودی (مجموع موجودی در دست و در راه) این محصول برای ۱۶۸۰۰ واحد باشد به نظر شما متوسط موجودی محصول چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

(۱) ۴۸۰۰ واحد (۲) ۶۰۰۰ واحد (۳) ۸۴۰۰ واحد (۴) ۸۸۰۰ واحد

۹۶. تقاضا برای محصولی در طی مدت تحویل دارای توزیع یکنواخت در فاصله (۲۰۰, ۱۰۰) است. برای این محصول از خط مشی مقدار سفارش ثابت FOS استفاده می‌شود. اگر تعداد دفعات سفارش در سال برابر ۱۰ بار باشد و متوسط تعداد دفعات کمبود در سال برابر ۲ بار باشد آنگاه موجودی اطمینان این محصول چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

(۱) صفر است. (۲) ۲۰ واحد (۳) ۳۰ واحد (۴) ۵۰ واحد

در یک سیستم نقطه سفارش اطلاعات زیر برای ۵ دوره سفارش جمع‌آوری شده است:

دوره سفارش	۱	۲	۳	۴	۵
متوسط مصرف روزانه	۱۲	۲۰	۱۸	۱۵	۲۵
فاصله زمانی تحویل (روز)	۵	۶	۹	۳	۷

۹۷. موجودی اطمینان برحسب حداکثر مصرف قابل پیش‌بینی برابر چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

(۱) ۴۲ واحد (۲) ۵۴ واحد (۳) ۶۷ واحد (۴) ۱۱۳ واحد

۹۸. مصرف کالایی در یک سیستم نگهداری موجودی که به صورت FOS اجرا می‌شود نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۵ واحد در روز است اگر مدت زمان تحویل ۱۶ روز و سطح خدمت ۹۰٪ مورد نظر باشد موجودی اطمینان حدود چند واحد خواهد بود. $K_0/9 = 1/28$ (سراسری ۸۶)

(۱) ۲۵ (۲) ۸۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۳۰

۹۹. کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۶)

(۱) در سیستم FOS همیشه متوسط موجودی بیش‌تر از سیستم FOI است.

(۲) در یک سیستم FOS با دریافت تدریجی، موجودی اطمینان بیش‌تری برای یک سطح خدمت مشخص لازم خواهد بود.

(۳) در سیستم FOI همیشه حداکثر موقعیت موجودی کم‌تر از سیستم FOS با شرایط مشابه است.

(۴) برای سطح خدمت مشخص در سیستم FOS با دریافت تدریجی، موجودی اطمینان کم‌تری نسبت به سیستم FOI با شرایط مشابه لازم خواهد بود.

۱۰۰. در خط‌مشی (r, Q) یا FOS اگر مدت تحویل برای محصول طولانی‌تر شود آنگاه: (سراسری ۸۶)

- (۱) میانگین موجودی در دست برای محصول کم‌تر می‌شود.
- (۲) میانگین موجودی در دست برای محصول فرقی نمی‌کند.
- (۳) میانگین موجودی در دست برای محصول بستگی به مقدار سفارش دارد.
- (۴) میانگین موجودی در دست برای محصول بیشتر می‌شود.

۱۰۱. در خط‌مشی (R, T) و یا FOI وقتی که تقاضا دارای توزیع نرمال است، فرض کنید که انحراف معیار برابر ۳ واحد و مقدار R برابر ۱۰۰ و مقدار T_b (میانگین فاصله زمانی بین دو بار کمبود متوالی) برابر ۵ سال تخمین زده شده است. حال اگر مقدار واقعی انحراف معیار برابر ۳/۵ باشد آنگاه: (سراسری ۸۶)

- (۱) مقدار واقعی T_b افزایش می‌یابد.
- (۲) مقدار واقعی T_b بستگی به $T + L$ دارد و در آن تغییری ایجاد نمی‌شود.
- (۳) مقدار واقعی T_b کاهش می‌یابد.
- (۴) مقدار واقعی T_b بستگی به سطح خطر دارد و در آن تغییری ایجاد نمی‌شود.

۱۰۲. کدام یک از گزاره‌های زیر برای N_b میانگین تعداد دفعات کمبود در سال صحیح است؟ (سراسری ۸۶)

- (۱) N_b تنها بستگی به توزیع تقاضا در سال دارد.
- (۲) N_b برای محصولات مختلف تنها بستگی به سطح خطر دارد.
- (۳) N_b برای محصولات علاوه بر سطح خدمت بستگی به سایر پارامترها دارد.
- (۴) N_b برای محصولات مختلف تنها بستگی به تعداد دفعات سفارش در سال دارد.

۱۰۳. تقاضا در فاصله زمانی تحویل (Lead time) برای کالایی دارای توزیع یکنواخت در فاصله ۳۰ و

۱۰ است اگر سطح خدمت ۰/۹۵ مورد نظر باشد در سیستم مقدار ثابت سفارش، نقطه سفارش و

موجودی اطمینان چقدر باید باشد؟ (سراسری ۸۶)

- (۱) نقطه سفارش ۲۲ و موجودی اطمینان ۷ واحد کالا
- (۲) نقطه سفارش ۲۵ و موجودی اطمینان ۱۰ واحد کالا
- (۳) نقطه سفارش ۲۸/۵ و موجودی اطمینان ۸/۵ واحد کالا
- (۴) نقطه سفارش ۲۹ و موجودی اطمینان ۹ واحد کالا

۱۰۴. خط مشی سفارش‌دهی برای محصولی بدین طریق است که در هر دوره ثابت T ($T = 3$ ماه) آنقدر سفارش داده می‌شود تا سطح موقعیت موجودی این محصول برابر ۶۰۰ واحد شود. متوسط و انحراف معیار تقاضای این محصول در مدت (t به ماه) به ترتیب $\mu_t = 100t$ و $\sigma = 10\sqrt{t}$ می‌باشد. با توجه به اطلاعات فوق، متوسط موجودی این محصول برابر است با: (سراسری ۸۷)

- (۱) ۲۵۰ واحد (۲) ۳۰۰ واحد (۳) ۳۵۰ واحد (۴) ۵۰۰ واحد

۱۰۵. توزیع تقاضای محصول در طی مدت تحویل آن یکنواخت بین ۱۰۰ و ۳۰۰ واحد است. متوسط تقاضای سالیانه این محصول ۱۲۰۰ واحد، مقدار هر بار سفارش آن برابر ۶۰ واحد و موجودی اطمینان این محصول برابر ۸۰ واحد می‌باشد. سطح خدمت این محصول برابر است با: (سراسری ۸۷)

- (۱) ۸۰ درصد (۲) ۹۵ درصد (۳) ۸۵ درصد (۴) ۹۰ درصد

۱۰۶. مصرف یک کالا در هر روز از پیش زمان (LT) دارای توزیع پواسن با متوسط ۵ واحد و طول پیش زمان برابر ۳ روز می‌باشد. برای سفارش‌دهی این کالا از سیستم دو ظرفی استفاده می‌شود. حداقل ظرفیت ظرف کوچک تر برابر است با: (سراسری ۸۷)

- (۱) ۵ واحد (۲) ۹ واحد (۳) ۱۵ واحد (۴) ۲۲ واحد

۱۰۷. در یک مؤسسه تقاضا برای محصول ثابت و برابر ۱۰۰ کیلو در روز می‌باشد. اگر مدت زمان تحویل برای هر سفارش متغیری تصادفی از توزیع نرمال با میانگین ۱۰ و انحراف معیار ۴ روز باشد، به نظر شما با سطح خدمت ۹۰ درصد مقدار نقطه سفارش و موجودی اطمینان چقدر است؟ $P\{u \leq 1/28\} = 0.9$ (سراسری ۸۸)

- (۱) ۱۰۹۰ و ۹۰ (۲) ۱۱۲۸ و ۱۲۸ (۳) ۱۴۰۰ و ۴۰۰ (۴) ۱۵۱۲ و ۵۱۲

۱۰۸. در یک مؤسسه مقدار سفارش محصول در هر بار ثابت برابر ۸۰۰ کیلو می‌باشد متوسط تقاضا در طی مدت تحویل برابر ۲۰۰ کیلو است. اگر نقطه سفارش مجدد این محصول ۳۵۰ کیلو باشد و هزینه نگهداری هر کیلوی محصول در سال ۱۰ تومان باشد، آنگاه هزینه سالیانه نگهداری موجودی این محصول بر حسب تومان چقدر است؟ (سراسری ۸۸)

- (۱) ۲۰۰۰ (۲) ۳۵۰۰ (۳) ۵۵۰۰ (۴) ۷۵۰۰

۳۵۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۰۹. در مورد سیستم دو ظرفی (Two bin system) کدام عبارت درست است؟ (سراسری ۸۸)

- (۱) در یک سیستم مقدار سفارش کم‌تر از نقطه سفارش است.
- (۲) این سیستم حالت خاصی از سیستم‌های مرور دائم است.
- (۳) این سیستم جزء یکی از سیستم‌های مرور دوره‌ای است.
- (۴) در این سیستم مقدار موجودی در دست همیشه برابر صفر است.

۱۱۰. موجودی اطمینان محصولی ۱۲۸ واحد و سطح خدمت این محصول ۹۰٪ است. مدیریت مایل

است سطح خدمت را به ۹۵٪ افزایش دهد. تقاضا برای محصول در طی مدت تحویل نرمال با

میانگین μ_L و انحراف معیار σ_L است. در این صورت مقدار تغییر در موجودی اطمینان چقدر

خواهد بود؟ $u \sim N(0, 1)$ (سراسری ۸۸)

k	۱/۰۴	۱/۲۸	۱/۶۵
$P\{u \leq k\}$	۰/۸۵	۰/۹۰	۰/۹۵

(۱) ۳۷ واحد افزایش می‌یابد.

(۲) ۲۷ واحد افزایش می‌یابد.

(۳) ۲۰ واحد کاهش می‌یابد.

(۴) تغییری پیدا نمی‌کند.

۱۱۱. در خط مشی (R, T) (خط مشی FOI مقدار $R = ۶۰۰$ و $T = ۳$ ماه است. تقاضا برای این

محصول متغیری تصادفی با میانگین $\mu_t = ۱۰۰t$ و انحراف معیار $\sigma_t = ۱۰\sqrt{t}$ است (t به ماه).

کدام یک از گزاره‌های زیر اگر مدت تحویل برابر یک ماه باشد در مورد موجودی اطمینان این

محصول صحیح است؟ (سراسری ۸۸)

- (۱) ۵۰۰ واحد
- (۲) ۲۰۰ واحد
- (۳) ۳۰۰ واحد
- (۴) ۴۰۰ واحد

۱۱۲. تقاضای سالیانه برای محصولی ۱۰۰۰ واحد و مقدار سفارش این محصول ثابت و برابر ۱۰۰ واحد

است. اگر مدیریت، متوسط تعداد دفعات کمبود در سال را برابر ۲ انتخاب کرده باشد و تقاضا در

طی مدت تحویل متغیری تصادفی با توزیع احتمال به شرح زیر باشد، آنگاه میانگین کمبود

سالیانه محصول چقدر است؟ (سراسری ۸۹)

تقاضا	۷۰	۸۰	۱۰۰	۱۳۰
احتمال تقاضا	۰/۳	۰/۳	۰/۲	۰/۲

(۱) ۴

(۲) ۴۰

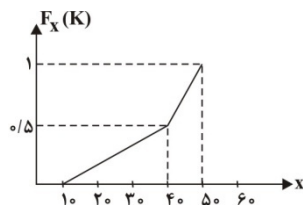
(۳) ۶

(۴) ۶۰

۱۱۳. طول دوره سفارش T (فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی) برای محصولی ثابت و برابر ۲ ماه انتخاب شده است و مدت تحویل این محصول نیز ۲ ماه است. توزیع تقاضای این محصول در طی هر ماه متغیر تصادفی نرمال با میانگین ۱۰۰ واحد و انحراف معیار ۲۰ واحد است. سطح خدمت این محصول ۰/۹۵ است، متوسط موجودی محصول چقدر است؟ ($p(Z < 1/65) = 0/95$) (سراسری ۸۹)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۴۳۳ (۳) ۲۶۶ (۴) ۴۶۶

۱۱۴. تابع توزیع تجمعی احتمال تقاضا در مدت زمان تحویل در شکل زیر داده شده است. اگر احتمال کمبود برابر ۰/۱ باشد مقدار ذخیره ایمنی چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۹)



(۱) ۱۳

(۲) ۳۵

(۳) ۲۱

(۴) ۴۸

۱۱۵. دوره ثابت بازنگری موجودی سه کالا در انبار برابر ۳ ماه تعیین شده است. مدت تحویل یکی از این کالاها ثابت و برابر یک ماه است. اگر تقاضای سالیانه این کالا ثابت و برابر ۱۲۰۰۰ واحد باشد، حداکثر موجودی این کالا در انبار چند واحد خواهد بود؟ (سراسری ۸۹)

- (۱) ۸۰۰۰ (۲) ۴۰۰۰ (۳) ۱۲۰۰۰ (۴) ۳۶۰۰۰

۱۱۶. تقاضای روزانه کالایی ثابت و برابر ۵۰ کیلوگرم است. مدت تحویل متغیری تصادفی با توزیع نرمال با میانگین شش روز و انحراف معیار دو روز است. اگر سطح (میزان اطمینان از موجودی) برابر ۹۰ درصد باشد، نقطه سفارش مجدد این کالا چند کیلوگرم خواهد بود؟ ($Z_{0/9} = 1/28$) (سراسری ۸۹)

- (۱) ۴۲۸ (۲) ۳۲۸ (۳) $328\sqrt{2}$ (۴) $428\sqrt{2}$

۱۱۷. در مدل‌های احتمالی با سیاست‌های FOS یا FOI اگر سطح خدمت را برابر ۰/۹ در نظر گرفته باشیم، با فرض اینکه میانگین تقاضای سالانه برابر ۱۵۰۰ واحد و ۲۰۰ دوره در سال داشته باشیم، کدام گزینه صحیح است. (سراسری ۸۹)

- (۱) به طور متوسط ۱۵۰ واحد کمبود در سال خواهیم داشت.
(۲) به طور متوسط در ۳ دوره با کمبود مواجه می‌شویم.
(۳) نمی‌توان در مورد کل تقاضای برآورده نشده اظهار نظر کرد.
(۴) نمی‌توان در مورد متوسط تعداد دوره‌های کمبود اظهار نظر کرد.

۳۵۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۱۸. به طور متوسط تعداد سفارشات کالایی در سال ۱۰ بار است. مصرف این کالا در طول زمان تحویل دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۰ و انحراف معیار ۶ واحد است. اگر فاصله بین دو کمبود به طور متوسط ۵ سال باشد، در این صورت میزان ذخیره احتیاطی چقدر است؟ (زمان تدارک: ۲۰ روز) (سراسری ۹۰)

$$SS = 6 \times \sqrt{20} \times Z_{0.02} \quad (2) \quad SS = 6 \times \sqrt{20} \times Z_{0.02} \quad (1)$$

$$SS = 6 \times Z_{0.02} \quad (4) \quad SS = 6 \times Z_{0.02} \quad (3)$$

۱۱۹. در یک موسسه، برای سفارش‌دهی کالایی از سیاست مرور دائم استفاده می‌شود و چنانچه کمبودی بوجود آید، کمبود کالا جبران می‌شود. هزینه جبران کمبود هر واحد کالا ۶ تومان، هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا ۱۰ تومان و تعداد سیکل‌های سفارش‌دهی ۵ سیکل در سال است. تقاضا در مدت زمان تحویل (LT) بصورت جدول زیر می‌باشد. موجودی اطمینان این کالا چند واحد است؟ (سراسری ۹۱)

تقاضا در مدت تحویل	۷۵	۷۰	۶۵	۶۰	۵۵	۵۰
احتمال	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۱۵	۰/۱

(۱) ۷/۵ (۲) ۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۴ صفر

۱۲۰. تقاضا در مدت تحویل کالایی (LT)، متغیری تصادفی بوده و دارای توزیع احتمالی گسسته مطابق جدول زیر است. اگر سطح خدمت‌دهی به مشتریان برابر ۹۰٪ باشد، در هر سیکل به طور متوسط با چند واحد کمبود مواجه خواهیم شد؟ (سراسری ۹۱)

تقاضا در مدت تحویل	۶۵	۶۰	۵۵	۵۰	۴۵	۴۰
احتمال	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۱۵	۰/۱

(۱) ۵/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۶/۵ (۴) ۷/۵

۱۲۱. اگر \bar{D} متوسط مصرف در طول پیش زمان (LT) با توزیع نمایی باشد و B مقدار ذخیره احتیاطی (Buffer) و ROP نقطه سفارش مجدد باشد. کدام عبارت در مورد B و \bar{D} صحیح است؟ (سراسری ۹۱)

(۱) B و \bar{D} مستقل از یکدیگرند. (۲) B همواره از \bar{D} کوچک تر است.

(۳) B همواره از \bar{D} بزرگ تر است. (۴) B می‌تواند از \bar{D} بزرگ تر باشد.

۱۲۲. سیستم کنترل کالا در یک مؤسسه بر مبنای دوره ثابت سفارش می‌باشد. دوره مصرف و فاصله زمانی تحویل کالا به ترتیب برابر ۲۰ و ۵ روز است. مصرف روزانه کالا نیز دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۱۰ واحد است. در سطح اطمینان ۹۰ درصد، میزان موجودی اطمینان کالا چقدر است؟ (فرض کنید $Z_{0.9} \approx 1.2$ است.) (سراسری ۹۲)

۱) ۱۲۶/۸ (۲) ۶۰ (۳) ۲۶/۸ (۴) ۱۶۰

۱۲۳. زمان تأمین (Lead Time) یک کالا احتمالی و سایر پارامترها ثابت می‌باشد. سیستم سفارش‌دهی این کالا نقطه سفارش و کسری در طول زمان تأمین به صورت فروش از دست رفته (کسری غیر قابل جبران) می‌باشد. اگر هزینه‌های سفارش‌دهی این کالا کاهش یابد آنگاه کل هزینه‌های نگهداری در سال و کل هزینه‌های مواجه با کسری در سال می‌یابد. (سراسری ۹۲)

۱) افزایش - ثابت (۲) کاهش - افزایش

۳) کاهش - ثابت (۴) کاهش - غیر قابل پیش بینی

۱۲۴. تقاضای محصولی در هفته دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۲۰ واحد است. اگر دوره ثابت بازبینی ۳ هفته و مدت تحویل (Lead Time) یک هفته و متوسط موجودی برابر ۲۳۰ واحد در نظر گرفته شود، سقف موجودی چقدر بایستی باشد؟ (سراسری ۹۲)

۱) ۳۸۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۵۳۰ (۴) ۶۳۰

۱۲۵. نرخ تقاضای کالایی ثابت است ولی مدیریت در نظر دارد که یک موجودی اطمینان برابر SS داشته باشد. این تصمیم مدیریت به چه دلیل بوده و چه تأثیری در سیستم موجودی می‌گذارد؟ (سراسری ۹۳)

۱) مدت تحویل (LT) احتمالی بوده و تعداد سفارش‌ها کاهش می‌یابد.

۲) مدت تحویل (LT) احتمالی بوده و هزینه‌های نگهداری افزایش می‌یابد.

۳) احتمال افزایش قیمت کالا در آینده وجود داشته و هزینه‌های خرید کاهش می‌یابد.

۴) احتمال افزایش قیمت کالا در آینده وجود داشته و هزینه‌های نگهداری افزایش می‌یابد.

۱۲۶. در یک سیستم کنترل موجودی نقطه‌ای (نقطه سفارش) با سطح خدمت ۹۵ درصد، کدام یک از عبارات زیر در مورد ذخیره اطمینان (SS) و نقطه سفارش مجدد (ROP) صادق است؟ (سراسری ۹۳)

۱) همواره $2SS > ROP$ (۲) همواره $2SS = ROP$ است.

۳) همواره $2SS \leq ROP$ است. (۴) ممکن است $2SS > ROP$ باشد.

۳۵۴ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۲۷. در سیاست سفارشات دوره‌ای (S,s,T) (کنترل موجودی دوره‌ای) که خریدار مجبور به رعایت دوره ثابت T می‌باشد. در صورتی که هزینه ثابت سفارش دهی حذف گردد، چه تغییری در متوسط موجودی حاصل خواهد شد؟

S : سقف سفارش

s : سطح تصمیم‌گیری در مورد سفارش در پایان دوره

T : طول دوره

(۲) کاهش می‌یابد.

(۱) افزایش می‌یابد.

(۴) بستگی به پارامترهای مسئله دارد.

(۳) ثابت باقی خواهد ماند.

۱۲۸. متوسط بیشترین و کمترین مقدار موجودی در لحظه دریافت سفارش به ترتیب برابر ۶۰۰ و ۱۰۰ واحد است. دوره مصرف کالا ۲۰ روز و متوسط مدت تحویل آن ۱۵ روز می‌باشد. نقطه سفارش مجدد کالا چند واحد است؟

(سراسری ۹۳)

(۴) ۵۷۵

(۳) ۴۷۵

(۲) ۳۷۵

(۱) ۲۷۵

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۱ ☺

این سوال رو می‌تونستیم توی فصل ۷ هم حل کنیم اما در کل داریم:

$$R = 120$$

این نکته را از فصل ۷ داشتیم:

$$R \begin{matrix} \uparrow D - R & \text{(کمبود)} \\ \downarrow R - D & \text{(نگهداری)} \end{matrix}$$

یعنی اگر میزان تقاضا از R بیشتر شود به کمبود می‌خوریم.

و اگر میزان تقاضا از R کمتر شود باید تعدادی محصول نگهداری کنیم. پس داریم:

در سوال از ما کمبود خواسته شده و توزیع احتمالی داده شده گسسته می‌باشد.

$$\bar{b}(r) = \sum_{D=r}^{\infty} (D_L - r)P(D_L = D) = \sum_{120}^1 (D_L - r)P(D_L = D)$$

$$= (120 - 120) \times 0/1 + (140 - 120) \times 0/1 + (160 - 120) \times 0/1$$

$$= 0 + 2 + 4 = 6$$

در یک دوره می‌باشد

$$N = \frac{D}{Q}$$

در یک سال داریم:

$$Q = 240$$

میزان تقاضا به طور میانگین

$$\bar{D} = 60 \times 0/2 + 80 \times 0/2 + 100 \times 0/3 + 120 \times 0/1 + 140 \times 0/1 + 160 \times 0/1 = 100$$

پس میزان تقاضا در یک سال

$$D = 100 \times 12 = 1200$$

$$N = \frac{D}{Q} = \frac{1200}{240} = 5$$

$$\Rightarrow B(r) = b(r) \times N = 5 \times 6 = 30$$

میزان کمبود در یک سال

۲. گزینه ۴ ☺

مقدار ذخیره اطمینان برابر است با:

$$SS = r - \mu_{DL} \Rightarrow SS = 20$$

$$\mu_{DL} = 130 \times 0/2 + 140 \times 0/2 + 150 \times 0/2 + 160 \times 0/2 + 170 \times 0/2 = 150$$

$$\Rightarrow r = \mu_{DL} + SS = 150 + 20 = 170$$

☺ گزینه ۳

مدت تحویل دارای توزیع نرمال با میانگین ۴۰ روز و انحراف معیار ۲ می‌باشد.

$$L \sim N(\mu_L = 40, \sigma^2 = 2^2) \quad (\text{مدت زمان تحویل})$$

$$D = 20 \quad (\text{روزانه}) \quad P = 0.9 \Rightarrow \alpha = 1 - P = 1 - 0.9 = 0.1 \Rightarrow Z_\alpha = 1.28$$

ذخیره اطمینان در صورتی که دارای توزیع زمان باشد داریم:

$$SS = Z_\alpha D \sigma_L = 1.28 \times 20 \times 2 = 51.2$$

☺ گزینه ۴

$$D \sim N(\mu = 10 \cdot t, \sigma^2 = (10 \cdot \sqrt{t})^2) \quad \text{در } t \text{ ماه}$$

$$L = 1 \text{ ماه} \quad P = 0.9 \Rightarrow \alpha = 0.1 \Rightarrow Z_\alpha = 1.28$$

$$T = 3 \text{ ماه}$$

حداکثر موقعیت موجودی همان R می‌باشد

(دقت کن سیستم مورد بررسی FoI می‌باشد)

$$R = \mu_{DL+T} + Z_\alpha \sigma_{DL+T} = 100 \times (3+1) + 1.28 \times 10 \cdot \sqrt{3} + 1 = 425.6$$

☺ گزینه ۵

$$Q = 40 \quad D = 400$$

$$\alpha = 1 - P = 0.1 \Rightarrow P = 0.9$$

پس سطح خدمت ۹۰٪ می‌باشد. از این طریق می‌توان r را بدست آورد، یعنی:

$$\int_0^r f(D) dD = 0.9 \Rightarrow \int_0^r \frac{1}{100} dD = 0.9$$

$$\Rightarrow \left[\frac{D}{100} \right]_0^r = 0.9 \Rightarrow r = 90$$

$$SS = r - \mu_{DL} = 90 - \frac{100+0}{2} = 90 - 50 = 40$$

☺ گزینه ۶

در سیستم FoS حداقل موقعیت موجودی برابر r (نقطه سفارش مجدد) می‌باشد. (r = ۹۰)

(در سیستم FoS دقت کن)

$$r \leq y(t) \leq r + Q$$

$$\Rightarrow r = 90$$

☺ گزینه ۴

$\bar{b}(r) = \frac{Q}{\text{درصد تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند}}$ $Q = ۴۰$

$$\begin{aligned}\bar{b}(r) &= \int_r^{100} (D_L - r) f_{DL}(D) dD = \int_{90}^{100} (D_L - 90) \frac{1}{100} dD \\ &= \left[\frac{1}{100} \frac{D_L^2}{2} - 90 D_L \right]_{90}^{100} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2} (10000 - 8100 - 90(100 - 90)) \right) \\ &= \frac{1}{100} \times \frac{1}{2} (1900 - 900) = \frac{1}{100} \times \frac{1}{2} \times 1000 = 5 \\ \Rightarrow \frac{\bar{b}(r)}{Q} &= \frac{5}{40} = 1/8 \text{ درصد}\end{aligned}$$

☺ گزینه ۸

$$\begin{aligned}(\text{احتمال کمبود}) &= N(1 - P) = N\alpha = \frac{D}{Q} \times \\ &= \frac{400}{40} \times 0.1 = 1\end{aligned}$$

☺ گزینه ۹

سیستم از نوع FoS می‌باشد.

$$Q = 20$$

$$D = 400 \quad SS = 3$$

$$\begin{aligned}r &= \mu_{DL+SS} \quad \mu_{DL} = 6 \times 0.05 + 7 \times 0.05 + 8 \times 0.05 + 9 \times 0.05 \\ &+ 10 \times 0.2 + 11 \times 0.2 + 12 \times 0.2 + 13 \times 0.05 + 14 \times 0.05 + 15 \times 0.05 \\ &+ 16 \times 0.05 = 11 \\ \Rightarrow r &= 11 + 3 = 14\end{aligned}$$

$$\text{احتمال وجود کمبود} = P(D_L > r) = P(D_L > 14) = 0.05 + 0.05 = 0.1$$

☺ گزینه ۱۰

متوسط مقدار کمبود در دوره را خواسته (دقت کن که در سال خواسته شده یا در دوره)

$$\begin{aligned}\bar{b}(r) &= \sum_{D_L=r}^{\infty} (D_L - r) P(D_L = D) \\ &= \sum_{14}^{16} (D_L - 14) P(D_L = D) = (14 - 14) \times 0.05 + (15 - 14) \times 0.05 \\ &+ (16 - 14) \times 0.05 = 0.15\end{aligned}$$

😊 گزینه ۱۱

متوسط مواد در دست همان I منظور می‌باشد:

$$Q = 20 \quad SS = 3$$

$$\bar{I} = \frac{Q}{2} + SS = \frac{20}{2} + 3 = 13$$

😊 گزینه ۱۲

$$D = 400 \quad Q = 20 \quad \bar{b}(r) = 0.15$$

$$\bar{B}(r) = N\bar{b}(r) = \frac{D}{Q} \quad \bar{b}(r) = \frac{400}{20} \times 0.15 = 3$$

😊 گزینه ۱۳

$$P(D_L < r) = 0.8 \xrightarrow[\text{می‌باشد}]{\text{توزیع یکنواخت}} D_{L \sim U}(0, 1000) \\ = \frac{r - 0}{1000 - 0} = 0.8 \Rightarrow r = 800$$

😊 گزینه ۱۴

ظرفیت ظرف کوچکتر برابر است با r یا نقطه سفارش کالا.

😊 گزینه ۱۵

دقت کن به واریانس یا انحراف معیار داده شده.

$$(روزانه) D = 5 \quad L \sim N(\mu_L = 2, \sigma_L^2 = 0.57) \quad P = 0.9 \rightarrow \alpha = 0.1 \Rightarrow Z_\alpha = 1.28$$

$$r = \mu_{DL} + SS = \mu_{DL} + Z_\alpha \sigma_{DL} \\ = D\mu_L + Z_\alpha \sqrt{\mu_D^2 \times \sigma_L^2 + \mu_L^2 \times \sigma_D^2} \\ = D\mu_L + Z_\alpha \times D\sigma_L = 5 \times 6 \times 2 + 1.28 \times 5 \times 6 \times \sqrt{0.57} \\ = 88.99$$

😊 گزینه ۱۶

طبق صورت سوال:

$$D = 1000 \quad A = 100 \quad h = 5$$

$$P = 0.97$$

$$\mu_{DL} = 20 \times 0.08 + 25 \times 0.13 + 30 \times 0.17 + 35 \times 0.26 + 40 \times 0.18 + 45 \times 0.08 \\ + 50 \times 0.07 + 55 \times 0.03 = 35$$

$$D(D_L \leq r) = 0.97 \Rightarrow r = 50$$

$$r = \mu_{DL} + SS \Rightarrow 50 = 35 + SS \Rightarrow SS = 15$$

۱۷. گزینه ۴ ☺

$$h = 5$$

$$SS = h \cdot SS = 5 \times 15 = 75$$

هزینه نگهداری سالیانه SS

۱۸. گزینه ۱ ☺

$$D = 500 \quad Q = 50 \quad \mu_{DL} = 90$$

$$1 - P = 0.25 \Rightarrow \text{سطح خدمت} = P = 0.75$$

X	۸۰	۸۵	۹۰	۹۵	۱۰۰	۱۰۵
D(X)	۰/۳	۰/۲	۰/۰۵	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱
تجمعی	۰/۳	۰/۵	۰/۵۵	۰/۷۵		

$$\Rightarrow r = 95$$

$$\Rightarrow SS = r - \mu_{DL} = 95 - 90 = 5$$

۱۹. گزینه ۳ ☺

$$N_b = NP_b = \frac{D}{Q} P_b = \frac{500}{50} \times 0.25 = 2.5$$

(تعداد دوره‌های کمبود)

$$P_b = 0.25$$

احتمال کمبود

$$T_b = \frac{1}{N_b} = \frac{1}{2.5} = 0.4$$

۲۰. گزینه ۲ ☺

$$\bar{B}(r) = N\bar{b}(r) = \frac{D}{Q} = \bar{b}(r)$$

$$\bar{b}(r) = \sum_{r=95}^{105} (D_L - r)P(D_L = D) = (95 - 95) \times 0.2$$

$$+ (100 - 95) \times 0.15 + (105 - 95) \times 0.1 = 1.75$$

$$\Rightarrow \bar{B}(r) = \frac{500}{50} \times 1.75 = 17.5$$

۲۱. گزینه ۴ ☺

$$\text{درصد تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند} = \frac{\bar{b}(r)}{Q} = \frac{1.75}{50} = 3.5\%$$

۲۲. گزینه ۱ ☺

با توجه به اطلاعات صورت سوال مشخص است که مدل FoI می‌باشد.

۳۶۰. برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

$$R = E$$

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS$$

$$R = \mu_{DL+T} + SS \Rightarrow SS = R - \mu_{DL+T} = E - D(1+T)$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{DT}{2} + E - DL - DI$$

۲۳. گزینه ۴ ☺

$$D \sim N(\mu_D = ۸۰۰۰, \sigma_D^2 = ۱۰۰۰^2) \quad P = ۰/۹۵ \quad \alpha = ۱ - ۱ = ۰/۰۵$$

$$L = \frac{1}{24} \text{ ماه} = \frac{1}{24}$$

$$r = \mu_{DL} + SS = \mu_{DL} + Z_{\alpha} \sigma_{DL} = \mu_D \times L + k_p \sigma_D \sqrt{L}$$

$$= ۸۰۰۰ \times \frac{1}{24} + ۱/۶۴ \times ۱۰۰۰ \times \sqrt{\frac{1}{24}} = ۶۶۸/۰۹$$

۲۴. گزینه صحیح ندارد ☹

$$P = ۰/۹۸ \text{ سطح خدمت}$$

$$SS = ۰$$

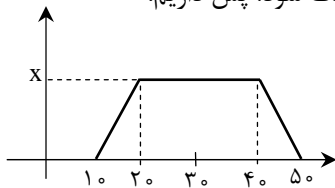
$$D = ۵ \text{ هفتگی}$$

L	۳	۴	۵	۶	۷
P(L)	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۲۵	۰/۱	۰/۰۵
تجمعی	۰/۲۵	۰/۶	۰/۸۵	۰/۹۵	۱۰۰

$$r = ۵ \times ۷ = ۳۵$$

۲۵. گزینه ۱ ☺

در تابع توزیع همواره داشتیم که مساحت زیر نمودار باید برابر با یک شود. پس داریم:



$$\frac{(20-10)X}{20} + (40-20)X + \frac{(50-40)X}{2} = 1$$

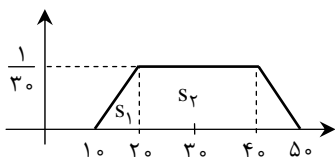
$$\Rightarrow 5X + 20X + 5X = 1 \Rightarrow X = \frac{1}{30}$$

همچنین از صورت سوال داشتیم که سطح خدمت برابر است با ۸۵ یعنی:

$$P(D_L \leq r) = ۰/۸۵$$

پس در نقطه‌ای که مساحت زیر نمودار بزرگتر مساوی ۸۵/۰ شد

آن نقطه همان r خواهد بود.



$$S_1 = \frac{(20-10) \times \frac{1}{30}}{2} = \frac{5}{30} \Rightarrow \frac{20}{30} + \frac{5}{30} = \frac{25}{30} = 0.83$$

$$S_2 = (40-20) \times \frac{1}{30} = \frac{20}{30}$$

پس به طور تقریبی r همان ۴۰ می‌باشد.

😊 **۲۶. گزینه ۲**

$$D = 10 \text{ روزانه} \quad Q = 400 \quad h = 2 \quad T_{Ch} = 480$$

$$T_{Ch} = h \left(\frac{Q}{2} + SS \right) = 480 \Rightarrow T_{Ch} = 2 \times \left(\frac{400}{2} + SS \right) = 480$$

$$\Rightarrow SS = 40$$

$$r = \mu_{DL} + SS = D\mu_L + SS$$

$$\mu_L = 4 \times 0.05 + 5 \times 0.07 + 6 \times 0.15 + 7 \times 0.2 + 8 \times 0.15$$

$$+ 9 \times 0.12 + 10 \times 0.1 + 11 \times 0.08 + 12 \times 0.05 + 13 \times 0.03 = 8$$

$$\Rightarrow r = 10 \times 8 + 40 = 120$$

😊 **۲۷. گزینه ۱**

$$SS = Z_{\alpha} \sigma_{DL}$$

طبق فرمول واضح است که ذخیره اطمینان به انحراف معیار و سطح سرویس بستگی دارد.

$$P = \text{سطح سرویس}$$

$$S = \text{انحراف معیار در مصرف در فاصله زمانی تحویل}$$

😊 **۲۸. گزینه ۴**

مقدار موجودی ظرف دوم هنگام دریافت سفارش برابر است با ذخیره اطمینان (SS) است. ولی

مقدار دقیق آن مشخص نیست (بدلیل احتمالی بودن)

😊 **۲۹. سوال غلط می‌باشد**

$$T = 1 \text{ ماه} \quad D = 50 \text{ ماهانه}$$

سیستم FoI می‌باشد.

$$L = 3 \text{ ماه} \quad SS = 50$$

پس سطح متوسط موجودی:

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS = \frac{50 \times 1}{2} + 50 = 75$$

😊 **۳۰. گزینه ۱**

$$\bar{B}(r) = N\bar{b}(r) = \frac{D}{Q} \bar{b}(r)$$

۳۶۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

با افزایش یافتن هزینه‌های سفارش‌دهی (A) مقدار Q افزایش می‌یابد پس $N = \frac{D}{Q^*}$ کاهش می‌یابد. پس در نتیجه $\bar{B}(r)$ کاهش می‌یابد. افزایش و کاهش A و h هیچ تأثیری روی متوسط هزینه کمبود هر دوره (b(r)) نخواهد داشت.

۳۱. گزینه ۴ ☺

در صورت افزایش سطح خدمت، نقطه سفارش مجد (r) نیز افزایش می‌یابد. بدلیل اینکه μ_{DL} مقداری ثابت است پس باید ذخیره ایمنی افزایش پیدا کند.

$$r = \mu_{DL} + SS \quad \mu_{DL} = Cte$$

در صورت افزایش r ذخیره ایمنی (SS) افزایش پیدا می‌کند.

۳۲. گزینه ۴ ☺

سیستم FoI می‌باشد. پس:

$$T = 1 \text{ ماه} \quad L = 3 \text{ ماه}$$

$$D \sim N(\mu_D = 100, \sigma_D^2 = 20^2) \text{ در ماه}$$

$$1 - P = 0.05 \Rightarrow P = 0.95 \quad \alpha = 0.05 \Rightarrow Z_\alpha = 1.65$$

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS$$

$$\bar{I} = 66 + \frac{100 \times 1}{2} = 116$$

$$SS = \sigma_D \times Z_\alpha \sqrt{T+L} = 20 \times 1.65 \times \sqrt{1+3} = 66$$

۳۳. گزینه ۱ ☹

$$\bar{B}(r) = N\bar{b}(r) = \frac{D}{Q^*} \bar{b}(r)$$

در صورت افزایش مقدار سفارش اقتصادی (Q^*)، مقدار N کاهش یافته پس مقدار متوسط کمبود در یک سال در یک سال نیز کاهش می‌یابد.

۳۴. گزینه ۳ ☹

در مدل‌های FoI حداکثر موجودی برابر است با R پس در این سوال منظور از Q_m همان R می‌باشد.

و میزان سفارش نیز برابر است با R منهای میزان مصرف شده در مدت زمان تحویل یعنی:

$$Q = R - DL$$

حال اگر L برابر با ۰ شود مقدار Q برابر است با R.

۳۵. گزینه ۴ ☺

سیستم مرور دوره‌ای FOI می‌باشد.

$$R = \mu_{DL+T} + SS$$

$$SS = 0 \Rightarrow R = \mu_{DL+T}$$

میزان تقاضا در طول زمان تحویل + تقاضا در طول دوره سفارش

۳۶. گزینه ۱ ☺

$$D = 18000 \quad A = 200 \quad h = 5 \quad L = 2 \text{ روز} \quad \alpha = 1 - P = 12/5$$

$$\alpha = 1 - P = 0.125 \Rightarrow P = 0.875$$

$$F_{DL}(r) \geq 0.875 \Rightarrow \text{تجمعی را حساب می‌کنیم.} = 0.025 + 0.1 + 0.2 + 0.35 + 0.2 = 0.875$$

$$\mu_{DL} = D\mu_L \quad \mu_L \text{ همان امید ریاضی جدول سوال می‌باشد.}$$

$$\mu_L = 30 \times 0.025 + 40 \times 0.1 + 50 \times 0.2 + 60 \times 0.35 + 70 \times 0.2 + 80 \times 0.1 + 90 \times 0.025 = 60$$

$$r = \mu_{DL} + SS \Rightarrow SS = r - \mu_{DL} = 70 - 60 = 10$$

۳۷. گزینه ۱ ☺

میانگین موجودی‌ها منظور همان \bar{I} می‌باشد:

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS_{FOI}$$

$$SS_{FOI} = R - \mu_{DL+T} = R - D(L + T)$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{DT}{2} + R - \mu_{DL+T} = R - D(L + T) + \frac{DT}{2}$$

$$= R - (DL + \frac{DT}{2})$$

حداکثر موجودی منهای (میانگین مصرف مورد انتظار در هر پریود به علاوه مصرف مورد انتظار در زمان انتظار تحویل کالا)

۳۸. گزینه ۴ ☺

$$r = \mu_{DL} + SS \Rightarrow r - SS = \mu_{DL}$$

اختلاف نقطه سفارش مجدد (r) و ذخیره ایمنی (SS) مصرف میانگین تقاضا در زمان انتظار تحویل کالا می‌باشد.

۳۹. گزینه ۴ ☺

از کلمه‌ی هر سال واضح است که سیستم مورد بررسی FOI می‌باشد.

$$SS = R - \mu_{DL+T}$$

سطح ذخیره اطمینان (SS) از تفریق میانگین مصرف مورد در سال و زمان انتظار تحویل کالا μ_{DL+T} از حداکثر سطح موجودی R بدست می‌آید.

۴۰. گزینه ۳ ☺

$$P = 0.85 \Rightarrow P(D_L < r) \geq 0.85$$

$$0.17 + 0.31 + 0.19 + 0.18 = 0.85$$

در $18/0$ به $r = 32$ می‌رسیم.

۴۱. گزینه ۱ ☺

به طور کلی همواره به یاد داشته باشید که پراکندگی (واریانس) نکته منفی برای یک توزیع می‌باشد. پس زیاد بودن آن عملاً باعث کاهش سطح اطمینان خواهد شد. پس کاهش انحراف معیار موجب کاهش احتمال کمبود و در نتیجه افزایش سطح سرویس (سطح قابلیت اطمینان) می‌شود.

۴۲. گزینه ۴ ☺

مقدار تقاضا دارای توزیع یکنواخت در بازه‌ی ۰ تا ۴۰۰ دارد.

$$D \sim u(0, 400) \quad P = 0.8$$

$$\int_0^r f_{DL}(D) dD = 0.8 \Rightarrow \int_0^r \frac{1}{400} dD = 0.8$$

$$\rightarrow \frac{r-0}{400} = 0.8 \rightarrow r = 320$$

$$SS = r - \mu_{DL} = 320 - \frac{400+0}{2} = 320 - 200 = 120$$

۴۳. گزینه ۱ ☺

$$D = 18000 \quad A = 200 \quad h = 5 \quad L = 1 \text{ روز}$$

$$P = 0.85 \Rightarrow P(D_L \leq r) \geq 0.85$$

$$\Rightarrow 0.025 + 0.1 + 0.2 + 0.35 + 0.2 = 0.875$$

$$\Rightarrow r = 35$$

$$SS = r - \mu_{DL}$$

$$\mu_{DL} = \text{امید ریاضی جدول داده شده} = 15 \times 0.025 + 20 \times 0.1 + 25 \times 0.2 + 30 \times 0.35$$

$$+ 35 \times 0.2 + 40 \times 0.1 + 45 \times 0.025 = 30$$

راه‌حل سریع‌تر اگر به فاصله بین عددها و میزان احتمال آن‌ها دقت کنیم می‌توان فهمید که ۳۰ دقیقاً وسط آن قرار دارد.

$$\Rightarrow SS = 35 - 30 = 5$$

۴۴. گزینه ۴ ☺

حجم ظرف کوچکتر همان r می‌باشد.

$$r = \mu_{DL} + SS$$

متوسط مصرف در طول پیش (LT) به علاوه مقدار ذخیره اطمینان

۴۵. گزینه ۲ ☺

در سیستم FoI حداکثر موقعیت موجودی همان R می‌باشد.

مطابق فرمول R داریم:

$$R = \mu_{DL+T} + SS$$

و افزایش مدت زمان تحویل (L) باعث افزایش R خواهد شد.

۴۶. گزینه ۲ ☺

$$\bar{B}(r) = N\bar{b}(r) = \frac{D}{Q^*} \bar{b}(r)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

افزایش هزینه‌ها نگهداری (h) باعث کاهش Q^* خواهد شد.

کاهش Q^* باعث افزایش N و به طبع باعث افزایش میزان متوسط کمبود سالیانه خواهد شد.

۴۷. گزینه ۲ ☺

در صورت افزایش مقدار سفارش اقتصادی هزینه سالیانه مربوط به بخش قطعی افزایش می‌یابد. اما بدلیل شات بودن سایر پارامترها سطح خدمت تغییری نمی‌کند.

۴۸. گزینه ۴ ☺

سیستم مورد بحث FoS می‌باشد. متوسط سطح موجودی در طول یکسان همان \bar{I} منظور می‌باشد.

$$\bar{I} = \frac{Q}{\gamma} + SS$$

$$SS = r - \mu_{DL} \Rightarrow \bar{I} = \frac{Q}{\gamma} + r - \mu_{DL}$$

$$\xrightarrow{r=S} \bar{I} = \frac{Q}{\gamma} + S - \mu_{DL}$$

☺ ۴۹. گزینه ۱

$$L = 1 \text{ ماه} \quad D_L \sim u(0, 200)$$

$$Q = 120 \quad 1 - P = 0.1 \quad \Rightarrow P = 0.9$$

$$SS = r - \mu_{DL}$$

$$\mu_{DL} = \frac{200 + 0}{2} = 100$$

$$P(D_L < r) = 0.9 \Rightarrow \frac{r - 0}{200} \geq 0.9 \Rightarrow r = 180$$

$$\Rightarrow SS = 180 - 100 = 80$$

☺ ۵۰. گزینه ۴

$$P = 97\% \Rightarrow \text{تجمعی را حساب کنید} \Rightarrow 0.1 + 0.25 + 0.35 + 0.15 + 0.1 + 0.05 = 100$$

$$\Rightarrow r = 6 \times 20 = 120$$

$$SS = r - \mu_{DL} = 120 - D\mu_L = 120 - 20 \times 3 / 0.5 = 120 - 61 = 59$$

μ_L همان امید ریاضی جدول داده شده می‌باشد.

☺ ۵۱. گزینه ۱

$$D = 250 \quad Q = 50 \quad \pi = 10$$

$$\text{هزینه کمبود سالیانه} = \pi N \bar{b}(r) = \pi \frac{D}{Q} \bar{b}(r)$$

$$\bar{b}(r) = \sum_r^D (D_L - r) P(D_L = D)$$

$$\pi \frac{D}{Q} \bar{b}(r) \leq 25 \Rightarrow 10 \times \frac{250}{50} \bar{b}(r) \leq 25$$

$$\Rightarrow \bar{b}(r) < 0.36$$

با آزمون و خطا مقدار r را بدست می‌آوریم.

$$r = 17 \Rightarrow \bar{b}(r) = (17 - 17) \times 0.3 = 0$$

$$r = 16 \Rightarrow \bar{b}(r) = (17 - 16) \times 0.3 = 0.3$$

$$r = 15 \Rightarrow \bar{b}(r) = (16 - 15) \times 0.7 + (17 - 15) \times 0.3 = 0.13$$

$$r = 14 \Rightarrow \bar{b}(r) = (15 - 14) \times 0.1 + (16 - 14) \times 0.7 + (17 - 14) \times 0.3 = 0.32$$

$$r = 13 \Rightarrow \bar{b}(r) = (14 - 13) \times 0.15 + (15 - 13) \times 0.1 + (16 - 13) \times 0.7 + (17 - 13) \times 0.3 = 0.68$$

پس بزرگترین r که در این نامساوی صدق می‌کند $r = 14$ می‌باشد.

۵۲. گزینه ۲ ☺

$$\bar{B}(r) = N\bar{b}(r) = \frac{D}{Q}\bar{b}(r) \Rightarrow \text{متوسط کمبود سالیانه}$$

با افزایش یافتن هزینه‌های سفارش‌دهی (A) مقدار Q افزایش می‌یابد به طبع افزایش آن باعث کاهش N و کاهش متوسط کمبود سالیانه خواهد شد.

۵۳. گزینه صحیح ندارد ☹

متوسط سطح موجودی در زمان دریافت سفارش بر اساس مدل‌های FoS همواره برابر SS است. اگر سطح خدمت برابر با ۵۰ درصد باشد آن‌گاه SS برابر است با صفر. می‌توان گزینه ۱ را زد. در غیر این صورت سوال مشکلی دارد.

۵۴. گزینه ۴ ☺

با رد گزینه می‌توان سریع گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ را حذف کرد چون این موارد به هیچ وجه تأثیر در ذخیره اطمینان ندارد فقط گزینه ۴ می‌توان انتخاب کرد.

۵۵. گزینه ۳ ☺

سطح خدمت برابر است با ۹۰ یعنی فقط در ۱۰ درصد از مواقع موجودی برای مشتری وجود ندارد یا به عبارت دیگر اگر ۱۰ دوره در نظر بگیریم فقط در یک دوره به کمبود خواهیم خورد.

۵۶. گزینه ۱ ☺

طبق فرمول‌ها داریم:

$$1 - P = \frac{NbQ}{D} = \frac{Nb}{N}$$

$$N = \text{تعداد سفارشات در سال} = \frac{\text{تعداد کل هفته‌ها در سال}}{\text{فاصله زمانی بین در سفارش متوالی}} = \frac{50}{4} = 12.5$$

$$1 - P = \frac{2}{12.5} = 0.16 \Rightarrow P = 0.84$$

۵۷. گزینه ۲ ☺

$$\text{روزانه } D = 20 \quad Q = 600 \quad h = 10 \quad T_{Ch} = 4000$$

$$r = SS + \mu_{DL} = SS + D\mu_L$$

$$T_{Ch} = h\left(\frac{Q}{\gamma} + SS\right) = 4000 \Rightarrow 10\left(\frac{600}{\gamma} + SS\right) = 4000$$

$$\Rightarrow SS = 100$$

$$\mu_L = 20 \times 0.05 + 21 \times 0.07 + 22 \times 0.15 + \dots + 29 \times 0.03 = 24$$

$$\Rightarrow r = 100 + 20 \times 24 = 580$$

😊 گزینه ۲

دوره سفارش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
D	۷۰	۶۰	۵۰	۳۰	۶۰	۴۰	۲۰	۷۰
L	۴	۵	۳	۷	۶	۴	۵	۶
DL	۲۸۰	۳۰۰	۱۵۰	۲۱۰	۳۶۰	۱۶۰	۱۰۰	۴۲۰

Max	متوسط	$r = \mu_D \times \max \{ L \} = 50 \times 70 = 3500$ $SS = r - \mu_{DL} = 3500 - 50 \times 5 = 1000$
۷۰	۵۰	
۷	۵	

😊 گزینه ۴

$$Q = 1200 \quad \mu_{DL} = 43 \quad SS = 37$$

$$r = SS + \mu_{DL} = 37 + 43 = 80$$

$$P(D_L > r) = 0.05 = \frac{1}{20}$$

پس به طور متوسط در ۲۰ دوره سفارش یکبار کمبود رخ می‌دهد.

😊 گزینه ۳

$$D \sim N(\mu_D = 21, \sigma_{DL}^2 = 3/5^2)$$

$$P = 0.90 \Rightarrow \alpha = 0.1 \quad L = 2 \text{ روز} = \frac{2}{7} \text{ هفته} \quad Z_\alpha = 1/28$$

$$r = \mu_{DL} + SS = \mu_{DL} + Z_\alpha \sigma_{DL} = \mu_{DL} + Z_\alpha \sigma_D \sqrt{L}$$

$$= 21 \times \frac{2}{7} + 1/28 \times 3/5 \times \sqrt{\frac{2}{7}} = 8/39$$

دقت کن که L روزانه داده شده اما D هفتگی.

😊 گزینه ۱

$$D = 2600 \quad P = 0.97 \quad \alpha = 0.03 \Rightarrow Z_\alpha = 1/88 \quad C = 800 \quad A = 300$$

$$h = 35 \text{ بیمه مالیات} \quad i = 0.20 \quad L = 15 \text{ روز}$$

$$h = h_1 + i_C = (35 + 45) + 0.2 \times 800 = 240$$

$$Q = Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2600 \times 3000}{240}} = 300$$

$$r = \mu_{DL} + Z_\alpha \sigma_D \sqrt{L} = 300 \times \frac{1}{2} + 300 \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times 1/88 = 190$$

البته با توجه به گزینه همان Q_w نیز که بدست آمد می‌توانستیم گزینه صحیح را انتخاب کنیم.

😊 گزینه ۲

$$SS = Z_{\alpha} \sigma_D \sqrt{L} = 300 \times \frac{1}{2} + 30 \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times 1/88 = 190$$

در همان سوال ۶۱ نیز به جواب رسیده بودیم.

😊 گزینه ۱

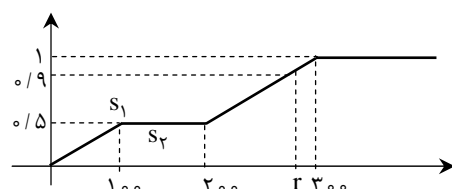
$$T_C = \frac{AD}{Q} + h \left(\frac{Q}{2} + SS \right) =$$

$$\frac{3600 \times 3000}{300} + 240 \left(\frac{300}{2} + 40 \right) = 81600$$

😊 گزینه ۴

$$1 - P = 0/1 \Rightarrow P = 0/9 \quad \alpha = 0/1$$

$$\Rightarrow P(D_L \leq r) = 0/9 \Rightarrow f(r) = 0/9 \quad SS = r - \mu_{DL}$$



$$\frac{r - 200}{0/4} = \frac{100}{0/5} \Rightarrow r = 280$$

برای بدست آوردن μ_{DL} باید میانگین تابع داده شده را بدست آورد.

تابع داده شده تجمعی است و می‌دانیم که:

$$E(\alpha) = \int (1 - f(\alpha)) dX$$

پس برای بدست آوردن میانگین از روی تابع توزیع تجمعی مساحت بالای نمودار را باید بدست آوریم.

$$\mu_{DL} = S_1 = 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + (200 + 300) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 150$$

$$\Rightarrow SS = 280 - 150 = 130$$

😊 گزینه ۲

$$D = 1200 \quad Q = 60 \quad SS = 80$$

$$\mu_{DL} = \frac{200 + 100}{2} = 200$$

$$\text{احتمال کمبود} = P(D_L > r) = P(D_L > 280) = \frac{280 - 300}{300 - 100} = 0/1$$

$$N_b = NP(D_L > r) = \frac{D}{Q} P(D_L > r) = \frac{1200}{60} \times 0/1 = 2$$

۳۷۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

😊 گزینه ۱

انحراف معیار عموماً نکته منفی محسوب می‌شود و کاهش انحراف معیار باعث کاهش احتمال کمبود و افزایش سطح سرویس می‌شود با قابلیت اطمینن

😊 گزینه ۲

متوسط	max	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	پریود
۵۰	۷۰	۴۰	۵۰	۶۰	۵۰	۴۰	۳۰	۶۰	۷۰	تقاضای روزانه (واحد D)
۵	۷	۳	۷	۵	۶	۵	۳	۷	۴	زمان تحویل L
		۱۲۰	۳۵۰	۳۰۰	۳۰۰	۲۰۰	۹۰	۴۲۰	۲۸۰	DL

$$r = \max \{d_j\} \times \mu_L = 70 \times 5 = 350$$

$$SS = r - \mu_{DL} = 350 - \mu_D \times \mu_L = 350 - 5 \times 50 = 100$$

😊 گزینه ۳

$$D = 30 \quad P = 0.89$$

در صورتی که به صورت تجمعی حساب کنیم. مدت زمان تحویل ۱۰ روز خواهد شد.

البته با کمی تخمین پس:

$$r = 10 \times 30 = 300$$

$$SS = r - \mu_{DL} = 300 - D\mu_L = 300 - 30 \times 6/6 = 300 - 198 = 102$$

μ_L امید ریاضی جدول داده شده در سوال می‌باشد.

😊 گزینه ۱

تعداد کمبود در سال:

$$B = N\bar{b}(r) = \frac{D}{Q}\bar{b}(r)$$

پس افزایش مقدار سفارش یا Q باعث کاهش B خواهد شد.

😊 گزینه ۳

احتمال کمبود ۱۰ درصد یعنی اگر به عنوان مثال ۱۰ دوره داشته باشیم به طور متوسط در یک دوره با کمبود مواجه می‌شویم.

😊 گزینه ۲

$$Q = 100 \quad SS = 10 \quad \mu_{DL} = \text{امید ریاضی جدول} = 80$$

$$r = \mu_{DL} + SS = 80 + 10 = 90$$

۷۲. گزینه ۴ ☹️

متوسط	max	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	دوره
۵۰	۷۰	۵۰	۷۰	۵۰	۶۰	۳۰	۵۰	۶۰	۳۰	D
۵	۷	۴	۴	۶	۶	۳	۷	۵	۶	L
		۲۰۰	۲۸۰	۲۵۰	۳۶۰	۹۰	۳۵۰	۳۰۰	۱۸۰	DL

$$r_{\max} \{L\} \times \mu_D = 7 \times 50 = 350$$

$$SS = r - \mu_{DL} = 350 - 5 \times 50 = 100$$

۷۳. گزینه ۴ ☺️

$$Q = 220 \quad D = 15 \text{ روزانه}$$

$$L \sim N(25, 7) \quad P = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 = Z_{\alpha} = 1.645$$

$$r = \mu_{DL} + SS = \mu_{DL} + Z_{\alpha} \sigma_{DL}$$

$$= D \mu_L + Z_{\alpha} D \sigma_L = 15 \times 25 + 15 \times 7 \times 1.645 = 548$$

۷۴. گزینه ۴ ☺️

$$R = \mu_{D(L+T)} + SS(T)$$

میزان تقاضای طی زمان تحویل (L) و دوره سفارش (T) + SS (T) به علاوه ذخیره موجودی (SS)

۷۵. گزینه ۴ ☺️

بدلیل اینکه در سیستم FoS به طور دائمی در حال بررسی سطح موجودی هستیم. متوسط کسری در یک دوره سفارش برای سیستم FoS کمتر از سیستم FoI می‌باشد.

۷۶. گزینه ۴ ☹️

$$r = \mu_{DL} + Z_{\alpha} \sigma_{DL} = \mu_{DL} + Z_{\alpha} \sigma_D \sqrt{L}$$

با ۲ برابر شدن مدت زمان تحویل (L) جذر آن ۴/۱ برابر خواهد شد پس به طور کلی r کمتر از ۲ برابر خواهد شد.

۷۷. گزینه ۱ ☺️

$$D \sim N(10t, (4\sqrt{t})^2) \quad L = 19 \quad T = 30$$

$$Z_{\alpha} = 1.5$$

$$R = \mu_{D(L+T)} + Z_{\alpha} \sigma_{D(L+T)} = 10(19+30) + 1.5 \times 4\sqrt{30+11}$$

$$= 490 + 42 = 532$$

☺ گزینه ۳

در این سوال احتمال‌ها را به طور مستقیم نداده در نتیجه:

مدت زمان تحویل	۴	۵	۶	۷
فراوانی	۱۴	۱۸	۱۲	۶
احتمال	۰/۲۸	۰/۳۶	۰/۲۴	۰/۱۲
F(x)	۰/۲۸	۰/۶۴	۰/۸۸	۱

$$P = 0.95 \Rightarrow$$

اولین جایی که تجمعی بزرگتر مساوی ۰/۹۵ شد همان نقطه سفارش مجدد خواهد بود.

$$\Rightarrow \text{مدت زمان تحویل} = 7$$

$$r = 7 \times 6 = 42$$

$$SS = r - \mu_{DL} = 42 - 6 \times 5 / 2 = 42 - 31 / 2 = 10.5$$

$$\mu_{DL} = D \mu_L = 6 \times \mu_L = 6 \times 5 / 2 = 31 / 2$$

μ_L همان امید ریاضی جدول بالا می‌باشد.

☺ گزینه ۱

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	max	متوسط
تقاضای (D)	۷۰۰	۶۰۰	۵۵۰	۴۰۰	۸۰۰	۲۰۰	۳۵۰	۴۵۰	۱۵۰	۴۰۰	۸۰۰	۴۶۰
مدت زمان تحویل	۳	۲	۵	۴	۱	۳	۶	۲	۱	۳	۶	۳
DL	۲۱۰۰	۱۲۰۰	۲۷۵۰	۱۶۰۰	۸۰۰	۶۰۰	۲۱۰۰	۹۰۰	۱۵۰	۱۲۰۰		

$$r = \mu_L \max \{ D \} = 3 \times 800 = 2400$$

$$SS = r - \mu_{DL} = 2400 - 460 \times 3 = 1020$$

☺ گزینه ۸۰

در این سوال هم احتمال داده نشده بلکه فراوانی داده شده. پس احتمال را بدست می‌آوریم.

$$P = 0.9 \Rightarrow Z_{\alpha} = 1.28$$

D	۱۰۰	۱۲۰	۱۳۵	۱۴۰	۱۴۵
فراوانی	۵	۳۰	۴۰	۱۵	۱۰
احتمال	۰/۰۵	۰/۳	۰/۴	۰/۱۵	۰/۱

محاسبات بسیار بدی دارد.

$$\mu_{DL} = 100 \times 0.05 + 120 \times 0.3 + 135 \times 0.4 + 140 \times 0.15 + 145 \times 0.1 = 130.5$$

$$\sigma_D^2 = (100 - 130.5)^2 \times 0.05 + (120 - 130.5)^2 \times 0.3 + (135 - 130.5)^2 \times 0.4$$

$$+ (140 - 130.5)^2 \times 0.15 + (145 - 130.5)^2 \times 0.1 = 122.25$$

$$SS = \sigma_D Z_{\alpha} = \sqrt{122.25} \times 1.28 = 14.15$$

۸۱. گزینه ۳ ☺

سیستم FoS می‌باشد $D = 4000$ $\mu_{D_L} = 80$ $SS = 10$ $Q = 100$

ابتدا احتمال کمبود را پیدا می‌کنیم. برای این امر نیاز به یافتن نقطه سفارش مجدد می‌باشد.

$$r = SS + \mu_{D_L} = 10 + 80 = 90$$

$$\text{احتمال کمبود} = P(D_L > r) = P(D_L > 90) = 0/1 + 0/1 + 0/1 = 0/3$$

$$N = NP(D_L > r) = \frac{D}{Q} P(D_L > r) = \frac{4000}{100} \times 0/3 = 12$$

۸۲. گزینه ۱ ☺

حداکثر به اندازه‌ی حجم ظرف بزرگتر می‌باشد به این دلیل که اگر در مدت زمان تحویل تقاضای

وجود نداشته باشد و بیشتر از ظرف بزرگتر سفارش داده شود نمی‌توان آن را در ظرف جا داد.

۸۳. گزینه ۲ ☹

$$D = 200 \quad Q = 2400 \quad h = 50$$

$$D \sim (100t = \text{انحراف معیار و } 600t = \text{میانگین})$$

$$L = 3 \text{ ماه} \quad Z_\alpha = 1/2$$

$$SS = \sigma_D \cdot Z_\alpha = (100 \times 3) \times 1/2 = 360 \text{ سه ماهه}$$

$$SS \text{ سه ماهه} = \text{هزینه نگهداری} = 50 \times 360 = 18000$$

$$SS \text{ یک ماهه} = \sigma_D Z_\alpha = (100 \times 1) \times 1/2 = 120$$

$$SS \text{ یک ماهه} = 6000 + 5000 = 11000$$

همانطور که مشخص است هزینه ذخیره ایمنی (SS) یک ماهه از سه ماهه کمتر است.

۸۴. گزینه ۲ ☺

سیستم مورد بررسی سوال FoI می‌باشد.

$$T = 4 \text{ ماه} \quad SS = 0$$

$$D \sim N(1500t, (150t)^2)$$

از صفر بودن ذخیره اطمینان می‌توان گفت که سطح خدمت ۵۰ درصد می‌باشد پس $P = 0/5$

$$\Rightarrow T = \frac{4}{12} \text{ سال} \Rightarrow N = \frac{1}{T} = 3$$

\Rightarrow احتمال کمبود $N = N \times \text{تعداد دوره کمبود}$

$$= 3 \times 0/5 = 1/5$$

۸۵. گزینه ۴ ☺

$$D = 1000 \quad Q = 100 \quad N_b = 2$$

$$1 - P = \frac{N_b}{N} \Rightarrow 1 - P = \frac{b}{D} = \frac{2}{\frac{1000}{100}} = 0.2 \Rightarrow P = 0.8 \Rightarrow P(D_L < r) = 0.8$$

تجمعی را حساب کنیم. در تقاضا برابر با ۱۳۰ به $P = 0.8$ خواهیم رسید پس نقطه سفارش‌دهی همین خواهد بود.

$$r = 130$$

$$\bar{B}(r) = Nb(r) = \frac{D}{Q} \bar{b}(r)$$

$$\bar{B}(r) = \frac{1000}{100} \times 2 = 20$$

$$b(r) = \sum_{r=130}^{140} (D-r)P_D = (130-130) \times 0.2 + (140-130) \times 0.2 = 2$$

۸۶. گزینه ۲ ☺

سیستم مورد بحث FoI می‌باشد.

$$D = 12000 \quad T = 3 \text{ ماه} \quad L = 6 \text{ ماه}$$

$$D \sim N(1000t, (2000\sqrt{t})^2) \quad Z_\alpha = 1/2$$

حداکثر موقعیت در سیستم FoI برابر است با R

$$R = \mu_{D_{L+T}} + SS = \mu_{D_{L+T}} + Z_\alpha \sigma_{D_{L+T}} = 1000(3+9) + 1/2 \times \sqrt{3+6} \times 2000 = 9720$$

دقت کن که در توزیع نرمال داده شده t بر حسب ماه می‌باشد.

۸۷. گزینه ۱ ☺

در خط مشی FoS حداقل و حداکثر موقعیت موجودی به شرح زیر است:

$$r \leq y(t) \leq r + Q$$

۸۸. گزینه ۳ ☺

$$D_L \sim u(10, 30) \quad \pi = 4 \quad h = 2 \quad N = 10$$

$$1 - P = \frac{hQ}{\pi D} = \frac{h}{\pi N} = \frac{2}{4 \times 10} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow P = \frac{19}{20} \Rightarrow P(D_L < r) = \frac{19}{20} \Rightarrow \frac{r-10}{30-10} = \frac{19}{20}$$

$$\Rightarrow r = 29 \quad \mu_{D_L} = \frac{10+30}{2} = 20$$

$$SS = r - \mu_{D_L} = 29 - 20 = 9$$

☺ گزینه ۸۹

در مسائل آماری هیچ‌گاه به دنبال افزایش انحراف معیار نبوده‌ایم در کل نکته منفی محسوب می‌شود پس افزایش انحراف معیار قابلیت اطمینان را کاهش می‌دهد.

☺ گزینه ۹۰

سیستم مورد بحث FoS می‌باشد.

$$Q = 100 \quad L = 6 \text{ روز} \quad D \sim N(\Delta t, (\sqrt{3}T)^2) \text{ روز}$$

$$SS = 30$$

در سیستم FoS داشتیم که $r \leq y(t) \leq r + Q$ پس حداکثر موقعیت موجودی $r + Q$ خواهد بود.

$$r = \mu_{DL} + SS = 5 \times 6 + 30 = 60$$

$$r + Q = 60 + 100 = 160$$

☺ گزینه ۹۱

$$D_L \sim u(100, 200)$$

سیستم مورد بحث FoS می‌باشد.

$$P = 0.85$$

در سیستم FoS حداقل موقعیت r می‌باشد.

$$P(D_L < r) = 0.85 = \frac{r - 100}{200 - 100} = \frac{r - 100}{100} \Rightarrow r = 185$$

☺ گزینه ۹۲

کاهش زمان تدارکات روی ذخیره ایمنی در هر ۲ نوع سیستم تأثیر دارد. و ذخیره ایمنی هم بر هزینه نگهداری موثر است:

$$FoS \rightarrow \text{هزینه نگهداری} = h\bar{I} = h\left(\frac{Q}{\gamma} + SS_{FoS}\right)$$

$$FoI \rightarrow \text{هزینه نگهداری} = h\bar{I} = h\left(\frac{DT}{\gamma} + SS_{FoI}\right)$$

$$SS_{FoS} = k_P \sigma_{D_L} = k_P \sqrt{D^{\gamma} \sigma_L^2 + L \sigma_D^2}$$

$$SS_{FoI} = k_P \sigma_{D_L+T} = k_P \sqrt{D^{\gamma} \sigma_L^2 + (L+T) \sigma_D^2}$$

کاهش ۴۰ درصدی زمان تدارکات باعث کاهش به همان نسبت در هزینه‌ها نخواهد شد. اما کاهش خواهد داشت.

☺ گزینه ۹۳

$$D_L \sim N(1000t, (120\sqrt{t})^2)$$

(t به ماه می‌باشد)

۳۷۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

$$SS = 0 \Rightarrow P = 0.5$$

$$\mu_D = D = 1000 \times 12 = 12000$$

$$\mu_b = (1-P) \times N = (1-P) \times \frac{D}{Q} = (1-0.5) \times \frac{12000}{1000} = 6$$

😊 گزینه ۹۴

$$SS = 10 \quad \mu_{D_L} = \bar{b}(D) = 130$$

$$r = \mu_{D_L} + SS = 130 + 10 = 140$$

$$\bar{b}(r) = \sum_{D_L=140}^{160} (D_L - r) \cdot P(D_L = D) = (160 - 140) \times 0.1 + (150 - 140) \times 0.1 = 3$$

😊 گزینه ۹۵

$$D_t \sim N(1000t, (100\sqrt{t})^2) \quad (t \text{ به ماه})$$

$$L = 8 \text{ ماه} \quad T = 8 \text{ ماه} \quad R = 16800$$

$$SS = R - \mu_{D_{L+T}} = 16800 - 1000(\lambda + \lambda) = 800$$

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS = \frac{1000 \times 8}{2} + 800 = 4800$$

😊 گزینه ۳

$$D_L \sim u(100, 200) \quad N = 2 \quad N_b = 2$$

$$1-P = \frac{N_b}{N} = \frac{2}{10} = 0.2 \Rightarrow P = 0.8$$

$$P(D_L < r) = 0.8 \Rightarrow \frac{r-100}{200-100} = 0.8 \Rightarrow r = 180$$

$$SS = r - \mu_{D_L} = 180 - \frac{200+100}{2} = 180 - 150 = 30$$

😊 گزینه ۳

دوره سفارش	۱	۲	۳	۴	۵	max	متوسط
D	۱۲	۲۰	۱۸	۱۵	۲۵	۲۵	۱۸
L	۵	۶	۹	۳	۷	۹	۶
DL	۶۰	۱۲۰	۱۶۲	۴۵	۱۷۵		

$$r = \max\{DL\} = 175 \quad \mu_D = 18 \quad \mu_L = 6$$

$$SS = r - \mu_{D_L} = 175 - 18 \times 6 = 67$$

😊 گزینه ۹۸

$$D \sim N(100, (5)^2) \quad L = 16 \text{ روز} \quad P = 0.9 \quad Z_\alpha = 1.28$$

$$SS = \sigma_D \sqrt{L} Z_\alpha = 5 \sqrt{16} \times 1.28 = 25.6$$

😊 گزینه ۹۹

در سیستم‌هایی که بر اساس FoI عمل می‌کنند مقدار ذخیره اطمینان بیشتر از سیستم‌های FoS می‌باشد. پس هزینه‌های نگهداری سیستم‌های FoI بیشتر از دلیل این بار هم در این است که در سیستم FoS ما مرور لحظه داریم و احتمال کمبود در آن به نسبت سیستم FoI در یک سطح مشخص کمتر است.

😊 گزینه ۱۰۰

افزایش مدت زمان تحویل باعث افزایش ذخیره ایمنی و به طبع $SS = \frac{Q}{\gamma} + \bar{I}$ باعث افزایش \bar{I} خواهد شد.

😊 گزینه ۱۰۱

اگر انحراف معیار زیاد شود باید برای ثابت ماندن R در $k_P \sigma_{D_{L+T}}$ مقدار k_P کاهش یابد. پس $1-P$ افزایش می‌یابد. که باعث کاهش T_b خواهد شد.

$$1-P = \frac{N_b}{N} = \frac{T}{T_b} \Rightarrow T_b = \frac{T}{1-P}$$

😊 گزینه ۱۰۲

$$N_b = \frac{D}{Q} (1-P)$$

N_b علاوه بر سطح خدمت (P) به مقدار سفارش نیز بستگی دارد که مقدار سفارش با توجه به نوع سیاست انتخاب می‌شود در صورتی که سیاست بهینه مطلق مدنظر باشد، داریم:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(A + \pi \bar{b}(r))}{h}}$$

و در صورتی که سیاست نزدیک به بهینه مدنظر باشد داریم:

$$Q^* = Q_w$$

۱۰۳. گزینه ۴ ☺

سیستم از نوع FoS می‌باشد $P = 0.95$ $D_L \sim u(10, 30)$

$$P = 0.95 \Rightarrow P(D_L < r) = 0.95 \Rightarrow \frac{r - 10}{30 - 10} = \frac{95}{100}$$

$$\Rightarrow r = 29$$

$$SS = r - \mu_{D_L} = 29 - \frac{30 + 10}{2} = 29 - 20 = 9$$

۱۰۴. گزینه صحیح ندارد ☹

سیستم FoI می‌باشد. $T = 3$ $\mu_t = 100t$ $\sigma_t = 10\sqrt{t}$

$$R = 600$$

$$R = \mu_{D_{L+T}} + SS \Rightarrow SS = R - \mu_{D_{L+T}} = 600 - 100(3 + L) = 300 - 100L$$

$$\bar{I} = \frac{D_T}{2} + SS = \frac{100 \times 3}{2} + 300 - 100L = 450 - 100L$$

۱۰۵. گزینه ۴ ☺

$$D_L \sim u(100, 300) \quad D = 1200 \quad Q = 60 \quad SS = 80$$

$$r = \mu_{D_L} + SS = \frac{300 + 100}{2} + 80 = 280$$

$$P = P(D_L \leq r) = \frac{r - 100}{300 - 100} = \frac{280 - 100}{200} = 0.9 \Rightarrow 90\%$$

۱۰۶. گزینه ۳ ☹

در سیستم دو ظرفی حداقل ظرفیت ظرف کوچکتر برابر است با μ_{D_L} و زمانی اتفاق می‌افتد که سطح خدمت برابر ۵۰ درصد و $SS = 0$ شود.

$$r = \mu_{D_L} = 5 \times 3 = 15$$

۱۰۷. گزینه ۴ ☺

$$D = 100 \text{ روزانه} \quad L \sim N(10, 4^2)$$

$$P = 0.90 \Rightarrow Z_\alpha = 1.28$$

$$r = \mu_{D_L} + SS = D \mu_L + SS = 100 \times 10 + 512 = 1512$$

$$SS = Z_\alpha \sigma_{D_L} = 1.28 \times 100 \times 4 = 512$$

۱۰۸. گزینه ۳ ☹

$$Q = 800 \quad \mu_{D_L} = 200 \quad r = 350 \quad h = 10$$

نقطه سفارش مجدد داریم پس سیستم مورد بحث همان FoS می‌باشد.

$$SS = r - \mu_{D_L} = 350 - 200 = 150$$

$$\text{هزینه نگهداری سالیانه} = h\left(\frac{Q}{\gamma} + SS\right) = 10\left(\frac{800}{\gamma} + 150\right) = 5500$$

۱۰۹. گزینه ۲ ☺

سیستم دو ظرفی یا Two bin حالتی خاص از سیستم‌های مرور دائم یا FoS می‌باشد.

۱۱۰. گزینه ۱ ☹

$$SS = 128 \quad P_1 = 0.9 \rightarrow Z_{\alpha_1} = 1.28$$

$$P_2 = 0.95 \rightarrow Z_{\alpha_2} = 1.65$$

$$SS_1 = Z_{\alpha_1} \sigma_{D_L} \rightarrow 128 = 1.28 \times \sigma_{D_L} \rightarrow \sigma_{D_L} = 100$$

$$SS_2 = Z_{\alpha_2} \sigma_{D_L} \rightarrow 1.65 \times 100 = 165$$

$$SS_2 - SS_1 = 37$$

۳۷ واحد باید افزایش داشته باشیم.

دقت کن در این سوال مقدار σ_{D_L} ثابت می‌باشد.

۱۱۱. گزینه ۲ ☺

$$R = 600 \quad T = 3 \text{ ماه} \quad L = 1 \text{ ماه} \quad \mu_T = 100t \quad \sigma_t = 10\sqrt{t}$$

$$SS = R - \mu_{D_{L+T}} = 600 - 100(3+1) = 200$$

۱۱۲. گزینه ۴ ☺

$$\text{سالیانه } D = 1000 \quad Q = 100 \quad N_b = 2$$

D_L	۷۰	۸۰	۱۰۰	۱۳۰
$F(D_L)$ تجمعی	۰/۳	۰/۶	۰/۸	۱

$$1 - P = N_b \frac{Q}{D} = 2 \times \frac{100}{1000} = 0.2 \Rightarrow P = 0.8 \Rightarrow r = 100$$

$$\bar{b}(r) = \sum_{D_L=100}^{130} (D_L - r)P(D_L = D) = (130 - 100) \times 0.2 = 6$$

دقت کن که مقدار کمبود سالیانه را خواسته پس

$$\bar{B}(r) = N_b \bar{b}(r) = \frac{D}{Q} \bar{b}(r) = 10 \times 6 = 60$$

۱۱۳. گزینه صحیح ندارد ☹

سیستم FoI می‌باشد.

$$T = 2 \text{ ماه} \quad L = 2 \text{ ماه}$$

۳۸۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

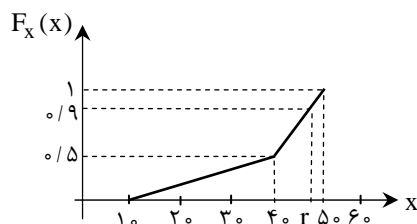
$$D \sim N(100, 20^2) \quad P = 0.95 \Rightarrow k_P = 1.65 \quad = 1.65 \times \sqrt{4} \times 20 = 66$$

$$SS = Z_\alpha \sigma_{D_{L+T}} = Z_\alpha \sigma_D \sqrt{L+T}$$

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS = \frac{100 \times 2}{2} + 66 = 166$$

۱۱۴. گزینه ۱ ☺

احتمال کمبود ۰/۱ می‌باشد پس سطح خدمت ۰/۹ در نتیجه برای بدست آوردن r داریم:



برای بدست آوردن r یک راه سریع و راحت این است که فاصله‌ی ۴۰ تا ۵۰ روی محور عمودی به اندازه‌ی ۰/۵ می‌باشد پس با یک نسبت فاصله‌ی ۴۰ تا r روی محور عمودی به اندازه‌ی ۰/۹ تا ۰/۵ می‌باشد.

$$\frac{50-40}{1-0.5} = \frac{r-40}{0.9-0.5} \Rightarrow 20 = \frac{r-40}{0.4} \Rightarrow r = 48$$

$$SS = r - \mu_{D_L}$$

تابع توزیع تجمعی احتمالی تقاضا داده شده طبق اطلاعات آماری داریم:

$$E(X) = \int 1 - F_X(x) dx \quad E(X) = P(X > x)$$

پس مساحت بالای نمودار را حساب کنیم مقدار امید ریاضی بدست می‌آید.

$$\mu_{D_L} = (10+40) \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + (40+50) \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = 35$$

$$SS = 48 - 35 = 13$$

۱۱۵. گزینه ۲ ☺

$$T = 3 \text{ ماه} \quad L = 1 \text{ ماه} \quad D = 12000$$

حداکثر موجودی این کالا در انبار برابرست با تقاضا در دوره تحویل + تقاضا در طول دوره سفارش

$$R = D(L+T) = 12000 \times \left(\frac{4}{12}\right) = 4000$$

۱۱۶. گزینه ۱ ☺

طبق اطلاعات سوال:

$$D = 50 \quad \text{روزانه} \quad L \sim N(6, 2^2)$$

$$r = \mu_{D_L} + Z_{\alpha} \sigma_{D_L}$$

$$\Rightarrow \sigma_{D_L} = D \sigma_L = 50 \times 2 = 100$$

$$\mu_{D_L} = D \times \mu_L = 50 \times 6 = 300$$

$$P = 0.9 \rightarrow Z_{\alpha} = 1.28$$

$$r = 300 + 1.28 \times 100 = 428$$

۱۱۷. گزینه ۳ ☺

$$P = 0.9 \quad N = 200 \quad D = 1500$$

$$N_b = N \times (1 - P) = 200 \times (1 - 0.9) = 20$$

در ۲۰ دوره به کمبود برمی‌خوریم. نه در ۳ دوره.

می‌توان متوسط دوره‌های کمبود را بدست آورد ولی برای کل تقاضای برآورده نشده باید محاسبه گردد که احتیاج به تابع آن داریم.

۱۱۸. گزینه ۴ ☺

$$N = 10 \quad D_L \sim N(20, 6^2)$$

$$T_b = 5 \Rightarrow N_b = \frac{1}{5}$$

$$1 - P = \frac{N_b}{N} = \frac{\frac{1}{5}}{10} = \frac{1}{50} = 0.02$$

$$SS = Z_{\alpha} \sigma_{D_L} = 6 \times k_{0.02}$$

۱۱۹. گزینه ۳ ☺

سیستم مورد بررسی FoS می‌باشد.

$$\pi = 6 \quad h = 10 \quad N = 5$$

برای بدست آوردن μ_{D_L} نیازی به گرفتن میانگین از جدول نیست بدلیل تقارن در جدول میانگین

بین ۶۰ و ۶۵ می‌باشد.

$$\mu_{D_L} = \frac{60 + 65}{2} = 62.5$$

$$1 - P = \frac{h}{\pi N} = \frac{10}{5 \times 6} = 0.33 \Rightarrow P = 0.67$$

۳۸۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

تقاضا در مدت زمان تحویل	۵۰	۵۵	۶۰	۶۵	۷۰	۷۵
احتمال تجمعی	۰/۱	۰/۲۵	۰/۵	۰/۷۵	۰/۹	۱

$$P = 0.67 \Rightarrow r = 65$$

$$r = \mu_{D_L} + SS \Rightarrow SS = r - \mu_{D_L} = 65 - 62.5 = 2.5$$

۱۲۰. گزینه ۱ ☺

$$P = 0.9$$

تقاضا در مدت زمان تحویل	۴۰	۴۵	۵۰	۵۵	۶۰	۶۵
احتمال	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۱۵	۰/۱
احتمال تجمعی	۰/۱	۰/۲۵	۰/۵	۰/۷۵	۰/۹	۱

$$P = 0.9 \Rightarrow r = 60$$

$$b(r) = \sum_{D_L=r}^{65} (D_L - r)P(D_L = D) = (65 - 60) \times 0.1 = 0.5$$

۱۲۱. گزینه ۴ ☺

ذخیره اطمینان (SS) می‌تواند بزرگتر و یا کوچکتر از متوسط تقاضا در طول پیش زمان باشد ولی مستقل از یکدیگر نیستند.
کلمه همواره گزینه‌های ۲ و ۳ را غلط کرده.

۱۲۲. گزینه ۲ ☺

سیستم مورد بررسی FoI می‌باشد.

$$T = 20 \text{ روز} \quad L = 5 \text{ روز}$$

$$D \sim N(100, 10^2) \quad P = 0.9 \rightarrow Z_\alpha = 1.2$$

$$SS = Z_\alpha \sigma_{D_L+T} = 1.2 \times 10 \sqrt{20+5} = 60$$

۱۲۳. گزینه ۲ ☺

با توجه به فرمول‌های زیر:

$$(I) \quad Q^* = \sqrt{\frac{2D(A + \pi \bar{b}(r))}{\pi}}$$

وقتی A کاهش می‌یابد با توجه به رابطه (I) مقدار Q^* کاهش می‌یابد.

$$(II) \quad T_{Ch} = h \left(\frac{Q}{\gamma} + SS \right)$$

وقتی Q^* کاهش می‌یابد در رابطه II هزینه نگهداری کاهش می‌یابد.

$$(III) \text{ کل هزینه کمبود} = \frac{\pi D}{Q} \bar{b}(r)$$

وقتی Q^* کاهش می‌یابد در رابطه‌ی III هزینه کمبود افزایش می‌یابد.

😊 ۱۲۴. گزینه ۲

$$D \sim N(100, 20^2) \text{ هفتگی}$$

$$T = 3 \text{ هفته} \quad L = 1 \text{ هفته} \quad \bar{I} = 230$$

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS \rightarrow 230 = \frac{100 \times 3}{2} + SS \rightarrow SS = 80$$

$$R = \mu_{D_{L+T}} + SS = 100 \times (3 + 1) + 80 = 480$$

😊 ۱۲۵. گزینه ۲

نگهداری ذخیره اطمینان (SS) به دلیل نوسان در مدت زمان تحویل و تقاضا می‌باشد که سبب افزایش هزینه نگهداری می‌گردد.

FoS

FoI

$$T_{Ch} = h\left(\frac{Q}{2} + SS\right)$$

$$T_{Ch} = h\left(\frac{DT}{2} + SS\right)$$

😊 ۱۲۶. گزینه ۴

در صورتی که توزیع متقارن باشد $R - P > 2SS$ ←

در صورتی که توزیع غیرمتقارن باشد ← چون مقدار ذخیره اطمینان و تعداد سفارش مجدد و در نهایت میل خواهد کرد ← دیگر رابطه فوق صحیح نخواهد بود.
بنابراین پاسخ این سوال به نوع توزیع بستگی دارد.

😊 ۱۲۷. گزینه ۲

اگر به فرمول T^* دقت کنیم می‌فهمیم که با کاهش A، T^* نیز کاهش می‌یابد.

$$T^* = \sqrt{\frac{2(A + \pi \bar{b}(R))}{Dh}}$$

و همچنین متوسط موجودی:

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS = \text{متوسط موجودی}$$

با کاهش T، کاهش می‌یابد.

۱۲۸. گزینه ۳ ☺

$$T = ۲۰ \text{ روز} \quad \mu_L = ۱۵$$

$$R - D(T + L) = \text{متوسط حداقل خالص موجودی در دست}$$

$$R - DL = \text{متوسط حداکثر خالص موجودی در دست}$$

$$\left. \begin{array}{l} R - D(T + L) = ۱۰۰ \\ R - DL = ۶۰۰ \end{array} \right\} \Rightarrow DT = ۵۰۰ \xrightarrow{T=۲۰} D = ۲۵$$

$$\mu_{D_L} = DL = ۲۵ \times ۱۵ = ۳۷۵$$

$$r = SS + \mu_{D_L} = ۱۰۰ + ۳۷۵ = ۴۷۵$$

فصل ۱۰


روش های پیش بینی

پیش‌بینی یک تخمین از میزان تقاضا برای یک یا چند محصول در یک پریود زمانی در آینده است. در این روش‌ها X_i میزان تقاضای واقعی سال i ام و \hat{X}_i معرف پیش‌بینی تقاضای سال i ام است.

۱. روش تقاضای آخرین دوره

در این روش میزان تقاضای واقعی دوره قبل به عنوان پیش‌بینی دوره بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش برای داده‌های الگو ثابت و یکنواخت مناسب است و برای داده‌هایی که دارای تغییرات تصادفی یا روند باشند، مناسب نمی‌باشد.

$$\hat{X}_{t+L} = \hat{X}_{t+1} = X_t$$

 **مثال:** تقاضای محصولی در ۴ ماه اخیر بصورت جدول زیر است. با استفاده از روش تقاضای آخرین

دوره مقدار پیش‌بینی ماه ۹ ام را بدست آورید؟

ماه	۱	۲	۳	۴
تقاضا	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰

$$\hat{X}_5 = \hat{X}_9 = X_4 = 50$$

۲. روش معدل ساده

$$\hat{X}_{t+L} = \hat{X}_{t+1} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_t}{t}$$

این روش برای حالتی مناسب است که اهمیت داده‌های گذشته یکسان باشد و در حالت روند یا تغییرات فصلی کارایی لازم را ندارد.

مثال: تقاضای محصولی در ۴ ماه اخیر بصورت جدول زیر است. با استفاده از روش میانگین ساده

مقدار پیش بینی ماه ۹ ام را بدست آورید؟

ماه	۱	۲	۳	۴
تقاضا	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰

$$\hat{X}_5 = \hat{X}_9 = \frac{20+30+40+50}{4} = 35$$

۳. روش معدل متحرک ساده

۱. در این روش از میانگین N دوره آخر برای پیش بینی استفاده می‌گردد.

۲. این روش یک حالت خاص میانگین وزنی می‌باشد که ضریب وزنی N دوره آخر $\frac{1}{N}$ می‌باشد و ضریب

وزنی سایر دوره‌ها صفر می‌باشد.

۳. مقادیر بزرگ N زمانی استفاده می‌گردد که داده‌ها نسبتاً ثابت و پایدار هستند و مقادیر کوچک N

زمانی استفاده می‌گردد که الگوی داده‌ها در حال تغییر است و یا بررسی داده‌ها در کوتاه مدت

مدنظر می‌باشد.

۴. اگر داده‌ها دارای روند افزایشی یا کاهشی شدید باشند کارایی لازم را ندارد.

۵. نسبت به روند دارای عقب افتادگی می‌باشد. یعنی اگر داده‌ها دارای روند افزایشی باشند مقداری

کمتر را نشان می‌دهد و اگر داده‌ها دارای روند کاهشی باشند مقداری بیشتر را نشان می‌دهد. اگر

دارای روند سیکلی باشند دچار تاخیر فاز می‌گردد که این تاخیر فاز $\frac{T+1}{p}$ می‌باشد، که با توجه به

این تاخیر فاز مانند روندها تغییرات وجود دارد.

۶. بین دو روش آخرین پریود و میانگین ساده قرار دارد که با افزایش N به سمت روش میانگین ساده

می‌رود.

مثال: در سوال بالا در صورتی که $N=3$ باشد تقاضای ماه ۹ ام را پیش بینی کنید؟

$$\hat{X}_5 = \hat{X}_9 = \frac{30+40+50}{3} = 40$$

۴. روش معدل متحرک تصحیح شده

این روش برای داده‌هایی که دارای روند افزایشی یا کاهشی باشند، مناسب می‌باشد.

اثبات می‌شود که اگر معدل متحرک ساده را با A_t نشان دهیم به اندازه $b \frac{N-1}{2}$ از تقاضای دوره جاری عقب‌تر است و داریم:

$$\hat{X}_{t+L} = \hat{X}_t + \hat{b}_t L = (A_t + \hat{b} \frac{N-1}{2}) + \hat{b}_t L$$

با توجه به اینکه در روش میانگین متحرک تصحیح شده جهت تخمین روند از روش رگرسیون استفاده می‌شود لذا خواهیم داشت:

$$\hat{b}_t = \frac{12S_t}{N(N^2-1)}$$

$$S_t = \frac{N-1}{2} X_t + \frac{N-3}{2} X_{t-1} + \dots - \frac{N-3}{2} X_{t-N+2} - \frac{N-1}{2} X_{t-N+1}$$

در ادامه با ذکر مثال به بررسی روش استفاده از روابط می‌پردازیم.

مثال: جدول تقاضای زیر را در نظر بگیرید و براساس روش میانگین متحرک تصحیح شده

($N=3$) تقاضای دوره بعد را بدست آورید؟

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
X_t	۱۰	۱۲	۱۵	۱۸	۲۰	۲۲

حل:

$$\hat{X}_6 = A_6 + \hat{b}_6 \frac{N-1}{2}$$

$$A_6 = \frac{18+20+22}{3} = 20$$

$$\hat{b}_6 = \frac{12S_6}{N(N^2-1)} \quad S_6 = \frac{3-1}{2} X_6 + \frac{3-3}{2} X_5 - \frac{3-1}{2} X_4 = 22-18=4$$

$$\hat{b}_6 = \frac{12 \times 4}{3 \times 8} = 2 \quad \hat{X}_6 = 20 + 2 \times \frac{3-1}{2} = 22$$

$$\hat{X}_7 = \hat{X}_6 + \hat{b}_6 L = 22 + 2 \times 1 = 24$$

-۱	۰	۱	t'
۴	۵	۶	ماه
۱۸	۲۰	۲۲	تقاضا

$$S_6 = 22 \times 1 + 18 \times (-1) = 4$$

۵. روش میانگین متحرک دوبل

در رویکرد با روش میانگین متحرک تصحیح شده اختلافی ندارد تنها تفاوت در محاسبه تخمین روند (b) می‌باشد.

در این روابط منظور از $A_t^{(2)}$ میانگین متحرک میانگین متحرک‌ها می‌باشد.

$$\hat{b}_t = \frac{2}{N-1}(A_t - A_t^{(2)})$$

$$\hat{X}_t = A_t + \hat{b} \frac{N-1}{2} = 2A_t - A_t^{(2)}$$

$$\hat{X}_{t+L} = \hat{X}_t + \hat{b}_t L$$

در ادامه با ذکر مثال به بررسی روش استفاده از روابط می‌پردازیم.

مثال: جدول تقاضای زیر را در نظر بگیرید و براساس روش میانگین متحرک دوبل ($N=3$)

مقدار تقاضای دوره بعد را بدست آورید؟

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
X_t	۱۰	۱۲	۱۵	۱۸	۲۰	۲۲

$$A_6 = \frac{22+20+18}{3} = 20$$

$$A_5 = \frac{15+18+20}{3} = 17.66$$

$$A_4 = \frac{12+15+18}{3} = 15$$

$$A_6^{(2)} = \frac{20+17.66+15}{3} = 17.55$$

$$\hat{b}_6 = \frac{2}{N-1}(A_6 - A_6^{(2)}) = 2/45$$

$$\hat{X}_6 = 2A_6 - A_6^{(2)} = 22/45$$

$$\hat{X}_7 = \hat{X}_6 + \hat{b}_6 L = 22/45 + 2/45 \times 1 = 24/9$$

نکات:

۱. در روش میانگین متحرک دوبل احتیاج به $2N-1$ داده آخر داریم ولی در روش معدل متحرک تصحیح شده احتیاج به N دوره آخر داریم.

۲. تاثیرگذاری داده‌ها در روش دوبل نسبت به تصحیح شده بیشتر می‌باشد.

۳. در روش میانگین متحرک اگر شدت تغییرات زیاد باشد باید N را کوچکتر و در غیر این صورت N را بزرگتر در نظر گرفت.

۴. در روش میانگین متحرک اثر شوک به مصرف بعد از N دوره بطور کامل از بین می‌رود پس هرچه بخواهیم زودتر اثر شوک از بین برود باید N را کوچکتر در نظر بگیریم. ولی در روش هموارسازی نمائی اثر این شوک از بین نمی‌رود.

۵. وقتی داده‌ها دارای روند باشند روش دوبل کارایی بالایی دارد.

مثال: در روش میانگین متحرک دوبل کدام گزینه نادرست است؟ (سراسری ارشد - ۸۹)

(۱) رویکرد این روش با میانگین متحرک تصحیح شده یکسان است.

(۲) میانگین متحرک دوبل برای حالت‌هایی که داده‌ها دارای روند باشد کارایی کمی دارند.

(۳) تنها تفاوت این روش میانگین متحرک تصحیح شده روش تخمین روند است.

(۴) تخمین روند در این روش از طریق میانگین متحرک میانگین‌های متحرک دوره‌های گذشته قابل محاسبه است.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به نکته بالا وقتی داده‌ها دارای روند باشند روش دوبل کارایی بالایی دارد.

۶. روش میانگین وزنی

در این روش داده‌های گذشته اهمیت‌های متفاوتی دارند که این اهمیت را با وزن نشان می‌دهیم.

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha_1 X_t + \alpha_{t-1} X_{t-1} + \dots + \alpha_1 X_1$$

$$\sum_{i=1}^t \alpha_i = 1 \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1$$

۷. روش هموارسازی نمایی EWMA

همان روش میانگین وزنی است که ضرایب دارای تضاعد هندسی می‌باشند.

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_t + \alpha(X_t - \hat{X}_t) \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha)\hat{X}_t$$

$$\hat{X}_t = \alpha X_{t-1} + (1 - \alpha)\hat{X}_{t-1}$$

$$\hat{X}_{t-1} = \alpha X_{t-2} + (1 - \alpha)\hat{X}_{t-2}$$

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) \hat{X}_t$$

که با جایگذاری در رابطه نهایی داریم:

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + \alpha(1 - \alpha)X_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 X_{t-2} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{t-1} X_1 + (1 - \alpha)^t \hat{X}_1$$

که مجموع ضرایب برابر با ۱ می‌باشد:

$$\alpha + \alpha(1 - \alpha) + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{t-1} + (1 - \alpha)^t = 1$$

که در این رابطه:

$$\alpha = \frac{2}{N+1}$$

$$\alpha \sim \frac{1}{N} \sim$$

و در نتیجه:

در این روش اثر هیچ کدام از داده‌ها از بین نمی‌رود و فقط از ضریب آن کاسته می‌گردد. در این روش صعودی یا نزولی بودن روابط را در نظر نمی‌گیرد و نسبت به روند دارای عقب افتادگی می‌باشد.

نکات:

۱. میزان اثرگذاری k دوره قبل از دوره‌ای که پیش‌بینی برای آن صورت می‌گیرد از رابطه $\alpha(1 - \alpha)^{k-1}$ استفاده می‌شود.

۲. میزان خطای پیش‌بینی برای دوره $t+1$ ، $X_t - \hat{X}_t$ می‌باشد.

۳. با توجه به رابطه $\alpha = \frac{2}{N+1}$ رابطه بین α ، N معکوس می‌باشد.

۴. هرچه قدر α بیشتر باشد اهمیت داده‌های اخیر بیشتر خواهد بود و اثر شوک به تقاضا سریع‌تر از بین می‌رود و برعکس.

۵. اگر α برابر با یک باشد روش هموارسازی نمایی به روش آخرین دوره تبدیل می‌شود.

۶. با گذر زمان تاثیر دوره خاص در پیش‌بینی دوره‌های آینده کاهش می‌یابد ولی از بین نمی‌رود.

۷. مدت زمان تأخیر آن $T = \frac{1 - \alpha}{\alpha}$ می‌باشد.

۸. مزیت مهم آن این است که احتیاج به ذخیره‌سازی تعداد محدودی داده و همچنان محاسبات کم و ساده آن است.

۹. پیش‌بینی هموارسازی نمایی نیز مانند سایر روش‌ها از روند عقب می‌ماند.

۱۰. برای داده‌هایی مناسب است که تغییرات آن کاملاً تصادفی باشد.

۱۱. هرچقدر α بیشتر باشد خطای پیش‌بینی بیشتر اثرش را نشان می‌دهد و امکان تطبیق با تغییرات داده‌ها در بالاترین سطح خود و مقاومت در برابر تغییرات تصادفی در پایین‌ترین سطح خود قرار دارد.

۱۲. هرچه تغییرات بین داده‌ها کمتر باشد بهتر است α کمتر باشد.

مثال: ضریب هموارسازی نمایی برای پیش‌بینی کالایی ۵/۰ است. وزنی که به داده‌های سه دوره قبل از آخرین دوره داده می‌شود، چقدر است؟ (سراسری ارزش - ۸۹)

$$(۱) \frac{1}{16} \quad (۲) \frac{1}{32} \quad (۳) \frac{1}{8} \quad (۴) \frac{1}{4}$$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

$$\alpha = 0.5 \quad k = 4 \quad \alpha(1-\alpha)^{k-1} = 0.5 \times 0.5^3 = \frac{1}{16}$$

مثال: کدام عبارت در مورد روش پیش‌بینی هموارسازی نمایی صحیح نیست؟ (سراسری ارزش - ۸۸)

- (۱) یک روش مدل وزنی برای پیش‌بینی تقاضا است.
- (۲) تغییرات تصادفی داده‌ها را هموار (smooth) می‌کند.
- (۳) یک روش مدل وزنی است که به داده‌های گذشته وزن یکسان می‌دهد.
- (۴) نسبت به روش مدل متحرک ساده به داده‌های کمتری برای پیش‌بینی نیاز دارد.

حل: گزینه ۳ صحیح است.

وزن داده‌ها متفاوت است.

مثال: در روش پیش‌بینی هموارسازی نمایی اگر $\alpha = 0.2$ باشد. (سراسری ارزش - ۸۶)

- (۱) با افزایش α به ۳/۰ اثر شوک تقاضا سریع‌تر از بین خواهد رفت.
- (۲) با انتخاب A بزرگتر می‌توان اثر کوچک بودن α را کم کرد.
- (۳) اثر یک شوک وارد شده به تقاضا پس از چهار دوره برابر ۰/۰۶۵ خواهد بود.
- (۴) اهمیت تقاضای دوره‌های با فاصله زیادتر افزایش خواهد بود.

حل: گزینه ۱ صحیح است.

با افزایش α گویی N کاهش یافته پس اثر شوک سریعتر از بین می‌رود.

۸. روش هموارسازی نمایی تصحیح شده

این روش مانند روش قبلی است که فقط میزان روند به آن اضافه می‌گردد که این تصحیح روند صورت گیرد.

۹. روش رگرسیون خطی ساده


بر اساس رگرسیون خطی ساده مانند آمار با یک تابع خطی بر حسب زمان راجع به آینده پیش‌بینی انجام می‌دهیم.

زمان	t_1	t_2	t_3	\dots	t_n
تقاضا	D_1	D_2	D_3	\dots	D_n

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n} \quad \bar{D} = \frac{\sum D_i}{n}$$

$$D_t = a + bt \quad b = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(D_i - \bar{D})}{\sum (t_i - \bar{t})^2}$$

$$a = \bar{D} - b\bar{t}$$

 **مثال:** تقاضای واقعی پنج دوره گذشته کالایی در جدول زیر مشخص شده است. بر اساس روش رگرسیون ثابت خطای پیش‌بینی چقدر است؟ (سراسری ارشد - ۹۴)

دوره	۱	۲	۳	۴	۵
تقاضای واقعی	۱۱	۱۲	۱۲	۱۴	۱۶

$$\frac{4}{\sqrt{5}} \quad (4) \quad \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (3) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

جواب در گزینه‌ها موجود نیست.

دوره	۱	۲	۳	۴	۵
تقاضای واقعی	۱۱	۱۲	۱۲	۱۴	۱۶

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{1+2+\dots+5}{5} = 3 \quad \bar{D} = \frac{\sum D_i}{n} = \frac{11+12+12+14+16}{5} = 13$$

$$D_t = a + bt \quad b = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(D_i - \bar{D})}{\sum (t_i - \bar{t})^2}$$

$$b = \frac{(1-3)(11-13) + (2-3)(12-13) + (3-3)(12-13) + (4-3)(14-13) + (5-3)(16-13)}{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}$$

$$b = 1/2$$

$$a = 13 - 1/2 \times 3 = 9/4$$

$$D'_t = 9/4 + 1/2t$$

$$\hat{D}_1 = 10/6 \quad \hat{D}_2 = 11/8 \quad \hat{D}_3 = 13 \quad \hat{D}_4 = 14/2 \quad \hat{D}_5 = 15/4$$

$$e_t = D_t - \hat{D}_t \quad \text{خطای پیش‌بینی}$$

$$\hat{e}_1 = 0/4 \quad \hat{e}_2 = 0/2 \quad \hat{e}_3 = -1 \quad \hat{e}_4 = -0/2 \quad \hat{e}_5 = 0/6$$

$$\text{میانگین قدرمطلق خطا} = \frac{2/4}{5} = 0/48$$

$$\text{مجموع مطلق خطا} = \sum |e_t| = 0/4 + 0/2 + 1 + 0/2 + 0/6 = 2/4$$

$$\text{میانگین مربعات خطا} = \frac{1/6}{5} = 0/32$$

$$\text{مجموع مربعات خطا} = 0/16 + 0/04 + 1 + 0/04 + 0/3 = 1/6$$

$$\text{جذر میانگین مربعات خطا} = \sqrt{\frac{1/6}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

که هیچ یک در گزینه‌ها نمی‌باشد از طرفی باید تعیین می‌شد با کدام روش خطا را بدست آورید.

خطای پیش‌بینی

ما بدنبال روشی هستیم که دارای حداقل خطا باشد پس اگر در سوال از چند روش استفاده شده بود

برای ادامه پیش‌بینی حتی‌الامکان از روشی استفاده کن که کمترین خطا را داشته باشد.

$$e_t = X_t - \hat{X}_t \quad \text{خطای پیش‌بینی}$$

وقتی مشاهدات و پیش‌بینی‌ها برای n دوره صورت گرفته باشد در این صورت براساس شاخص‌های

آماری داریم:

ممکن است براساس روش میانگین خطا صفر گردد و اثر هم را خنثی کنند که این خوب نیست. پس:

$$\text{میانگین خطا} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_t - \hat{X}_t)$$

$$\text{میانگین قدرمطلق خطا} = \text{MAD} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_t - \hat{X}_t|$$

$$\text{مجموع قدرمطلق خطا} = \sum_{i=1}^n |X_t - \hat{X}_t|$$

$$\text{میانگین مربعات خطا} = \text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_t - \hat{X}_t)^2$$

$$\text{مجموع مربعات خطا} = \sum_{i=1}^n (X_t - \hat{X}_t)^2$$

$$\text{جذر میانگین مربعات خطا} = \sqrt{\text{MSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_t - \hat{X}_t)^2}{n}}$$

مثال: مقدار مصرف واقعی و پیش‌بینی مصرف براساس دو روش میانگین متحرک ساده با $k=2$ و هموارسازی نمایی برای دو دوره گذشته در جدول داده شده است. مناسب‌ترین پیش‌بینی مصرف این کالا برای دوره سوم چقدر است؟
(سراسری ارشر-۹۰)

دوره	مصرف واقعی	پیش‌بینی با میانگین متحرک	پیش‌بینی با هموارسازی نمایی
۱	۴۰	۴۳	۳۹
۲	۳۷	۴۰	۳۹/۲
(۱) ۳۸/۵	(۲) ۳۸/۷۶	(۳) ۳۹/۵۶	(۴) ۳۹/۹

حل: گزینه ۲ صحیح است.

مجموع خطای دو دوره روش میانگین متحرک ۶ و خطای پیش‌بینی با هموارسازی نمایی ۳/۲ است پس از روش پیش‌بینی با هموارسازی نمایی استفاده می‌کنیم.

$$\hat{X}_2 = \hat{X}_1 + \alpha(X_1 - \hat{X}_1)$$

$$39/2 = 39 + \alpha(40 - 39) \rightarrow \alpha = 0/2$$

$$\hat{X}_3 = \hat{X}_2 + \alpha(X_2 - \hat{X}_2) = 39/2 + 0/2 \times (-2/2) = 38/76$$

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. متوسط تقاضای ماهیانه محصولی تا انتهای ماه دهم $A_{10} = 63$ واحد و تقاضای این محصول در ماه‌های یازدهم و دوازدهم به ترتیب ۶۴ و ۶۸ واحد است. با استفاده از روش همواره سازی نمایی با ضریب هموارسازی $\alpha = 0.2$ پیش‌بینی تقاضای ماه سیزدهم برابر است با: (سراسری ۶۸)

(۱) ۶۴/۶۱ (۲) ۶۳ (۳) ۶۳/۲ (۴) ۷۲

۲. در روش هموارسازی نمایی هر چه ضریب α کمتر باشد: (سراسری ۷۱)

(۱) آنگاه به گذشته دور اهمیت بیشتری داده می‌شود.

(۲) آنگاه به گذشته دور اهمیت کمتری داده می‌شود.

(۳) آنگاه به گذشته دور و زمان حال یک ارزش داده می‌شود.

(۴) آنگاه به آینده نزدیک اهمیت بیشتری داده می‌شود.

۳. وقتی تقاضا فقط تغییرات احتمالی دارد و متوسط تقاضا ثابت باشد، کدامیک از روش‌های زیر برای

پیش‌بینی تقاضا بهتر است؟

(۱) روش معدل‌گیری ساده (۲) روش معدل‌گیری تصحیح شده

(۳) روش‌های پیش‌بینی فصلی (۴) هیچ کدام از روش‌های فوق

۴. برای پیش‌بینی تقاضای محصولی از روش هموارسازی نمایی (Exponential Smoothing) با ضریب هموارسازی $\alpha = 0.2$ استفاده می‌شود. تخمین تقاضا برای ماه یازدهم برابر ۹۹۰ واحد بوده‌است.

طبق سوابق موجود تقاضای واقعی ماه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳ در جدول زیر داده شده‌اند.

ماه	۱۱	۱۲	۱۳
تقاضای واقعی ماه	۱۰۴۰	۱۱۰۰	۹۷۰

با این اطلاعات تخمین تقاضای ماه ۱۴ برابر است با: (سراسری ۷۲)

(۱) ۱۰۱۰ واحد (۲) ۱۰۸۰ واحد (۳) ۹۸۰ واحد (۴) ۹۹۰ واحد

۵. در یکی از کارخانجات تولیدی جهت پیش‌بینی تقاضا از روش هموارسازی نمایی همراه با تصحیح

برای روند استفاده می‌شود. تنها ارقامی که از گذشته باقیمانده عبارتند از: (سراسری ۷۴ و ۷۸)

ضریب $\alpha = 0.15$ ، مقدار روند متوسط $\bar{T}_0 = 1$ تن و مقدار متوسط تقاضا، $A_0 = 63$ تن، اگر مقدار

تقاضای واقعی ماه جاری، $x_1 = 71$ تن باشد، پیش‌بینی تقاضا برای ماه آینده \hat{x}_2 را محاسبه کنید.

(۱) ۷۱/۲۵۳ تن (۲) ۷۱/۰۶۷ تن (۳) ۷۱/۸۲۵ تن (۴) ۷۱/۱۴۸ تن

۳۹۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۶. در کدام یک از حالات زیر از روش نمو هموار (هموارسازی نمایی) با تصحیح روند استفاده می‌شود؟
- (۱) مصرف کالا دارای روند افزایشی باشد.
 - (۲) مصرف کالا دارای روند کاهشی باشد. (سراسری ۷۵)
 - (۳) مصرف کالا دارای نوسانات زیاد باشد.
 - (۴) هر سه مورد فوق

۷. تقاضای محصولی در ۴ ماه اخیر به صورت زیر بوده است:

ماه	۱	۲	۳	۴
تقاضا	۲۵	۳۳	۴۰	۴۲

با استفاده از روش هموارسازی نمایی (نمو هموار) با ضریب هموارسازی $\alpha = 0.5$ ، اگر تخمین تقاضا برای ماه سوم برابر ۳۲ باشد، آنگاه مقدار پیش‌بینی تقاضای ماه پنجم با کدام یک از مقادیر زیر برابر است:

- (۱) ۴۱ واحد
- (۲) ۳۹ واحد
- (۳) ۳۶ واحد
- (۴) ۳۲ واحد

۸. پیش‌بینی تقاضای کالایی در دوره t با استفاده از روش نمو هموار ساده (هموارسازی نمایی) با ضریب ثابت $\alpha = 0.2$ و $\alpha = 0.3$ برابر است با:

$\alpha = 0.3$		$\alpha = 0.2$	
پیش‌بینی	خطا	پیش‌بینی	خطا
۸۰	۵	۹۱	۶

(سراسری ۷۶) پیش‌بینی مصرف دوره $t+1$ عبارت است از:

- (۱) ۸۱ واحد
- (۲) ۹۳ واحد
- (۳) ۹۶ واحد
- (۴) ۸۷ واحد

۹. در روش پیش‌بینی بر اساس هموارسازی نمایی (Exponential Smoothing)، ضریب ثابت هموارسازی را a می‌نامیم. هر مقدار که a بزرگتر باشد، اثر مقادیر واقعی دوره‌های خیلی دور (خیلی قبل) در مقدار پیش‌بینی دوره‌های آینده:

- (۱) اگر مقادیر واقعی دوره‌های خیلی دور کوچک باشند، بیشتر می‌شود.
- (۲) بیشتر می‌شود.
- (۳) بستگی به a ندارد.
- (۴) کمتر می‌شود.

۱۰. تقاضای واقعی ماهیانه برای ۱۲ ماه قبل محصولی به صورت زیر است، اگر پیش‌بینی تقاضا بر اساس مدل میانگین متحرک ۹ ماهه برای ماه بیست و دوم برابر ۱۹۰ واحد باشد، پیش‌بینی تقاضا برای ماه بعد (۲۴) بر اساس روش پیش‌بینی هموار سازی نمایی چقدر است؟ (سراسری ۷۸)

ماه	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
تقاضا	۱۶۰	۱۸۰	۱۷۰	۱۵۰	۱۸۰	۲۰۵	۱۷۰	۱۶۰	۱۸۰	۲۰۰	۱۹۵	۱۷۱
	۱۹۸ (۴)			۱۸۷ (۳)			۱۷۶ (۲)			۱۶۹ (۱)		

۱۱. مقدار مصرف واقعی و پیش‌بینی مصرف بر اساس دو روش معدل متحرک و نمو هموار (هموارسازی نمایی) برای دو دوره گذشته طبق جدول می‌باشد. پیش‌بینی مصرف دوره بعد (دوره سوم) چقدر است؟ (سراسری ۷۹)

دوره	مصرف واقعی	مقدار پیش‌بینی	
		نمو هموار	معدل متحرک
۱	۳۰	۲۸	۲۹
۲	۲۸	۲۸/۴	۲۶

۱۲. در مورد روش هموارسازی نمایی کدام گزینه صحیح است؟ (سراسری ۸۰)

- (۱) در بین روش‌های پیش‌بینی کمترین خطا را دارد.
- (۲) نیازی به نگهداری طولانی مدت داده‌های گذشته را ندارد.
- (۳) مقدار پیش‌بینی توسط این روش همیشه بزرگ‌تر از مقدار واقعی است.
- (۴) هر چه ضریب هموارسازی بزرگ‌تر انتخاب شود، دقت پیش‌بینی آن بهتر است.

۱۳. روش معدل‌گیری ساده از تقاضاهای واقعی گذشته موقعی برای پیش‌بینی تقاضا مناسب است که تقاضا ... (سراسری ۸۱)

- (۱) فصلی باشد.
- (۲) روند نزولی داشته باشد.
- (۳) روند صعودی داشته باشد.
- (۴) فقط تغییرات تصادفی داشته باشد.

۱۴. در پیش‌بینی مصرف قطعات یدکی در یک انبار از روش هموارسازی نمایی (Smoothing Exponential) استفاده شده است. برای کالای A و B مقدار ضریب هموارسازی نمایی (α) به ترتیب برابر با ۰/۲ و ۰/۳ منظور شده است. در پیش‌بینی مصرف کدام یک از دو کالا به مصارف دوره‌های قبل اهمیت بیشتری داده شده است؟ (سراسری ۸۱)

- (۱) کالای A
- (۲) کالای B
- (۳) جواب بستگی به تغییرات α ندارد.
- (۴) اطلاعات کافی نیست.

۴۰۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۵. میزان تقاضای واقعی محصول طی ۶ ماه گذشته به صورت زیر بوده است:

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تقاضا	۱۶۰	۱۸۰	۱۷۰	۱۵۰	۱۸۰	۲۰۴	*

اگر بخواهیم مقدار تقاضا را برای ماه هفتم پیش‌بینی نماییم بر اساس روش معدل متحرک ($n = 3$)

مقدار تخمین چقدر خواهد بود؟ (سراسری ۸۲)

(۱) ۱۷۴ (۲) ۱۷۸ (۳) ۱۸۶ (۴) ۲۰۸

۱۶. در روش هموارسازی نمایی، هر چه ضریب هموارسازی بزرگ‌تر در نظر گرفته شود: (سراسری ۸۳)

(۱) دقت پیش‌بینی کمتر خواهد شد. (۲) خطای پیش‌بینی کمتر خواهد شد.

(۳) از اهمیت اطلاعات جدیدتر کاسته می‌شود. (۴) اهمیت بیشتری به اطلاعات جدیدتر داده می‌شود.

۱۷. تقاضای واقعی محصولی در طی ۱۲ ماه گذشته در زیر داده شده است: (سراسری ۸۳)

پریود	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تقاضا	۷۰	۶۰	۸۰	۱۰۰	۵۰	۷۰	۶۰	۷۵	۹۵	۱۰۰	۸۰	۷۰

اگر پیش‌بینی تقاضا بر اساس میانگین متحرک ۹ ماهه برای ماه ۱۱ برابر با ۷۷ باشد، با مبنا قرار

دادن این مقدار، بر اساس روش هموارسازی نمایی چه مقداری را برای ماه ۱۳ پیش‌بینی می‌کنید؟

(۱) تقریباً ۷۲ واحد (۲) تقریباً ۷۶ واحد (۳) تقریباً ۸۰ واحد (۴) تقریباً ۸۸ واحد

۱۸. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۴)

(۱) در روش هموارسازی نمایی برآورد مقدار اولیه (A_0) برابر نصف تقاضای پریود اول است.

(۲) در روش هموارسازی نمایی برآورد مقدار اولیه (A_0) در دراز مدت اثر به سزایی روی پیش‌بینی تقاضا در آینده دارد.

(۳) تعیین مقدار برآورد اولیه (A_0) برای استفاده از روش هموارسازی نمایی کاربرد این روش را با مشکل روبه‌رو می‌کند.

(۴) در روش معدل هموارسازی نمایی برآورد مقدار اولیه (A_0) در دراز مدت اثر چندانی روی پیش‌بینی تقاضا در آینده ندارد.

۱۹. در روش هموارسازی نمایی با $\alpha = 0.2$ اگر یک شوک به تقاضا وارد شود پس از گذشت چهار دوره

از دوره جاری اثر (ضریب) شوک وارد شده در پیش‌بینی به کدام یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

(۱) ۰/۰۴ (۲) ۰/۰۸ (۳) ۰/۱۶ (۴) ۰/۱۲۸ (سراسری ۸۴)

۲۰. کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(سراسری ۸۵)

(۱) در روش میانگین متحرک تصحیح شده اگر روند مصرف مثبت باشد، همیشه میانگین متحرک از تقاضا (مصرف) کمتر است.

(۲) در روش میانگین متحرک دوبل (دوگانه) با پارامتر N حداقل $2N$ داده برای انجام پیش‌بینی لازم است.

(۳) در روش میانگین متحرک اگر شدت تغییرات مصرف زیاد باشد N (پارامتر روش) باید بزرگ‌تر انتخاب شود.

(۴) اگر یک شوک به مصرف (تقاضا) وارد شود اثر آن در روش هموارسازی‌نمایی نسبت به روش میانگین متحرک در تعداد دوره کم‌تری باقی می‌ماند.

۲۱. در روش پیش‌بینی هموارسازی‌نمایی اگر $\alpha = 0.2$ باشد:

(سراسری ۸۶)

(۱) با افزایش α به 0.3 اثر شوک تقاضا سریع‌تر از بین خواهد رفت.

(۲) با انتخاب A_0 بزرگ‌تر می‌توان اثر کوچک بودن α را کم کرد.

(۳) اثر یک شوک وارد شده به تقاضا پس از چهار دوره برابر 0.65 خواهد بود.

(۴) اهمیت تقاضای دوره‌های با فاصله زیادتر افزایش خواهد یافت.

۲۲. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(سراسری ۸۶)

(۱) اصول روش اصلاح برای روند هر دو روش معدل متحرک تصحیح شده و معدل متحرک دوبل به صورتی اساسی متفاوت است.

(۲) نتیجه نهایی معدل متحرک تصحیح شده و معدل متحرک دوبل (مضاعف) یکی خواهد بود.

(۳) نتیجه نهایی معدل متحرک تصحیح شده و معدل متحرک دوبل (مضاعف) کاملاً متفاوت است.

(۴) گزاره‌های ۱ و ۳ هر دو صحیح هستند.

۲۳. در روش هموارسازی‌نمایی بدون روند با $\alpha = 0.1$ مقدار $A_{t-1} = 100$ و مقدار $x_t = 150$ به دست آمده است. اگر α به 0.2 تغییر پیدا کند A_t چقدر خواهد بود؟ ($A_t =$ پیش‌بینی دوره t ام، $x_t =$ تقاضای واقعی دوره t ام)

(سراسری ۸۷)

(۱) $A_t = 105$ (۲) $A_t = 110$ (۳) $105 < A_t \leq 110$ (۴) هیچ‌کدام

۲۴. کدام عبارت در خصوص پیش‌بینی، صحیح است؟

(سراسری ۸۷)

(۱) ریسک را افزایش می‌دهد. (۲) ریسک را کاملاً حذف خواهد کرد.

(۳) تأثیری در کاهش یا افزایش ریسک ندارد. (۴) هیچ وقت کاملاً ریسک را حذف نخواهد کرد.

۴۰۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۲۵. کدام عبارت در مورد روش پیش‌بینی هموارسازی نمایی صحیح نیست؟ (سراسری ۸۸)

- (۱) یک روش مدل وزنی برای پیش‌بینی تقاضا است.
- (۲) تغییرات تصادفی داده‌ها را هموار (smooth) می‌کند.
- (۳) یک روش مدل وزنی است که به داده‌های گذشته وزن یکسان می‌دهد.
- (۴) نسبت به روش مدل متحرک ساده به داده‌های کم‌تری برای پیش‌بینی نیاز دارد.

۲۶. در روش میانگین متحرک دوپل کدام گزینه نادرست است؟ (سراسری ۸۹)

- (۱) رویکرد این روش با میانگین متحرک تصحیح شده یکسان است.
- (۲) میانگین متحرک دوپل برای حالت‌هایی که داده‌ها دارای روند باشد کارایی کمی دارند.
- (۳) تنها تفاوت این روش با میانگین متحرک تصحیح شده روش تخمین روند است.
- (۴) تخمین روند در این روش از طریق میانگین متحرک میانگین‌های متحرک دوره‌های گذشته قابل محاسبه است.

۲۷. ضریب هموارسازی نمایی برای پیش‌بینی کالایی ۵/۰ است. وزنی که به داده‌های سه دوره قبل داده

می‌شود، چقدر است؟ (سراسری ۸۹)

$$(۱) \frac{1}{16} \quad (۲) \frac{1}{32} \quad (۳) \frac{1}{8} \quad (۴) \frac{1}{4}$$

۲۸. مقدار مصرف واقعی و پیش‌بینی مصرف براساس دو روش میانگین متحرک ساده با $k=2$ و

هموارسازی نمایی برای دو دوره گذشته در جدول داده شده است. مناسب‌ترین پیش‌بینی مصرف

این کالا برای دوره سوم چقدر است؟ (سراسری ۹۰)

پیش‌بینی با هموارسازی نمایی	پیش‌بینی با میانگین متحرک	مصرف واقعی	دوره
۳۹	۴۳	۴۰	۱
۳۹/۲	۴۰	۳۷	۲
(۱) ۳۸/۵	(۲) ۳۸/۷۶	(۳) ۳۹/۵۶	(۴) ۳۹/۹

۲۹. متوسط تقاضای محصولی تا انتهای ماه پنجم برابر ۵۰ واحد و تقاضای این محصول در ماه‌های

ششم و هفتم به ترتیب ۵۴ و ۶۱ واحد است. با استفاده از روش هموارسازی با ضریب $\alpha = 0.3$

پیش‌بینی تقاضای ماه هشتم چند واحد است؟ (سراسری ۹۳)

$$(۱) ۵۳/۳ \quad (۲) ۵۴/۱۴ \quad (۳) ۵۴/۷ \quad (۴) ۵۶/۱$$

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۱ ☺

متوسط تقاضای ماهیانه محصول تا انتهای ماه دهم برابر ۶۳ می‌باشد. پس همین مقدار را به عنوان پیش‌بینی تقاضای ماه یازدهم قرار می‌دهیم.

$$\hat{X}_{11} = 63$$

$$\hat{X}_{12} = \hat{X}_{11} + \alpha(X_{11} - \hat{X}_{11}) = 63 + 0.2(64 - 63) = 63.2$$

$$\hat{X}_{13} = \hat{X}_{12} + \alpha(X_{12} - \hat{X}_{12}) = 63.2 + 0.2(68 - 63.2) = 64.16$$

نکته: ۱- مقدار پیش‌بینی تقاضای ماه سیزدهم را خواسته پس ابتدا باید پیش‌بینی تقاضای ماه دوازدهم را پیدا کنیم تا بتوانیم پیش‌بینی تقاضای ماه سیزدهم را حساب کنیم. (پله پله باید جلو رفت)
۲- در فرمول مربوط به هموارسازی نمایی دقت کن که نباید قدر مطلق بگیریم.

۲. گزینه ۲ ☺

در روش هموارسازی نمایی، ضریب α معادل است با $\frac{1}{N+1}$ پس $\alpha \approx \frac{1}{N}$ در نتیجه هر چه ضریب کمتر باشد. پس یعنی N بزرگتر می‌باشد در نتیجه به دوره‌های بیشتری اهمیت می‌دهیم.
همچنین طبق این فرمول $\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha)\hat{X}_t$ هر چقدر α بزرگتر باشد به X_t وزن بیشتری داده می‌شود (به مشاهدات اخیر اهمیت بیشتری و به گذشته دور اهمیت کمتری داده می‌شود) ولی هر چه α کمتر باشد به گذشته دور اهمیت بیشتری می‌دهد.

۳. گزینه ۴ ☺

طبق درسنامه در این حالت بهترین روش همان روش میانگین متحرک می‌باشد.

۴. گزینه ۱ ☺

روش هموارسازی نمایی می‌باشد پس یادت به پله پله بیفته یعنی
پله پله تا رسیدن به تخمین تقاضای ماه ۱۴م:

$$\alpha = 0.2 \quad \hat{X}_{11} = 990$$

$$\hat{X}_{12} = \hat{X}_{11} + \alpha(X_{11} - \hat{X}_{11}) = 990 + 0.2(1040 - 990) = 1000$$

$$\hat{X}_{13} = \hat{X}_{12} + \alpha(X_{12} - \hat{X}_{12}) = 1000 + 0.2(1100 - 1000) = 1020$$

$$\hat{X}_{14} = \hat{X}_{13} + \alpha(X_{13} - \hat{X}_{13}) = 1020 + 0.2(970 - 1020) = 1010$$

دقت کن که قدر مطلق نیست.

☺ گزینه ۵

این روش همان هموارسازی نمایی هست اما تصحیح روند هم به آن اضافه می‌شود. فقط محاسبات زیادی دارد:

$$\begin{aligned} A_1 &= \alpha X_1 + (1-\alpha)A_0 = 0.15 \times 71 + 0.85 \times 63 = 64.2 \\ b_1 &= A_1 - A_0 \rightarrow b_1 = 64.2 - 63 = 1.2 \\ \hat{b}_t &= \alpha b_t + (1-\alpha)\hat{b}_{t-1} \rightarrow \hat{b}_1 = \alpha b_1 + (1-\alpha)\hat{b}_0 = 0.15 \times 1.2 + 0.85 \times 1 = 1.03 \\ \hat{X}_t &= A_t + \frac{1-\alpha}{\alpha} \hat{b}_t \rightarrow \hat{X}_t = A_1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \hat{b}_1 = 64.2 + \frac{1-0.15}{0.15} \times 1.03 = 70.367 \\ X_{t+1} &= \hat{X}_t + lb_t \rightarrow \hat{X}_2 = \hat{X}_1 + 1 \times \hat{b}_1 = 70.367 + 1 \times 1.03 = 71.397 \end{aligned}$$

☺ گزینه ۶

در تمامی حالات گفته شده می‌توان از روش هموارسازی نمایی استفاده کرد.

☺ گزینه ۷

یادت به پله پله بیفته

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.5 \quad \hat{X}_3 = 32 \\ \hat{X}_4 &= \hat{X}_3 + \alpha(X_3 - \hat{X}_3) = 32 + 0.5(40 - 32) = 36 \\ \hat{X}_5 &= \hat{X}_4 + \alpha(X_4 - \hat{X}_4) = 36 + 0.5(42 - 36) = 39 \end{aligned}$$

☺ گزینه ۸

به طور کلی در این حالات همواره روشی که خطای کمتری دارد انتخاب می‌شود.

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.3 \quad \text{خطا} = X_t - \hat{X}_t = 5 \\ \hat{X}_{t+1} &= \hat{X}_t + \alpha(X_t - \hat{X}_t) = 80 + 0.3 = 80.3 \end{aligned}$$

☺ گزینه ۹

هنگامی که α زیاد شود پس N کاهش یافته یعنی به مقادیر دوره‌های خیلی دور توجهی نداریم. اهمیت بیشتری به دوره‌های نزدیک می‌دهیم.

$$\alpha \sim \frac{1}{N}$$

۱۰. گزینه ۳ ☺

در این سوال α مجهول می‌باشد و $\alpha = \frac{2}{N+1}$ می‌باشد که N در صورت سوال ذکر شده برابر است با ۹ پس داریم:

$$\alpha = \frac{2}{9+1} = 0.2$$

پله پله هم که خواست بود.

$$\hat{X}_{23} = \hat{X}_{22} + \alpha(X_{22} - \hat{X}_{22}) = 190 + 0.2(195 - 190) = 191$$

$$\hat{X}_{24} = \hat{X}_{23} + \alpha(X_{23} - \hat{X}_{23}) = 191 + 0.2(171 - 191) = 187$$

۱۱. گزینه ۳ ☺

اگر خطاهای ۲ روش را بدست بیاوریم واضح است که در روش هموارسازی نمایی خطای کمتری دارد. پس پیش‌بینی دوره‌ی سوم را از هموارسازی نمایی بدست می‌آوریم.
پس اول α را بدست می‌آوریم:

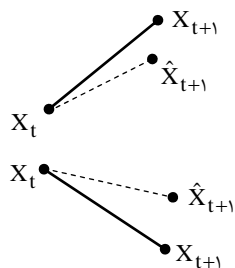
$$\hat{X}_2 = \hat{X}_1 + \alpha(X_1 - \hat{X}_1) \rightarrow 28/4 = 28 + \alpha(30 - 28) \rightarrow \alpha = 0.2$$

مقدار پیش‌بینی دوره سوم:

$$\hat{X}_3 = \hat{X}_2 + \alpha(X_2 - \hat{X}_2) \rightarrow \hat{X}_3 = 28/4 + 0.2(28 - 28/4) = 28/32$$

۱۲. گزینه ۲ ☺

بدلیل اینکه تمام داده‌های گذشته در روش هموارسازی نمایی در پیش‌بینی دوره‌های قبلی وجود دارد نیازی به نگهداری طولانی مدت داده‌های گذشته را ندارد.



در صورتی که داده‌ها یک روند افزایشی داشته باشند مقدار پیش‌بینی عقب‌تر از داده‌های واقعی می‌باشد.

همچنین در صورتی که روند کاهش داشته باشند مقدار پیش‌بینی بزرگتر از داده‌های واقعی می‌باشند.

در این روش هر چقدر مقدار α بیشتر شود ($\alpha \sim \frac{1}{N}$) پس یعنی N کاهش یافته پس یعنی به داده‌های اخیر توجه بیشتری داریم و همچنین باعث می‌شود خطای پیش‌بینی اثر خود را سریع نشان دهد.

۱۳. گزینه ۴ ☺

روش میانگین ساده زمانی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد که تغییرات بین داده‌ها کم بوده و تصادفی باشد.

۱۴. گزینه ۱ ☺

$$\alpha_A = 0.2 \quad \alpha_B = 0.3$$

α_A کوچکتر است پس N آن بیشتر پس به داده‌های گذشته‌ی بیشتری توجه داریم.

۱۵. گزینه ۲ ☺

$$N=3 \Rightarrow \hat{X}_V = \frac{X_4 + X_5 + X_6}{3} = \frac{150 + 180 + 204}{3} = 178$$

در روش معدل متحرک با $n=3$ یعنی برای دوره مورد نظر از اطلاعات ۳ دوره قبل استفاده شود.

۱۶. گزینه ۴ ☺

سوال خیلی پر تکراریه این مفهوم رو بلد باشی حله:

$$\alpha \sim \frac{1}{N}$$

⇐ هر چقدر α بزرگتر باشد در نتیجه N کاهش یافته پس تمرکز بیشتری روی اطلاعات جدید می‌گذاریم.

۱۷. گزینه ۲ ☺

ترکیبی از روش هموارسازی نمایی و میانگین متحرک می‌باشد که باید از روش میانگین متحرک که مقدار N داده شده، α را بدست آورد.

$$\alpha = \frac{2}{N+1} = \frac{2}{9+1} = 0.2$$

$$\hat{X}_{12} = \hat{X}_{11} + \alpha(X_{11} - \hat{X}_{11}) = 77 + 0.2(80 - 77) = 77.6$$

$$\hat{X}_{13} = \hat{X}_{12} + \alpha(X_{12} - \hat{X}_{12}) = 77.6 + 0.2(70 - 77.6) = 76.8$$

۱۸. گزینه ۴ ☺

مقدار پیش‌بینی در روش هموارسازی نمایی از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + \alpha(1-\alpha)X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{t-2} + \dots + \alpha(1-\alpha)^{t-1} X_1 + (1-\alpha) + \hat{X}_1$$

ضریب \hat{X}_1 ، $(1-\alpha)^t$ می‌باشد مقدار α عددی بین ۰ و یک می‌باشد پس $1-\alpha$ هم عددی بین ۰ و یک است حال اگر به توان t برسد باز هم کوچکتر شده

همچنین اگر $t \rightarrow \infty$ پس $(1-\alpha)^t$ نیز به ۰ میل می‌کند و عملاً اثر چندانی روی پیش‌بینی تقاضا در آینده ندارد.

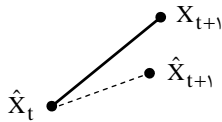
۱۹. گزینه ۲ ☺

میزان اثرگذاری k دوره قبل از دوره‌ای که پیش‌بینی برای آن صورت می‌گیرد از رابطه‌ی $\alpha(1-\alpha)^{k-1}$ بدست می‌آید.

اینجا در صورت سوال ذکر شده پس از گذشت چهار دوره از دوره جاری پس $k=5$ می‌باشد یعنی $\alpha=0.2$
 $\alpha(1-\alpha)^{5-1} = \alpha(1-\alpha)^4 = 0.2(1-0.2)^4 = 0.08192$

۲۰. گزینه ۱ ☺

در روش میانگین متحرک تصحیح شده اگر روند مثبت باشد (صعودی) همیشه میانگین متحرک از تقاضا (مصرف) کمتر است.



در روش میانگین متحرک دابل یا پارامتر N حداقل $2N-1$ داده برای پیش‌بینی لازم است.
 در روش میانگین متحرک اگر شدت تغییرات مصرف زیاد باشد N باید کوچکتر انتخاب شود تا اثر شوک خنثی شود.
 اثر شوک در روش هموارسازی نمایی نسبت به روش میانگین متحرک می‌تواند در دوره‌های کمتر، برابر، بیشتر باقی بماند.

۲۱. گزینه ۱ ☺

با افزایش α گویی N کاهش یافته پس اثر دوره‌های گذشته کمتر می‌شود و به دوره‌های اخیر اهمیت بیشتری می‌دهیم و عملاً اثر شوک سریع‌تر از بین می‌رود.

۲۲. گزینه صحیح ندارد ☹

اصول محاسبات و تخمین دوره‌های بعدی در دو روش یکسان است و تنها تفاوت آن‌ها در محاسبه روند می‌باشند. (همان b)

تخمین روند روش میانگین متحرک بر اساس روش رگرسیون و تخمین روند در روش میانگین متحرک دابل بر اساس میانگین متحرک میانگین‌های متحرک محاسبه می‌شود.
 همچنین نتایج حاصل از دو روش لزوماً یکسان نمی‌باشند.

☺ ۲۳. گزینه ۴

اطلاعات مورد نیاز برای پیش‌بینی دوره‌ی t ام، مقدار پیش‌بینی دوره $t - 1$ و مقدار تقاضای دوره‌ی $t - 1$ می باشد که مقدار تقاضای دوره‌ی $t - 1$ را نداریم.

☺ ۲۴. گزینه ۴

پیش‌بینی باعث کاهش ریسک می‌شود اما عملاً نمی‌تواند آن را حذف کند.

☺ ۲۵. گزینه ۳

در روش هموارسازی نمایی وزن داده شده به داده‌های گذشته بدلیل اینکه از تصاعد هندسی با فاکتور $1 - \alpha$ پیروی می‌کند با هم برابر نیستند.

☺ ۲۶. گزینه ۲

روش میانگین متحرک دوبل و روش میانگین تصحیح شده اختلاف اساسی در رویکرد ندارند تنها تفاوت این دو روش در محاسبه تخمین روند (b) است. تخمین روند در روش میانگین متحرک دوبل بر اساس میانگین متحرک ساده میانگین‌های ساده متحرک بدست می‌آید. استفاده از روش میانگین متحرک دوبل در واقع بیان دیگری از روش میانگین متحرک تصحیح شده است و برای شرایطی که در داده‌ها روند وجود داشته باشد مناسب می‌باشد. مبنای هر ۲ روش میانگین متحرک تصحیح شده و دوبل تصحیح میزان اختلاف این میانگین متحرک و واقعیت است و این تصحیح به این دلیل انجام می‌گیرد که بتوان از این روش‌ها برای داده‌هایی که دارای روند می‌باشند نیز استفاده کرد.

☺ ۲۷. گزینه ۱

احتمالاً منظور طراح ۳ دوره قبل از آخرین دوره می‌باشد پس

$$\alpha(1-\alpha)^3 = 0.5(1-0.5)^3 = \frac{1}{16}$$

☺ ۲۸. گزینه ۲

$$\text{خطای مربوط به روش هموارسازی نمایی} = |39 - 40| + |39/2 - 40| = 1/8$$

$$\text{خطای مربوط به میانگین متحرک} = |43 - 40| + |40 - 37| = 6$$

همانطور که مشخص است میزان خطای مربوط به روش هموارسازی نمایی کمتر است پس همین روش را انتخاب می‌کنیم.

فصل ۱۰: روش‌های پیش‌بینی » ۴۰۹

$$\hat{X}_2 = \hat{X}_1 + \alpha(X_1 - \hat{X}_1) \Rightarrow 39/2 = 39 + \alpha(40 - 39)$$

$$\Rightarrow \alpha = 0/2$$

$$\hat{X}_3 = \hat{X}_2 + \alpha(X_2 - \hat{X}_2) = 39/2 + 0/2(37 - 39/2) = 38/76$$

۲۹. گزینه

متوسط تقاضای محصولی تا انتهای ماه پنجم برابر با ۵۰ می‌باشد پس یعنی میزان پیش‌بینی ماه

ششم برابر ۵۰ می‌باشد. $\hat{X}_6 = 50$

$$\hat{X}_7 = \hat{X}_6 + \alpha(X_6 - \hat{X}_6) = 50 + 0/3(54 - 50) = 51/2$$

$$\hat{X}_8 = \hat{X}_7 + \alpha(X_7 - \hat{X}_7) = 51/2 + 0/3(61 - 51/2) = 54/14$$

فصل ۱۱

مدل های قطعی و پویا

در این مدل تقاضا بصورت قطعی و پویا می‌باشد یعنی از دوره‌ای به دوره دیگر ممکن است تغییر کند و دیگر فرضیات آن بدین صورت است که کمبود جایز نیست و سفارش فقط در ابتدای دوره‌ها می‌تواند صورت گیرد و هزینه نگهداری صرفاً برای کالاهایی در نظر گرفته می‌شود که در انتهای دوره باقی مانده باشند.

روش‌های حل مدل

کلیه روش‌های ارائه شده بجز روش واگنر-ویتین، ابتکاری می‌باشند؛ یعنی آنها لزوماً جواب بهینه نمی‌دهند.

۱. روش دسته به دسته (L4L)

در ابتدای هر دوره به اندازه تقاضای آن دوره سفارش می‌دهیم در نتیجه هزینه نگهداری صفر و هزینه سفارش‌دهی ماکزیمم می‌باشد.

۴۰	۵۰	۳۰	۷۰	۱۰	۹۰	۳۰	۴۰
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
۴۰	۵۰	۳۰	۷۰	۱۰	۹۰	۳۰	۴۰

نکته: برای اقلامی مناسب است که هزینه نگهداری آنها زیاد و هزینه سفارش‌دهی آنها کم می‌باشد. مانند کالاهای فاسدشدنی و یا کالاهایی با مصرف دائم و حجم بالا.

نکته: موجودی ابتدا و انتهای دوره برابر با صفر می‌باشد.

۲. روش FOS با مقدار سفارش ثابت

در این روش مقدار سفارش ثابت می‌باشد و برحسب شرایط یا به مقدار دلخواه و یا به میزان سفارش اقتصادی سفارش داده می‌شود.

نکته: برای اقلامی مناسب است که هزینه سفارش‌دهی آنها بسیار بالا است.

نکته: اگر تقاضا کمتر از مقدار سفارش باشد به اندازه مقدار تعیین شده سفارش، سفارش داده می‌شود ولی اگر تقاضا بیشتر از آن باشد به اندازه مضربی از آن سفارش داده می‌شود.

$$Q = 80$$

۳۰	۵۰	۴۰	۲۰	۱۰	۲۵	۴۰	۸۰
↑		↑			↑		↑
۸۰		۸۰			۸۰		۸۰

مثال: میزان تقاضا برای ۶ دوره به صورت جدول زیر است چنانچه مقدار سفارش ثابت و برابر

۲۰۰ واحد باشد برنامه‌ریزی سفارشات را تعیین کنید؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تقاضا	۲۰	۳۵	۱۸۰	۱۵۰	۱۰	۱۵۰

ابتدا به اندازه ۲۰۰ واحد سفارش می‌دهیم که تا دو دوره را کفایت می‌کند و ۱۴۵ واحد باقیمانده تقاضای دوره ۳ را برآورد نمی‌کند پس در ابتدای دوره ۳ مجدداً ۲۰۰ واحد سفارش می‌دهیم که ۱۸۰ عدد در دوره سوم مصرف شده و ۲۰ واحد باقیمانده که با ۱۴۵ تای قبلی که ۱۶۵ واحد می‌شود تا پایان دوره ۵ تقاضا را برآورد می‌کند که در نهایت برای دوره ۶ سفارش می‌دهیم.

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تقاضا	۲۰	۳۵	۱۸۰	۱۵۰	۱۰	۱۵۰
	↑		↑			↑
	۲۰۰		۲۰۰			۲۰۰

۳. روش FOI با دوره سفارش ثابت

در این روش دوره سفارش ثابت می‌باشد یعنی سفارش در بازه‌های زمانی ثابت سفارش داده می‌شود که این بازه‌های زمانی ممکن است دلخواه و یا به میزان دوره سفارش اقتصادی باشند.

نکته: ویژگی بارز آن عدم نگهداری موجودی اضافی می‌باشد ولی هزینه نگهداری در آن صفر نمی‌باشد.

$$T = 2$$

۲۵	۱۵	۱۰	۴۰	۵۵	۹۰	۳۰	۲۰
↑		↑		↑		↑	
۴۰		۵۰		۱۴۵		۵۰	

نکته: اگر $T = 1$ باشد تبدیل به روش L4L می‌گردد

نکته: اگر T تعیین نشده بود باید از طریق رابطه $T = \sqrt{\frac{2A}{Dh}}$ بدست آید.

۴. روش حداقل هزینه واحد (LUC)

در این روش هدف حداقل کردن هزینه نگهداری و سفارش‌دهی به ازای هر واحد سفارش داده شده می‌باشد.

$$UC = \frac{\text{کل هزینه نگهداری} + \text{کل هزینه سفارش دهی}}{\sum_{i=1}^j D_i} = \frac{A + h \sum_{i=1}^j (i-1) D_i}{\sum_{i=1}^j D_i}$$

تا جایی پیش می‌رویم که $\begin{cases} UC(j) < UC(j-1) \\ UC(j) < UC(j+1) \end{cases}$ باشد یعنی به نقطه حداقل محلی برسیم.

مثال: در جدول زیر نحوه سفارش‌دهی براساس روش حداقل هزینه واحد را بدست آورید؟

$$A = 100, h = 2$$

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
----	----	----	----	----	---	---	----

در مرحله اول ابتدا سفارش بار اول را بدست می‌آوریم که بهینه برای سفارش ۳ دوره بدست آمده است.

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
↑			↑				
۵۰			?				

$$UC(1) = \frac{100}{10} = 10$$

$$UC(2) = \frac{100 + 25 \times 2}{35} = 4/28$$

$$UC(3) = \frac{100 + 25 \times 2 + 15 \times 2 \times 2}{50} = 4/2 \rightarrow \min$$

$$UC(4) = \frac{100 + 25 \times 2 + 15 \times 2 \times 2 + 40 \times 3 \times 2}{90} = 5$$

مرحله دوم:

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
↑		↑			↑		
۵۰		۷۰			?		

$$UC(۱) = \frac{۱۰۰}{۴۰} = ۲/۵$$

$$UC(۲) = \frac{۱۰۰ + ۳۰ \times ۲}{۷۰} = ۲/۲۹$$

$$UC(۳) = \frac{۱۰۰ + ۳۰ \times ۲ + ۰}{۷۰} = ۲/۲۹ \rightarrow \min$$

$$UC(۴) = \frac{۱۰۰ + ۳۰ \times ۲ + ۰ + ۵ \times ۳ \times ۲}{۷۵} = ۲/۵۳$$

مرحله سوم:

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
↑		↑			↑		
۵۰		۷۰			۱۵		

$$UC(۱) = \frac{۱۰۰}{۵} = ۲۰$$

$$UC(۲) = \frac{۱۰۰ + ۱۰ \times ۲}{۱۵} = ۸ \rightarrow \min$$

نکته: چنانچه زمان تحویل مخالف صفر باشد سفارشات به اندازه L زودتر داده می‌شوند.

۵. روش سیلور - میل

در این روش هدف حداقل کردن هزینه نگهداری و سفارش‌دهی به ازای تعداد دوره‌های سفارش داده شده می‌باشد.

$$SC(j) = \frac{\text{کل هزینه نگهداری} - \text{کل هزینه سفارش دهی}}{j} = \frac{A + h \sum_{i=1}^j (i-1)D_i}{j}$$

تا جایی پیش می‌رویم که $\begin{cases} SC(j) < SC(j-1) \\ SC(j) < SC(j+1) \end{cases}$ باشد یعنی به نقطه حداقل محلی برسیم.

مثال: سوال بالا را با روش سیلور میل حل کنید؟

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
----	----	----	----	----	---	---	----

فصل ۱۱: مدل‌های قطعی و پویا ۴۱۷

در مرحله اول ابتدا سفارش بار اول را بدست می‌آوریم که بهینه برای سفارش ۳ دوره بدست آمده است.

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
↑			↑				
۵۰			?				

$$SC(1) = \frac{100}{1} = 100$$

$$SC(2) = \frac{100 + 25 \times 2}{2} = 75$$

$$SC(3) = \frac{100 + 25 \times 2 + 15 \times 2 \times 2}{3} = 70 \rightarrow \min$$

$$SC(4) = \frac{100 + 25 \times 2 + 15 \times 2 \times 2 + 40 \times 3 \times 2}{4} = 112/5$$

مرحله دوم:

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
↑			↑			↑	
۵۰			۷۵			۱۰	

$$SC(1) = \frac{100}{1} = 100$$

$$SC(2) = \frac{100 + 30 \times 2}{2} = 80$$

$$SC(3) = \frac{100 + 30 \times 2 + 0}{3} = 53/33$$

$$SC(4) = \frac{100 + 30 \times 2 + 0 + 5 \times 3 \times 2}{4} = 47/5 \rightarrow \min$$

$$SC(5) = \frac{100 + 30 \times 2 + 0 + 5 \times 3 \times 2 + 10 \times 4 \times 2}{5} = 54$$

مثال: تقاضای یک کالا برای ۳ دوره به صورت زیر است:

ماه	۱	۲	۳
تقاضا	۱۰	۲۰	x

هزینه هر بار سفارش ۳۰۰ واحد پول و هزینه نگهداری هر واحد در ماه ۱۰ واحد پول است. مقدار

x حداکثر چقدر باشد تا بر اساس روش سیلور-میل (حداقل هزینه دوره) سفارش ماه سوم نیز

همراه دو دوره اول و دوم صادر شود (سفارش سه دوره یکجا داده شود)؟ (سراسری ارشر-۹۱)

۱۷ (۴) ۱۵ (۳) ۱۲ (۲) ۱۰ (۱)

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$A = 300 \quad h = 10$$

$$SC(1) = \frac{300}{1} = 300$$

$$SC(2) = \frac{300 + 20 \times 10}{2} = 250$$

$$SC(3) = \frac{300 + 20 \times 10 + 20X}{3} = \frac{500 + 20X}{3} \rightarrow \frac{500 + 20X}{3} < 250 \rightarrow X < 12.5$$

$$\frac{500 + 20X}{3} < 250 \rightarrow 500 + 20X < 750 \rightarrow 20X < 250 \rightarrow X < 12.5$$

با توجه به این که حداکثر مقدار خواسته شده است ۱۲ مطلوب سوال است.

۶. روش حداقل هزینه کل (LTC)

در این روش ملاک بهینه بودن حداقل فاصله بین کل هزینه نگهداری و کل هزینه سفارش‌دهی می‌باشد. در نتیجه بدنبال این هستیم که قدر مطلق تفاضل بین آنها را حداقل کنیم.


رابطه هزینه نگهداری و سفارش‌دهی به شرح زیر می‌باشد:

$$\text{هزینه نگهداری} = h \sum_{i=1}^j D_i (i-1)$$

$$A = \text{هزینه سفارش‌دهی}$$

که ما بدنبال حداقل کردن رابطه زیر می‌باشیم:

$$|A - h \sum D_i (i-1)|$$

 **مثال:** در جدول زیر نحوه سفارش‌دهی براساس روش حداقل هزینه کل را بدست آورید؟

$$A = 100, \quad h = 2$$

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
----	----	----	----	----	---	---	----

اختلاف	هزینه نگهداری	هزینه سفارش‌دهی	دوره
۱۰۰	۰	۱۰۰	۱
۵۰	$25 \times 1 \times 2 = 50$	۱۰۰	۱ و ۲
۱۰	$25 \times 1 \times 2 + 15 \times 2 \times 2 = 110$	۱۰۰	۱ و ۲ و ۳
۲۵۰	$110 + 240 = 350$	۱۰۰	۱ و ۲ و ۳ و ۴

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
----	----	----	----	----	---	---	----

\uparrow \uparrow
 ۵۰ ?

حال برای مرحله دوم خواهیم داشت:

اختلاف	هزینه نگهداری	هزینه سفارش‌دهی	دوره
۱۰۰	۰	۱۰۰	۱
۴۰	$2 \times 30 = 60$	۱۰۰	۱ و ۲
۴۰	$0 + 60 = 60$	۱۰۰	۱ و ۲ و ۳
۱۰	$3 \times 20 + 60 = 90$	۱۰۰	۱ و ۲ و ۳ و ۴
۷۰	$4 \times 20 + 90 = 170$	۱۰۰	۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵

۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰	۰	۵	۱۰
↑		↑				↑	
۵۰		۷۵				۱۰	

۷. روش واگنرویتین

این روش تنها روشی است که قطعاً جواب بهینه به ما می‌دهد. از برنامه‌ریزی پویا برای حل مدل استفاده می‌کند. ممکن است دارای جواب بهینه چندگانه باشیم. با ذکر مثال به توضیح این روش می‌پردازیم.

مثال: هزینه هر بار سفارش‌دهی یک کالا برابر ۱۰۰ واحد پول و هزینه نگهداری هر واحد آن ۵ واحد پول در دوره می‌باشد. قرار است برنامه سفارش‌دهی این کالا در طی چند دوره به روش واگنر-ویتین (ww) تعیین گردد. چنانچه مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری برای این کالا در مرحله‌ای که دوره اول و دوم را با هم سفارش دهیم برابر ۲۰۰ واحد پول باشد. آنگاه در این مرحله شرط واگنر-ویتین و مقدار تقاضای کالا در دوره دوم واحد است. (سراسری ارشد - ۹۰)

(۱) برقرار نیست - ۲۰ (۲) برقرار نیست - ۳۰ (۳) برقرار است - ۲۰ (۴) برقرار است - ۳۰

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} (1)(2) \quad A + A = 100 + 100 = 200 \\ (1,2) \quad A + D_p h = 200 \end{array} \right\}$$

هر دو مقدار ۲۰۰ می‌باشد پس روش واگنر-ویتین جواب چندگانه دارد و هر دو حالت

{(۱)(۲)}, {(۱,۲)} بهینه می‌باشد و شرایط آن برقرار است از طرفی

$$A + D_p h = 200 = 100 + D_p \times 5 = 200 \rightarrow D_p = 20$$

۴۲۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

مثال: روش سفارش‌دهی کالایی با مشخصات ارائه شده در جدول زیر واگنر-ویتین (W-W)

می‌باشد در مورد تامین تقاضای دوره سوم کدام گزینه غلط است؟ (سراسری ارشر - ۹۲)

دوره	۱	۲	۳
تقاضا	۳۰	D_2	۶۰
هزینه سفارش‌دهی	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰
هزینه نگهداری	۵	۵	۵

(۱) تقاضای دوره سوم، الزاماً نباید در دوره سوم تامین شود.

(۲) تقاضای دوره سوم و دوم یکجا تامین می‌شود.

(۳) تقاضای دوره سوم، در هر دوره‌ای می‌تواند تامین شود.

(۴) اگر D_2 حداکثر ۱۴۰ واحد باشد تقاضای دوره سوم در دوره اول تامین خواهد شد.

حل: گزینه ۳ درست است.

دوره	جمع هزینه‌ها
I (۱) (۲) (۳)	$۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ = ۳۰۰۰$
II (۱, ۲) (۳)	$۱۰۰۰ + ۵D_2 + ۱۰۰۰ = ۲۰۰۰ + ۵D_2$
III (۱) (۲, ۳)	$۱۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۶۰ \times ۵ = ۲۳۰۰$
IV (۱, ۲, ۳)	$۱۰۰۰ + ۵D_2 + ۶۰۰ = ۱۶۰۰ + ۵D_2$

پس II نمی‌تواند بهینه باشد. $۲۰۰۰ + ۵D_2 > ۱۶۰۰ + ۵D_2$

پس I نیز نمی‌تواند بهینه باشد. $۳۰۰۰ > ۲۳۰۰$

فقط III یا IV بهینه است که بستگی به مقدار D_2 دارد. $۱۶۰۰ + ۵D_2 \leq ۲۳۰۰$

اگر $D_2 \leq ۱۴۰$ IV بهینه و اگر $D_2 > ۱۴۰$ باشد III بهینه می‌باشد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود تقاضای دوره ۳ باید در دوره اول یا دوم تامین شود و اگر در دوره ۳

تامین شود قطعاً بهینه نیست.

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. در یک سیستم سفارشات بر اساس حداقل هزینه واحد (LUC) کدامیک از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟
(سراسری ۷۵ و ۷۶)

- ۱) بهتر است مقدار هر بار سفارش دقیقاً برابر با مصرف یک دوره کامل باشد.
- ۲) مقدار هر بار سفارش باید همواره از مصرف یک دوره بیشتر باشد.
- ۳) برای یک دوره t از دوره قبل $(t-1)$ مقداری موجودی رسیده است، ولی ممکن است این مقدار موجودی برای مصرف کامل دوره t کافی نباشد.
- ۴) مقدار هر بار سفارش باید مساوی با مصرف یک یا چند دوره کامل باشد.

۱.۲ اگر تقاضا برای محصولی برای ۱۰ پریود آینده به صورت زیر باشد و اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی برابر ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد کالا در هر پریود برابر ۵ تومان باشد، اگر بخواهیم به روش LUC (حداقل هزینه هر واحد کالا) مقادیر سفارش را تعیین کنیم، اولین مقدار سفارش چقدر خواهد بود؟
(سراسری ۷۹)

پریود	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۳۰	۵۰	۴۰	۶۰	۲۰	۷۰	۸۰	۱۰۰	۳۰	۵۰
	۳۰ (۴)		۸۰ (۳)		۱۰۰ (۲)		۱۲۰ (۱)			

۳. مصرف کالایی طی دوره‌های آتی طبق جدول زیر و هزینه نگهداری هر واحد آن ثابت و برابر ۵ تومان در دوره می‌باشد. هزینه سفارش‌دهی این کالا در دوره اول ۷۰ تومان و در سایر دوره‌ها ۲۰۰ تومان می‌باشد. مقدار سفارش این کالا در دوره اول بر اساس روش LTC (حداقل هزینه کل) چند واحد است؟
(سراسری ۷۹)

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱۰ (۲)	۰ (۱)
مصرف	۰	۱۰	۳۰	۴۰	۶۰	۲۰	۸۰ (۴)	۴۰ (۳)

۴. مقادیر تقاضای کالایی در ۱۰ ماه آینده در جدول زیر نشان داده شده است. اگر هزینه نگهداری هر واحد کالا در هر ماه برابر ۲ واحد پولی و هزینه هر بار سفارش‌دهی برابر جدول زیر باشد، چنان چه هر بار به اندازه تقاضای ۲ ماه سفارش داده شود. هزینه کل (هزینه نگهداری + هزینه سفارش‌دهی) چقدر خواهد بود؟
(سراسری ۸۳)

۴۲۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۴۰	۳۰	۷۰	۴۰	۶۰	۴۰	۵۰	۷۰	۸۰	۶۰

تعداد سفارش	هزینه سفارش‌دهی
۱-۱۰۰	۵۰ واحد پولی
۱۰۱ و بیشتر	۸۰ واحد پولی

(۱) ۱۰۴۰ واحد پولی

(۲) ۹۴۰ واحد پولی

(۳) ۸۲۰ واحد پولی

(۴) ۷۶۰ واحد پولی

۵. مقادیر تقاضای محصولی در ۱۰ روز آینده در جدول زیر آورده شده است؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۳۰	۶۰	۸۰	۶۰	۵۰	۳۰	۷۰	۱۰۰	۶۰	۴۰

اگر هزینه نگهداری هر واحد محصول در هر دوره برابر ۲ واحد پولی و هزینه هر بار سفارش‌دهی

برابر ۸۰ واحد پولی باشد، اولین و دومین مقدار سفارش با استفاده از روش حداقل هزینه هر واحد

(سراسری ۸۳)

(LUC) چقدر است؟

(۲) به ترتیب ۹۰ و ۱۴۰

(۱) به ترتیب ۹۰ و ۸۰

(۴) به ترتیب ۱۷۰ و ۱۴۰

(۳) به ترتیب ۳۰ و ۱۴۰

۶. تقاضای محصولی طی پریودهای مختلف (هفتگی) به صورت زیر است. در صورتی که هزینه هر بار

سفارش ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد محصول در هفته ۲ تومان باشد، مقدار اولین سفارش

(سراسری ۸۳)

بر طبق روش سیلور-میل (Silver-Meal) به چه میزان خواهد بود؟

پریود (هفته)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
مقدار تقاضا	۱۰۰	۵۰	۴۰	۹۰	۱۵۰	۱۵۰	۲۰۰	۱۰۰

(۴) ۲۸۰ واحد

(۳) ۱۹۰ واحد

(۲) ۱۵۰ واحد

(۱) ۱۰۰ واحد

۷. هزینه هر بار سفارش‌دهی یک کالا برابر ۱۰۰ واحد پول و هزینه نگهداری هر واحد آن ۵ واحد پول در

دوره می‌باشد. قرار است برنامه سفارش‌دهی این کالا در طی چند دوره به روش واگنر-ویتین (WW)

تعیین گردد. چنانچه مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری برای این کالا در مرحله‌ای که

دوره اول و دوم را با هم سفارش دهیم برابر ۲۰۰ واحد پول باشد. آنگاه در این مرحله شرط واگنر-

(سراسری ۹۰)

ویتین و مقدار تقاضای کالا در دوره دوم واحد است.

(۴) ۲۸۰ واحد

(۳) ۱۹۰ واحد

(۲) ۱۵۰ واحد

(۱) ۱۰۰ واحد

۸. تقاضای یک کالا برای سه دوره به صورت زیر است:

ماه	۱	۲	۳
تقاضا	۱۰	۲۰	X

هزینه هر بار سفارش ۳۰۰ واحد پول و هزینه نگهداری هر واحد در ماه ۱۰ واحد پول است. مقدار X حداکثر چقدر باشد تا بر اساس روش سیلور-میل (حداقل هزینه دوره) سفارش ماه سوم نیز همراه دو دوره اول و دوم صادر شود؟ (سفارش سه دوره یک جا داده شود.) (سراسری ۹۱)

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۹. روش سفارش‌دهی کالایی با مشخصات ارائه شده در جدول زیر، واگنر-ویتین ($W - W$) می‌باشد.

(سراسری ۹۲)

در مورد تأمین تقاضای دوره سوم، کدام گزینه غلط است؟

دوره	۱	۲	۳
تقاضا	۳۰	D_2	۶۰
هزینه سفارش‌دهی	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰
هزینه نگهداری	۵	۵	۵

(۱) تقاضای دوره سوم، الزاماً نباید در دوره سوم تأمین شود.

(۲) تقاضای دوره سوم و دوم، یک جا تأمین می‌شود.

(۳) تقاضای دوره سوم، در هر دوره‌ای می‌تواند تأمین شود.

(۴) اگر D_2 حداکثر ۱۴۰ واحد باشد تقاضای دوره سوم در دوره اول تأمین خواهد شد.

۱۰. در یک مسئله سفارشات n دوره‌ای با تقاضای معین و متغیر ($n > 0$) که قرار است از روش

واگنرویتین حل شود، در دوره پنجم هزینه کل سفارش‌دهی و نگهداری در دو حالت زیر با هم برابر و حداقل شده است:

الف) تقاضای دوره پنجم به طور مستقل سفارش داده شود.

ب) تقاضای دوره چهارم و پنجم با هم سفارش داده شوند.

در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح‌تر است؟ (سراسری ۹۳)

(۱) شرایط واگنرویتین برقرار است ولی ممکن است بیش از یک جواب بهینه وجود داشته باشد.

(۲) شرایط واگنرویتین برقرار است و در مرحله ششم می‌توان حالت‌هایی که در آنها دوره‌های چهار و پنج با هم سفارش داده می‌شوند را کنار گذاشت.

(۳) شرایط واگنرویتین برقرار است و در مرحله ششم می‌توان حالت‌هایی که در آنها دوره پنجم به تنهایی سفارش داده می‌شود را کنار گذاشت.

(۴) شرایط واگنرویتین برقرار نیست و در مرحله ششم باید هر دو حالت سفارش دوره پنجم به تنهایی و سفارش دوره‌های چهارم و پنجم با هم را در نظر گرفت.

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۴ ☹

در سیستم سفارشات بر اساس حداقل هزینه واحد (LUC) (Least unit cost) مقدار هر بار سفارش به اندازه مصرف یک یا چند دوره کامل می‌باشد.
نکته: در این فصل سعی کن که تمام روش‌ها رو هم اسمشون و هم مخففشون رو به انگلیسی و فارسی بلد باشی، کمکت می‌کند.

۲. گزینه ۳ ☺

$$A = 200 \quad h = 5$$

$$uc(n) = \frac{\text{مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری برای سفارشی که مصرف n دوره را پوشش می‌دهد}}{\text{کل مصرف n دوره}}$$

اگر $n = 1$ شود پس مقدار سفارش ۳۰ و چون یکبار سفارش داده‌ایم پس هزینه سفارش‌دهی برابر است با ۲۰۰ و چون اصلاً نیاز به نگهداری نداریم هزینه نگهداری برابر است با ۰ پس کل هزینه ۲۰۰ می‌باشد و کل مصرف ۳۰ پس:

$$uc(1) = \frac{200}{30} = 6.67$$

پس به طور کلی داریم:

تعداد دوره‌ها (n)	مقدار سفارش	هزینه سفارش‌دهی	هزینه نگهداری
۱	۳۰	۲۰۰	۰
۲	۳۰ + ۵۰	۲۰۰	$50 \times 5 = 250^*$
۳	۳۰ + ۵۰ + ۴۰	۲۰۰	$50 \times 5 + 40 \times 2 \times 5 = 650$

هزینه کل	uc
۲۰۰	$\frac{200}{30} = 6.67$
۴۵۰	$\frac{450}{80} = 5.63$
۸۵۰	$\frac{850}{120} = 7.08$

* هزینه نگهداری $n = 2$ برابر است با 50×5 یعنی ۵۰ واحد کالا را به اندازه یک دوره نگهداری می‌کنیم.

۳. گزینہ ۱ ☺

(هزینه نگهداری - هزینه سفارش دهی) = شاخص

$$h = \omega \quad A_1 = \gamma_0 \quad A_{\gamma, \dots} = \gamma_{00}$$

شاخص	هزینه نگهداری	هزینه سفارش	مقدار سفارش	تعداد دوره‌ها
$ 0 - 0 = 0$	0	0	0	1
$ 70 - 50 = 20^*$	$10 \times 5 = 50$	70	10	2

* دقت کن در این مرحله ما برای ۲ دوره بعد در همان دوره اول سفارش صادر می‌کنیم پس هزینه سفارش ۷۰ و مقدار ۱۰ واحد کالا را به مدت یک دوره نگهداری می‌کنیم.

٤. گزینہ ۳ ☺

خود سوال گفته هر ۲ ماه یکبار سفارش می دهیم.

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۴۰	۳۰	۷۰	۴۰	۶۰	۴۰	۵۰	۷۰	۸۰	۶۰
	↓		↓		↓		↓		↓	
مقدار سفارش	۷۰		۱۱۰		۱۰۰		۱۲۰		۱۴۰	

$$\text{هزینه کل} = \text{هزینه نگهداری} + \text{هزینه سفارش دهی} = ۳۴۰ + ۴۸۰ = ۸۲۰$$

۴۲۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

در ۲ دوره مقدار سفارش کوچکتر مساوی ۱۰۰ شده پس هزینه سفارش‌دهی برابر با ۵۰ و در ۳ دوره بیشتر از ۱۰۰ و هزینه سفارش‌دهی برابر با ۸۰ شده است. و همچنین در مورد هزینه نگهداری در اول تمام سفارشات به اندازه‌ی میزان سفارشات ماه دوم به مدت یک ماه نگهداری کنیم.

۵. گزینه ۱ ☺

$$h = 2 \quad A = 80$$

uc	هزینه کل	هزینه نگهداری	هزینه سفارش‌دهی	مقدار سفارش	تعداد دوره‌ها
$\frac{80}{30} = 2/67$	۸۰	۰	۸۰	۳۰	۱
$\frac{200}{90} = 2/22$	۲۰۰	$60 \times 2 = 120$	۸۰	$30 + 60$	۲
$\frac{520}{170} = 3/06$	۵۲۰	$60 \times 2 + 80 \times 2 \times 2 = 440^*$	۸۰	$30 + 60 + 80$	۳

* هزینه نگهداری دوره‌ی سوم: چون به اندازه‌ی ۳ دور سفارش داده‌ایم پس باید مقدار کالای دوره دوم به مدت یک دوره و مقدار کالای دوره سوم به مدت دو دوره نگهداری شود. چون روند نزولی uc از دوره‌ی دوم به سوم عوض شد پس مقدار سفارش برای ابتدای دوره اول به اندازه‌ی ۹۰ واحد است.

دومین سفارش در ابتدای دوره سوم می‌باشد. و به صورت زیر بدست می‌آید. یعنی:

uc	هزینه کل	هزینه نگهداری	هزینه سفارش‌دهی	مقدار سفارش	تعداد دوره‌ها
$\frac{80}{80} = 1$	۸۰	۰	۸۰	۸۰	۳
$\frac{200}{140} = 1/43$	۲۰۰	$60 \times 2 = 120$	۸۰	$80 + 60$	۴

با توجه به اینکه در دوره‌های چهارم مقدار شاخص افزایش یافت پس نیازی به ادامه دادن نیست. پس مقدار سفارش اقتصادی ابتدای دوره سوم به اندازه‌ی یک دوره یعنی ۸۰ واحد می‌باشد.

۶. گزینه ۲ ☺

تفاوت روش سیلور-میل با روش Luc در این است که در مخرج به جای مقدار مصرف باید عدد دوره گذاشته شود.

$$A = 100 \quad h = 2$$

n	مقدار سفارش	هزینه سفارش‌دهی	هزینه نگهداری	C_n
۱	۱۰۰	۲۰۰	۰	$\frac{۲۰۰}{۱} = ۲۰۰$
۲	۱۵۰	۲۰۰	$۲ \times ۱ \times ۵۰ = ۱۰۰$	$\frac{۲۰۰ + ۱۰۰}{۲} = ۱۵۰$
۳	۱۹۰	۲۰۰	$۲ \times ۱ \times ۵۰ + ۲ \times ۲ \times ۴۰ = ۲۶۰$	$\frac{۲۰۰ + ۲۶۰}{۳} = ۱۵۳ \frac{۱}{۳}$

باز هم در $n=۲$ و $n=۳$ روند نزولی برعکس شد یعنی مقدار C_n افزایش یافت پس متوقف می‌شویم. پس بهترین حالت سفارش‌دهی به اندازه‌ی ۲ دوره می‌باشد یعنی ۱۵۰ واحد.

۷. گزینه ۳ ☺

$$A = ۱۰۰ \quad h = ۵$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{در صورتی که با هم سفارش دهیم} \\ \Rightarrow (۱, ۲) \Rightarrow T_{C_{۲۱}} = ۱۰۰ + ۵ \times D_۲ = ۲۰۰ \rightarrow D_۲ = ۲۰ \\ \text{در صورتی که جدا جدا سفارش دهیم} \\ \Rightarrow (۱)(۲) \Rightarrow T_{C_{۲۲}} = ۱۰۰ + ۱۰۰ = ۲۰۰ \end{array} \right\} \Rightarrow T_{C_{۲۱}} = T_{C_{۲۲}}$$

سفارش همزمان و مجزای دو دوره هزینه‌های یکسانی دارند پس برای کاهش محاسبات بهتر است که حالت دو به عنوان حالت اقتصادی در این مرحله در نظر گرفته شود که نشان‌دهنده‌ی برقراری شرط واگنرویتین است.

۸. گزینه ۲ ☺

روش سیلور - میل هست تفاوتش با روش Luc که یادت هست؟

علاوه بر اینکه می‌توان به صورت جدولی این سوالات را حل کرد به صورت زیر هم می‌توان به جواب رسید.

$$A = ۳۰۰ \quad h = ۱۰$$

فقط هزینه سفارش‌دهی داریم.

$$SC(۱) = \frac{۳۰۰}{۱} = ۳۰۰$$

علاوه بر هزینه سفارش‌دهی یک دوره هزینه نگهداری داریم.

$$SC(۲) = \frac{۳۰۰ + ۲۰ \times ۱}{۲} = ۲۵۰$$

$$SC(۳) = \frac{۳۰۰ + ۲۰ \times ۱۰ + ۲۰ \times X}{۳} = \frac{۵۰۰ + ۲۰X}{۳}$$

حال برای آنکه بخواهیم هر ۳ دوره را یکجا سفارش دهیم باید $SC(۳)$ کوچکتر از $SC(۲)$ شود.

$$\Rightarrow \frac{۵۰۰ + ۲۰X}{۳} < ۲۵۰ \rightarrow X < ۱۲/۵$$

پس حداکثر مقدار خواسته شده ۱۲ می‌باشد.

۹. گزینه ۳ ☺

حالت

$$I \quad (1)(2)(3) \quad 1000 + 1000 + 1000 = 3000$$

تمامی دوره‌ها جدا جدا سفارش داده شود

$$II \quad (1,2)(3) \quad 1000 + 5D_T + 1000 = 2000 + 5D_T$$

دوره اول و دوم با هم و دوره سوم جدا

$$III \quad (1)(2,3) \quad 1000 + 1000 + 60 \times 5 = 2300$$

دوره اول جدا و دوره دوم و سوم باهم

$$IV \quad (1,2,3) \quad 1000 + 5D_T + 600 = 1600 + 5D_T$$

هر سه دوره باهم

$$2000 + 5D_T > 1600 + 5D_T$$

پس قطعاً II بهینه نیست.

$$3000 > 2300$$

پس I هم قطعاً بهینه نمی‌تواند باشد.

حالت III یا IV می‌تواند بهینه باشد که بستگی به مقدار D_T دارد.

$$1600 + 5D_T \leq 2300$$

اگر $D_T \leq 140$ بهینه IV و اگر $D_T > 140$ باشد III بهینه می‌باشد همانطور که مشاهده می‌شود در حالت‌های IV و III تقاضای دوره سوم باید در دوره‌ی اول یا در دوره‌ی دوم تأمین شود پس اگر تقاضای دوره سوم در دوره‌ی سوم تأمین شود قطعاً بهینه نیست. در نتیجه تقاضای دوره سوم در هر دوره‌ی نمی‌تواند تأمین شود.

۱۰. گزینه ۱ ☺

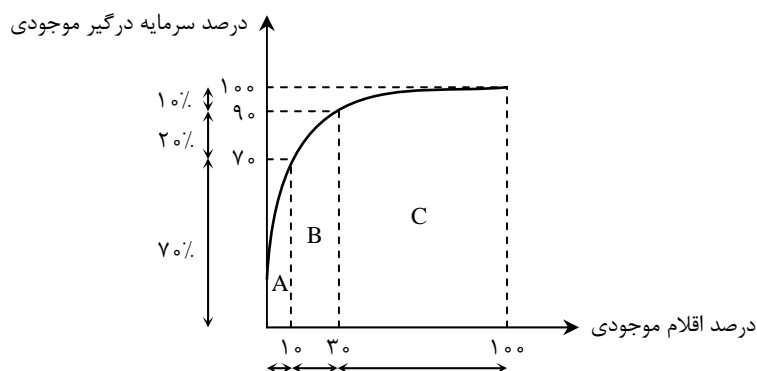
با توجه به اطلاعات داده شده در صورت شرایط واگنرویتین برقرار است و با ثابت در نظر گرفتن ترکیب در دوره‌های ماقبل آخر می‌توان به جواب بهینه دست یافت. و همچنین به این دلیل که پایه روش واگنرویتین برنامه‌ریزی پویا می‌باشد ممکن است جواب بهینه چندگانه داشته باشیم.

فصل ۱۲

آنا لنز *ABC*

برای طبقه‌بندی اقلام موجودی از روش آنالیز ABC استفاده می‌گردد که در این روش اقلام براساس نمودار پارتو به صورت زیر طبقه‌بندی می‌گردند:

طبقه	درصد اقلام موجودی	درصد سرمایه درگیر
A	کمترین (حدود ۱۰٪)	بیشترین (حدود ۷۰٪)
B	متوسط (حدود ۲۰٪)	متوسط (حدود ۲۰٪)
C	بیشترین (حدود ۷۰٪)	کمترین (حدود ۱۰٪)



حجم سرمایه درگیر بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$C_i \times D_i = \text{حجم سرمایه درگیر محصول } i \text{ ام}$$

نکته: یکی از اهداف این آنالیز تعیین خط مشی موجودی مناسب می‌باشد.

نکته: در این آنالیز سرمایه درگیر موجودی مطرح است نه ارزش (قیمت) کالا.

نکته: در آنالیز ABC در برخی موارد بر طبق نیاز ممکن است لزوماً در ۳ دسته طبقه‌بندی نشوند و یا اینکه طبقه‌بندی لزوماً بر طبق ارزش تقاضا برحسب ریال نباشد و عوامل دیگری کالا را به کالای حیاتی و نوع A تبدیل کند از جمله این عوامل می‌توان نوسان مدت تحویل و عدم خوابیدن خط تولید و میزان تاثیرگذاری عملیات بالا و مدت زمان مجاز نگهداری و... نام برد.

نکته: مقایسات طبقات بصورت جدول زیر می‌تواند باشد:

ذخیره ایمنی	مرور موجودی	ثبات اطلاعات	اندازه سفارش	میزان کنترل	دسته‌بندی
کم	دائم	دقیق	کم	زیاد	A
متوسط	دوره‌ای	خوب	متوسط	متوسط	B
زیاد	بسیار کم	ساده	زیاد	کم	C

نکته: درصدهای ذکر شده برای طبقه‌بندی بصورت حدودی می‌باشد و دارای تolerانس می‌باشد.

مثال: در مورد تجزیه و تحلیل ABC کدام عبارت زیر غلط است؟ (سراسری ارشد - ۸۷)

- (۱) آنالیز ABC را می‌توان بدون توجه به ارزش مصرف سالیانه نیز انجام داد.
- (۲) در تحلیل ABC تحت هر شرایطی تعداد اقلام دسته B کمتر از تعداد اقلام دسته C به دست می‌آید.
- (۳) آنالیز ABC به منظور سیاستگذاری مناسب برای کنترل موجودی اقلام در یک مؤسسه استفاده می‌شود.
- (۴) در تحلیل ABC چنانچه تعداد اقلام دسته A زیاد باشد باید تحلیل را با درصد کمتر A مجدداً انجام داد.

حل: گزینه ۲ صحیح است.

مثال: در آنالیز ABC قلم کالایی که دارای بیشترین درصد اقلام بوده ولی کمترین حجم پولی

است عبارت است از:

- (۱) گروه Z (۲) گروه A (۳) گروه C (۴) گروه B

حل: گزینه ۳ صحیح است.

نکته: حواست باشد اگر گروه‌بندی خواست (که در کنکور نمی‌خواهد) ابتدا برای هر کالا قیمت را در تقاضا ضرب کرده تا سرمایه درگیر بدست آید و سپس آنها را به ترتیب نزولی مرتب می‌کنیم و از بالا کسر تجمعی را بدست می‌آوریم تا زمانی که به ۷۰٪ برسد و تعداد اقلام باید حدوداً ۱۰٪ باشد و آنها را دسته A قرار می‌دهیم (در غیر این صورت دوباره دسته‌بندی بازبینی می‌گردد) و دوباره با کسر تجمعی پیش می‌رویم که به ۹۰٪ برسیم و آنها را B می‌نامیم و در نهایت باقی را در دسته C قرار می‌دهیم.

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. در سیستم کنترل موجودی به روش ABC حدود درصد اقلام A عبارت است از: (سراسری ۷۲ و ۷۴)

(۱) ۱۰ درصد (۲) ۳۰ درصد (۳) ۵۰ درصد (۴) ۷۵ درصد

۲. در آنالیز ABC اقلام موجودی، گروه اقلامی که شامل بیشترین درصد اقلام بوده ولی کمترین درصد

حجم پولی را دارا هستند عبارتست از: (سراسری ۷۵)

(۱) گروه Z (۲) گروه A (۳) گروه C (۴) گروه B

۳. فرض کنید تعداد اقلام موجودی ۱۰ قلم می‌باشد و آنالیز ABC برای طبقه‌بندی کردن این اقلام،

مقدار ۶۰ درصد کل حجم پولی اقلام متعلق به یکی از این اقلام است. در این صورت شما این قلم را

جزء کدام یک از گروه‌های زیر قرار می‌دهید؟ (سراسری ۷۷)

(۱) گروه B یا C (۲) گروه B (۳) گروه C (۴) گروه A

۴. در طبقه‌بندی اقلام توسط آنالیز ABC کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ (سراسری ۸۳)

(۱) گروه A، گروه اقلامی است که از نظر تعداد بیشترین درصد اقلام موجودی هستند.

(۲) گروه C، گروه اقلامی است که از نظر تعداد کمترین درصد اقلام موجودی هستند.

(۳) گروه C، اقلامی است که مصرف سالیانه آنها (بر حسب پول) بیشترین درصد را دارد.

(۴) گروه A، گروه اقلامی است که کل مصرف سالیانه آنها (بر حسب پول) بیشترین درصد را دارد.

۵. هدف از روش تحلیل و طبقه‌بندی ABC اقلام چیست؟ (سراسری ۸۵)

(۱) اقلام موجودی که می‌بایست کنترل شوند.

(۲) تفکیک اقلام با ارزش بالا از اقلام با ارزش پایین

(۳) تعیین سیاست و سیستم مناسب برای کنترل موجودی اقلام

(۴) تمامی موارد صحیح است.

۶. در مورد تجزیه و تحلیل ABC کدام عبارت زیر غلط است؟ (سراسری ۸۷)

(۱) آنالیز ABC را می‌توان بدون توجه به ارزش مصرف سالیانه نیز انجام داد.

(۲) در تحلیل ABC تحت هر شرایطی تعداد اقلام دسته B کم‌تر از تعداد اقلام دسته C به دست می‌آید.

(۳) آنالیز ABC به منظور سیاست‌گذاری مناسب برای کنترل موجودی اقلام در یک مؤسسه استفاده می‌شود.

(۴) در تحلیل ABC چنان چه تعداد اقلام دسته A زیاد باشد باید تحلیل را با درصد کم‌تر A مجدداً انجام داد.

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل

۱. گزینه ۱ ☺

اقلام موجود در گروه A درصد کمی از انواع موجودی‌ها را شامل می‌شوند اما از نظر ارزش، درصد بالایی دارند که کمترین مقدار درصد موجود در گزینه‌ها ۱۰ درصد می‌باشد. پس کالایی که کمترین درصد کمی ولی بیشترین ارزش را دارد جز گروه A قرار می‌گیرد.

۲. گزینه ۳ ☺

گروه اقلام C درصد بالایی از تنوع اقلام را شامل می‌شود اما درصد ناچیزی از کل ارزش موجودی را تشکیل می‌دهند. بر خلاف کالای گروه A.

۳. گزینه ۴ ☺

دقت کنید که در صورت سوال گفته ۶۰ درصد کل حجم پولی اقلام متعلق به یکی از اقلام است. عملاً منظور صورت سوال ارزش می‌باشد پس این قلم جزء کالای گروه A قرار می‌گیرد، یعنی ارزش این نوع کالا بیشتر از سایر کالاها می‌باشد.

۴. گزینه ۴ ☺

گروه A، گروه اقلامی است که از نظر تعداد کمترین اقلام موجودی را دارد اما مصرف سالیانه آن بر حسب پول بیشترین درصد را دارد.
گروه C، گروه اقلامی است که از نظر تعداد بیشترین درصد اقلام موجودی را دارد. اما مصرف سالیانه آن بر حسب پول کمترین درصد را دارد.

۵. گزینه ۳ ☺

هدف از آنالیز ABC تعیین سیاست و سیستم مناسب برای کنترل موجودی اقلام می‌باشد، گزینه ۳ کامل‌ترین گزینه می‌باشد که عملاً گزینه‌های ۱ و ۲ جزئی از آن می‌باشد.

۶. گزینه ۲ ☺

در خصوص گزینه ۱ می‌توان گفت که پارامتر تقاضا و قیمت واحد مهم‌ترین پارامتر در دسته‌بندی اقلام می‌باشد ولی لزوماً تنها معیار نمی‌باشد.
پارامترهای دیگری هم‌چون میزان تأثیرگذاری بالای عملیاتی، مدت زمان تحویل نامنظم، عمر قفسه برای موجودی و... عواملی هستند که ممکن است کالایی که با معیار قیمت و تقاضا در دسته C قرار گرفته را به دسته A منتقل کنند و همچنین هیچ دلیلی ندارد که تعداد اقلام گروه B کمتر از گروه C باشد.

ضمیمه

آزمون های آزمایشی ارشد

آزمون اول

۱. قیمت یک واحد کالا ۵۰ تومان است ولی برای مقادیر خرید ۷۵۰ واحد یا بیشتر ۱۰ درصد و برای مقادیر ۲۰۰۰ واحد یا بیشتر، بیش از ۱۰ درصد به کل مقدار خرید تخفیف داده می‌شود. مصرف سالانه ۵۰۰۰۰ واحد، هزینه سفارش‌دهی ۴۰۰ تومان و نرخ هزینه نگهداری موجودی ۲۵ درصد در سال است. درصد تخفیف دوم حداقل چقدر باشد تا بدون مقایسه مطمئن باشیم استفاده از آن اقتصادی است؟

(۱) ۱۰ درصد (۲) ۲۰ درصد (۳) ۳۰ درصد (۴) ۴۰ درصد

۲. در یک سیستم سفارش‌دهی به جای سفارش کالا در زمان تولید در سطح $T_H = 30$ ، در زمان مصرف سفارش داده شده است. اگر حداکثر سطح موجودی ۱۰۰ و تقاضای سالیانه برابر ۵۰۰ واحد باشد. مدت زمان خالی بودن انبار را بر حسب دوره بهینه اولیه به دست آورید؟

(۱) $350 \cdot T^2$ (۲) $10 \cdot T$ (۳) $3 / 5 T^2$ (۴) $10 \cdot T^2$

۳. در یک سیستم موجودی نرخ تولید ۳۰۰ عدد در روز و نرخ مصرف ۵۰۰ عدد در روز می‌باشد. چنانچه کمبود به صورت پس‌افت مجاز باشد و هزینه نگهداری بسیار بالا و هزینه مواجه شدن با کسری هر واحد در واحد زمان برابر ۵ و هزینه سفارش‌دهی نیز برابر با ۵۰۰ واحد باشد، مقدار سفارش بهینه کدام است؟

(۱) ۳۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۴. برای یک کالا مقدار اقتصادی سفارش ۱۰۰۰ واحد است ولی در صورت وجود محدودیت فضای انبار، مقدار اقتصادی ۵۰۰ واحد خواهد شد. هر واحد کالا ۵/۰ مترمربع فضا را اشغال می‌کند و هزینه نگهداری آن در واحد زمان ۱۰ تومان است. افزایش هر $1 m^2$ به فضای انبار ۵ تومان هزینه دارد. هزینه‌های کل موجودی با احتساب هزینه افزایش فضا چه تغییری می‌کند؟

(۱) ۲۵ واحد کاهش (۲) ۳۰ واحد کاهش (۳) ۲۵ واحد افزایش (۴) ۳۰ واحد افزایش

۴۴۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۵. در یک مدل موجودی با دریافت آنی کنترل ۳ قلم کالا مطرح است و هزینه نگهداری هر واحد کالا با نرخ هزینه نگهداری ۲۰ درصد محاسبه می‌شود اگر محدودیت سرمایه درگیر در موجودی به صورت $20(Q_1 + Q_2 + Q_3) \leq 40000$ مطرح باشد و ضریب لاگرانژ ۰/۰۲۵ به دست آمده باشد، جمع مقادیر بهینه سفارش در صورتی که بتوان بودجه کافی فراهم کرد را تقریباً به دست آورید؟ (قیمت خرید کلیه اقلام یکسان و برابر ۲۰ می‌باشد)

(۱) ۹۰۰۰ (۲) ۲۲۵۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) ۱۲۵۰۰

۶. در یک سیستم تولیدی چند کالایی با محدودیت منبع تولیدی در صورتی که بدانیم $T_{\min} = 4T_0$ کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) در صورتی که S_1 زیاد شود مقدار سفارش کالای اول از رابطه $D_1 * T_0$ بدست می‌آید.
- (۲) در صورتی که S_2 ها $\frac{1}{5}$ شوند مقدار سفارش کالاها از رابطه $D_j * T_0$ بدست می‌آید.
- (۳) در صورتی که هزینه‌های سفارش‌دهی کاهش یابد مقدار سفارش کالاها تغییر می‌کند.
- (۴) در صورتی که هزینه سفارش‌دهی کالای اول کاهش یابد مقدار سفارش کالای اول تغییر می‌کند.

۷. در مدل تخفیف کلی، اگر مدل از حالت خرید به تولید تبدیل گردد و تخفیف روی هزینه خرید مواد اولیه مطرح شود تعداد نقاط کاندیدای بهینگی

- (۱) حتماً کاهش می‌یابد
- (۲) حتماً افزایش می‌یابد
- (۳) ممکن است کاهش یابد
- (۴) ممکن است افزایش یابد

۸. در یک مدل تخفیف که با زیادت‌تر شدن مقدار سفارش از نقطه شکست، برای سفارش اضافی قیمت کاهش می‌یابد کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) $TCH \geq TCS$
- (۲) $TCH \leq TCS$
- (۳) $TCH = TCS$
- (۴) هر یک از موارد ممکن است رخ دهد.

۹. در یک سیستم سفارش‌دهی اخیراً مطلع شده‌ایم که از زمان صدور سفارش بعدی به بعد دچار تورم خواهیم شد، در این صورت:

- (۱) صرفه‌جویی صدور سفارش ویژه حتماً باید بررسی گردد.
- (۲) در صورتی که هزینه نگهداری وابسته به قیمت باشد صدور سفارش ویژه باید بررسی گردد.
- (۳) در صورتی که هزینه نگهداری مستقل از قیمت باشد صدور سفارش ویژه قطعاً امری اقتصادی است.
- (۴) موارد ۲ و ۳

۱۰. مصرف سالیانه دو کالا به ترتیب ۱۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ واحد و هزینه نگهداری هر واحد هر یک از دو کالا ۲ تومان در سال می‌باشد این دو کالا الزاماً با همدیگر سفارش داده می‌شود. هزینه سفارش‌دهی این دو کالا مجموعاً ۱۰ تومان و بیش از ۵ بار سفارش‌دهی در سال مجاز نیست. مقدار سفارش اقتصادی کالای اول برابر است با:

۲۰۰۰ (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

پاسخ آزمون اول

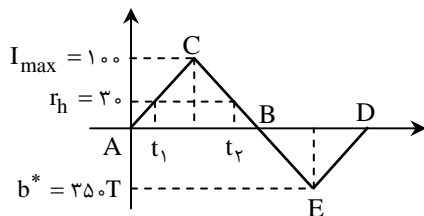
۱. گزینه ۲

برای اینکه بدون محاسبه مطمئن شویم که مقدار Q^* چقدر می‌باشد باید ویلسون مربوط به بازه آخر در محدوده مجاز قرار گیرد.

محدوده Q	قیمت خرید
$Q < ۷۵۰$	۵۰
$۷۵۰ \leq Q < ۲۰۰۰$	$(۱-۰/۱)۵۰$
$Q \geq ۲۰۰۰$	$(۱-x)۵۰$

$$Q_{w3} = \sqrt{\frac{۲ \times ۴۰۰ \times ۵۰۰۰}{۰/۲۵(۱-x)۵۰}} \geq ۲۰۰۰ \quad x \geq ۰/۲$$

۲. گزینه ۳



$$\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{۷۰}{۱۰۰} \quad t_2 - t_1 = ۰/۷T$$

$$\text{مقدار کمبود} = D \times (t_2 - t_1) = ۵۰۰ \times ۰/۷T = ۳۵۰.T$$

از آنجایی که دو مثلث ABC و BDE متشابه هستند داریم:

$$\frac{BD}{b^*} = \frac{T}{۱۰۰} \Rightarrow BD = \frac{b^* \times T}{۱۰۰} = \frac{۳۵۰.T^2}{۱۰۰} = ۳/۵T^2$$

۳. گزینه ۴

$$Q^* = \sqrt{\frac{۲A(D-P)}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{۲A(D-P)}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{۲ \times ۵۰۰ \times ۲۰۰}{۵}} = ۲۰۰$$

۴. گزینه ۱

$$\frac{Q_w}{Q^*} = \frac{\sqrt{\frac{۲AD}{h}}}{\sqrt{\frac{۲AD}{h + ۲\theta^*f_j}}} = \frac{۱۰۰۰}{۵۰۰} = \sqrt{\frac{h + ۲\theta^*f_j}{h}} = \sqrt{\frac{۱۰ + ۲\theta^* \times ۰/۵}{۱۰}} = ۲$$

$$\frac{۱۰ + \theta^*}{۱۰} = ۴ \quad ۴۰ = ۱۰ + \theta^* \quad \theta^* = ۳۰$$

۵ واحد هزینه به افزایش $1m^2$ در صورتی است که افزایش هر مترمربع به فضای انبار ۳۰ واحد سود دارد پس هزینه‌ها ۲۵ واحد کاهش می‌یابد.

۵. گزینه ۲

$$i = 0.2$$

$$\beta^* = 0.25$$

$$\sum \sqrt{2A_j D_j h_j} = X \sqrt{i(i + 2\beta^*)} = 40000 \sqrt{0.2(0.2 + 0.5)} \approx 9000$$

$$\sum \sqrt{\frac{2A_j D_j}{h_j}} = \frac{\sum \sqrt{2A_j D_j h_j}}{h_j} = \frac{9000}{0.2 \times 20} = 2250$$

چون h ها برای همه یکسان داریم :

$$\sum Q_{wj} = 2250$$

۶. گزینه ۲

$$T_{\min} = \frac{\sum s_j}{1 - \sum \frac{D_j}{P_j}}$$

$$T_o = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum h_j D_j (1 - \frac{D_j}{P_j})}}$$

$$T^* = \max \{T_o, T_{\min}\}$$

در صورتی s_j ها $\frac{1}{5}$ شوند \max تغییر کرده و از T_{\min} به T_o تبدیل می‌گردد و در نتیجه مقدار سفارش تغییر می‌کند.

۷. گزینه ۳

چون مقدار Q^* نسبت به حالت قبلی افزایش دارد پس بیشتر به سمت راست می‌آید و تعداد نقاط کاندید یا کاهش می‌یابد یا همان باقی می‌ماند.

۸. گزینه ۳

چون تخفیف برای سفارش اضافی است، تخفیف نمودی می‌باشد و نقطه بهینه قطعاً ویلسون است و هزینه نگهداری و سفارش‌دهی با یکدیگر برابرند.

۹. گزینه ۴

با توجه به اینکه صدور سفارش عادی همزمان با لحظه افزایش قیمت است اگر $h = ic$ باشد باید صدور سفارش ویژه بررسی گردد ولی اگر $h = w$ باشد یعنی مستقل از قیمت باشد صدور سفارش ویژه قطعاً امری اقتصادی است و لزومی به بررسی آن نیست.

۱۰. گزینه ۱

$$T_{\min} = \frac{1}{\delta} = 0.2$$

$$T_o = \sqrt{\frac{r \sum A_j}{\sum h_j D_j}} = \sqrt{\frac{2 \times 10}{2 \times (10000 + 15000)}} = \sqrt{\frac{10}{25000}} = \frac{1}{50} = 0.02$$

$$T^* = \max \{T_o, T_{\min}\} = 0.2$$

$$Q_1^* = D_1 \times T^* = 10000 \times 0.2 = 2000$$

آزمون دوم

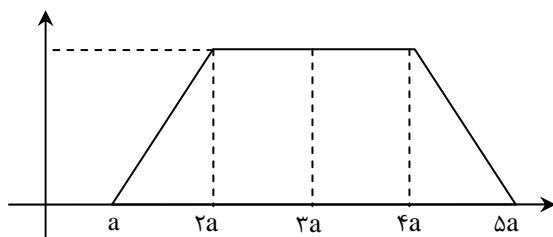
۱. در یک مدل احتمالی یک دوره‌ای در صورتیکه موجودی ابتدای دوره ۶ واحد باشد و ۱۴ واحد نیز سفارش داده شود و تابع توزیع تقاضا نمایی با میانگین ۱ باشد. متوسط کمبود طی دوره برابر است با:

(۱) e^{-20} (۲) $20e^{-20} + e^{-20}$ (۳) $20e^{-20}$ (۴) $1 - e^{-20}$

۲. در یک مدل احتمالی تک دوره‌ای تقاضا برای محصولی دارای توزیع یکنواخت (۲۰۰ و ۱۰۰) می‌باشد. در صورتی که سطح موجودی قبل از سفارشی ۵۰ و پس از آن ۱۰۰ واحد گردد. مقدار انتظاری کمبود در دوره را بدست آورید؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۵۰

۳. در یک سیستم، در ظرفی تابع چگالی مصرف در زمان تحویل مطابق نمودار زیر است اگر سطح اطمینان ۶۵٪ باشد در این صورت کدامیک از اعداد زیر می‌تواند ظرفیت ظرف کوچکتر باشد؟



(۱) $a < X < 2a$

(۲) $2a < X < 3a$

(۳) $3a < X < 4a$

(۴) $4a < X < 5a$

۴. در یک مدل دو ظرفی وقتی ظرفیت ظرف کوچکتر حداقل مقدار خود می‌باشد و توزیع تقاضا در مدت زمان تحویل دارای توزیع نمایی با پارامتر λ می‌باشد سطح خدمت برابر است با:

(۱) $e^{-\lambda}$ (۲) $1 - e^{-\lambda}$ (۳) e^{-1} (۴) $1 - e^{-1}$

۵. سفارشی محصولی بر اساس خط مشی مرور دوره‌ای می‌باشد و دوره ثابت سفارش آن یک سال و سطح حداکثر موقعیت موجودی ۱۰۰۰ واحد می‌باشد با فرض اینکه مدت زمان تحویل آن نیز ۴ ماه باشد و متوسط تقاضای محصول در ماه $20t$ و انحراف معیار $10\sqrt{t}$ آن باشد، متوسط موجودی این محصول را بدست آورید؟

(۱) ۶۸۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۲۴۰

۴۴۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۶. اگر مدت تحویل محصولی ثابت و برابر ۶ ماه باشد و تقاضا از توزیع گسسته زیر پیروی کند و سطح خدمت برابر با ۹۰٪ باشد، مقدار حداقل موقعیت موجودی را بدست آورید؟

D	۳۲۰۰	۱۴۰۰	۲۲۰۰	۱۶۰۰ (۲)	۱۱۰۰ (۱)
احتمال	۰/۲	۰/۴۵	۰/۳۵	۱۴۰۰ (۴)	۲۲۰۰ (۳)

۷. در یک موسسه دوره سفارش ثابت می‌باشد و چنانچه کمبودی بوجود آید تبدیل به اعتبار از دست رفته می‌گردد و هزینه کمبود هر واحد ۱۰ تومان، تعداد سیکل‌های سفارش‌دهی ۲ بار و هزینه نگهداری سالیانه ۲۰ می‌باشد. در صورتی که تقاضا در مدت زمان تحویل و دوره از توزیع نرمال پیروی کند، موجودی اطمینان برابر است با:

- (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۲۵ (۴) ۰

۸. پیش‌بینی تقاضای کالایی در یکی از دوره‌ها با استفاده از روش نمو هموار با ضریب $\alpha = ۰/۲$ برابر ۸۰ با خطای ۵ واحد و با ضریب ثابت $\alpha = ۰/۳$ برابر ۹۱ واحد با خطای ۶ واحد شده است. پیش‌بینی مصرف دوره $t+۱$ عبارت است از:

- (۱) ۹۶ (۲) ۹۳ (۳) ۸۹/۲ (۴) ۸۱

۹. با توجه به جدول تقاضای زیر کدام سیاست سفارش‌دهی مناسب‌تر است؟

دوره	۱	۲	۳
تقاضا	۱۰۰	۲۰۰	۱۵۰
هزینه هر بار سفارش‌دهی	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰
هزینه نگهداری	۲۰	۲۰	۲۰

(۱) فقط دوره‌ای ۱ و ۲ با هم سفارش داده می‌شوند.

(۲) فقط دوره‌ی ۲ و ۳ با هم سفارش داده می‌شوند.

(۳) هر بار به اندازه‌ی تقاضایک دور سفارش می‌دهیم.

(۴) ممکن است بیش از یک جواب بهینه داشته باشیم.

۱۰. تقاضای محصولی در ۵ ماه اخیر بصورت زیر بوده است:

ماه	۱	۲	۳	۴	۵
تقاضا	۲۰	۲۵	۳۰	۵۰	۶۰

تقاضای دوره‌ی ششم را با استفاده از روش میانگین متحرک تصحیح شده پیش‌بینی کنید؟ ($N = ۳$)

- (۱) ۶۱/۷ (۲) ۷۶/۷ (۳) ۴۶/۷ (۴) ۸۴/۶

پاسخ آزمون دوم

۱. گزینه ۱

$$R^* = Q^* + I_o = 14 + 6 = 20.$$

$$\text{متوسط کمبود} = \int_{20}^{\infty} (X - 20)e^{-X} dx = 20e^{-20} + e^{-20} - 20e^{-20} = e^{-20}.$$

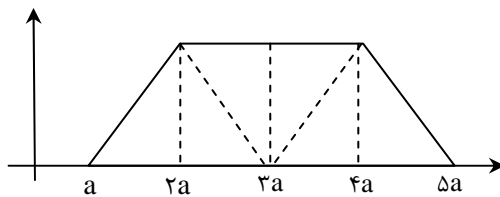
۲. گزینه ۴

$$D \approx u(100, 200)$$

$$R^* = 100.$$

$$\begin{aligned} \text{مقدار انتظاری کمبود} &= \int_{100}^{200} (X - 100) \times \frac{1}{100} dx = \frac{1}{100} \left[\frac{1}{2} X^2 - 100X \right]_{100}^{200} \\ &= \frac{1}{100} \left[\frac{1}{2} (200^2 - 100^2) - 100 \times 100 \right] = 50. \end{aligned}$$

۳. گزینه ۳



با توجه به اینکه هر یک از مثلث‌ها تقریباً ۱۶,۶۷ درصد را شامل می‌شوند پس قطعاً برای سطح اطمینان ۶۵ درصد بین ۳a و ۴a قرار دارد.

۴. گزینه ۴

$$p(x > r) = 1 - P = e^{-\lambda r} \rightarrow -\lambda r = \ln(1 - p)$$

$$\lambda = \frac{1}{\mu_{DL}} \quad -\frac{r}{\mu_{DL}} = \ln(1 - p) \quad r = -\mu_{DL} \ln(1 - p)$$

$$r = \mu_{DL} + \frac{SS}{\lambda} \Rightarrow -\mu_{DL} \ln(1 - p) = \mu_{DL}$$

$$\ln(1 - p) = -1$$

$$1 - p = e^{-1} \quad p = 1 - e^{-1}$$

زیرا ظرفیت ظرف کوچکتر حداقل است.

۵. گزینه ۳

$$SS = R - \mu_{D_{L+T}} = 1000 - 20 \times 16 = 1000 - 320 = 680$$

$$L + T = 4 + 12 = 16 \text{ ماه} \quad \bar{I} = SS + \frac{DT}{2} = 680 + \frac{20 \times 12}{2} = 800$$

۶. گزینه ۲

ابتدا تابع را بدست می‌آوریم:

D_L	۱۶۰۰	۷۰۰	۱۱۰۰
احتمال	۰/۲	۰/۴۵	۰/۳۵
Sorting →			
D_L	۷۰۰	۱۱۰۰	۱۶۰۰
احتمال	۰/۴۵	۰/۳۵	۰/۲
تابع توزیع تجمعی	۰/۴۵	۰/۸	۱

پس $F(1600) \geq 0.9$ می‌باشد و حداقل موقعیت موجودی ۱۶۰۰ می‌باشد.

۷. گزینه ۴

$$1-p = \frac{hQ}{hQ + \pi D} = \frac{h \cdot DT}{hDT + \pi D} = \frac{20 \times \frac{1}{2}}{20 \times \frac{1}{2} + 10} = \frac{10}{10 + 10} = 0.5$$

پس از آنجایی که توزیع نرمال متقارن است وقتی سطح خدمت ۰.۵ می‌باشد ذخیره‌ی اطمینان برابر با صفر می‌باشد.

۸. گزینه ۴

$$\hat{x}_{t+1} = \hat{x}_t + \alpha(x_t - \hat{x}_t) = 80 + 0.2(5) = 81$$

$$\alpha = 0.3$$

$$x_t = 85 = \underbrace{\hat{x}_t + 5}_{\alpha=0.2} = \underbrace{\hat{x}_t - 6}_{\alpha=0.3}$$

۹. گزینه ۳

از روش واگزویتین استفاده می‌گردد تا جوب بهینه قطعی بدست آید:

سیاست سفارش‌دهی	هزینه‌ها
(۱) (۲) (۳)	۴۰۰۰
(۱, ۲) (۳)	$(2000) + 200 \times 20 = 6000$
(۱) (۲, ۳)	$(1000 + 2000) + 150 \times 20 = 6000$
(۱, ۲, ۳)	$1000 + 20 \times 200 + 40 \times 150 = 11000$

۱۰. گزینه μ

<table><tr><td>-۱</td><td>۰</td><td>۱</td></tr></table>					-۱	۰	۱	t'
-۱	۰	۱						
ماه	۱	۲	۳	۴	۵			
تقاضا	۲۰	۲۵	۳۰	۵۰	۶۰			

$$S_f = 60 - 30 = 30 \quad b_f = \frac{12S_f}{N(N^2 - 1)} = \frac{12 \times 30}{3 \times 8} = 15$$

$$\hat{x}_f = A_f + b_f \times \frac{N-1}{2} = 46/7 + 15 \times \frac{2}{2} = 61/7$$

$$A_f = \frac{20 + 50 + 60}{3} = 46/7$$

$$\hat{x}_7 = \hat{x}_f + \hat{b}_f \times 1 = 61/7 + 15 = 76/7$$

آزمون سوم

۱. فروشنده‌ای هزینه سفارش‌دهی را متغیر و طبق جدول زیر تعیین کرده است اگر تقاضای سالیانه این کالا ۵۰۰ واحد و هزینه نگهداری موجودی در سال ۱ واحد پولی باشد. مقدار سفارش اقتصادی کدام است؟

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۰۰

۲. در مدل احتمالی یک دوره‌ای اگر هزینه نگهداری هر واحد محصول در پایان دوره ۱۵ واحد پولی و قیمت حراج آن ۵ واحد پولی و هزینه کمبود هر واحد محصول ۱۰ واحد پولی باشد. در اینصورت قیمت هزینه هر واحد موجودی در چه بازه‌ای باشد تا سفارش موجودی امری غیراقتصادی باشد؟ (موجودی ابتدای دوره صفر می‌باشد)

- (۱) $C \geq 5$ (۲) $C \geq 10$ (۳) $C \leq 5$ (۴) $C \leq 10$

۳. در یک سیستم تولید موجودی نرخ تولید یک قلم کالا ۱۰۰۰ واحد در سال و نرخ تقاضای آن ۵۰۰ واحد در سال می‌باشد. اخیراً بدلیل بازاریابی مناسب نرخ تقاضا افزایش یافته است و به ۷۰۰ واحد در سال رسیده است. دوره سفارش بهینه چه تغییری می‌کند؟

- (۱) نمی‌توان تعیین کرد (۲) ممکن است کاهش یابد
(۳) ممکن است افزایش یابد (۴) حتماً افزایش می‌یابد

۴. در یک سیستم موجودی که بر اساس مقدار سفارش ثابت مرور می‌گردد، در صورتی که نقطه سفارش مجدد حداقل گردد و مقدار هر بار سفارش‌دهی ۲۰۰ واحد تعیین گردد و تقاضا دارای توزیع نرمال با میانگین $100t$ و $10\sqrt{t}$ در ماه باشد، در اینصورت متوسط مدت زمان بین دو بار کمبود متوالی چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ سال (۲) $\frac{1}{3}$ ماه (۳) ۳ ماه (۴) ۳ سال

۵. یک توزیع‌کننده دوچرخه دارای ۹ نمایندگی است که در حال حاضر هر کدام تقاضای منطقه خود را پوشش می‌دهند تقاضای هفتگی این نمایندگی‌ها نسبت به هم مستقل بوده و دارای توزیع نرمال با میانگین ۵۰ دستگاه و انحراف معیار ۵ می‌باشد. زمان تحویل این دوچرخه‌ها به هر نمایندگی ۲ هفته

می‌باشد. این توزیع‌کننده‌ها قصد دارند فروش خود را تغییر داده و بجای چند خرده‌فروش یک توزیع‌کننده مرکزی داشته باشند. با فرض سیاست مرور دائم، میزان ذخیره ایمنی در شرایط جدید نسبت به حالت قبل چه تغییری می‌کند؟

(۱) ۲ برابر می‌شود (۲) بیشتر می‌شود ولی نمی‌توان دقیق تعیین کرد

(۳) $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود (۴) کمتر می‌شود ولی نمی‌توان دقیق تعیین کرد

۶. در مواردی که هزینه نگهداری کالا در انباری بسیار بالاست. در انتخاب مدل پیش‌بینی تقاضا کدام گزینه صحیح است؟ (منظور از خطا مقدار تقاضای واقعی منهای تقاضای پیش‌بینی شده است)

(۱) مدلی که متوسط قدر مطلق خطای آن در مجموع چند دوره، نسبت به سایر روش‌ها کمتر باشد.

(۲) مدلی که متوسط قدر مطلق خطای آن و متوسط خطای آن در مجموع چند دوره، نسبت به سایر روش‌ها کمتر باشد.

(۳) مدلی که متوسط خطای آن در مجموع چند پریود، نسبت به سایر مدل‌ها کمتر باشد.

(۴) مدلی که مجموع خطای آن در چند پریود نسبت به سایر مدل‌ها کمتر باشد.

۷. در انبار کارخانه‌ای مقدار سفارش ثابت می‌ماند. تقاضای ماهیانه محصولی دارای توزیع نرمال با میانگین ۵۰۰ و انحراف معیار ۲۰ واحد می‌باشد. هزینه هر بار سفارشدهی ۶۰۰۰ واحد پولی، هزینه نگهداری هر واحد موجودی در سال ۲۰۰ واحد و شدت زمان تحویل ثابت و ۱۰ روز می‌باشد. سطح خدمت‌دهی ۹۰ درصد می‌باشد. مقدار کمبود سالیانه را بدست آورید؟ ($G_u(1/28) = 0.475$ $Z_{0.1} = 1/28$)

(۱) ۵/۴۸ (۲) ۰/۵۴۸ (۳) ۰/۲۵۶ (۴) ۲/۵۶

۸. تقاضا برای محصولی در طول هفته متغیر تصادفی با تابع چگالی نمایی با میانگین ۱۰ واحد می‌باشد متوسط تعداد دفعات کمبود در سال ۳ بار بوده است و مدت زمان تحویل ۲ هفته می‌باشد در صورتی که سفارشدهی هر دو ماه یک بار صورت گیرد، حداکثر موقعیت موجودی کدام است؟

(۱) $8.0 \ln 3$ (۲) $2.0 \ln 2$ (۳) $1.0 \ln 2$ (۴) $2.0 \ln 3$

۹. در یک مدل کنترل موجودی تقاضای سالیانه ۱۰۰۰ واحد و هزینه هر بار سفارشدهی ۵۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد ۱۰ تومان است. در صورتی که حداکثر مجاز به ۵ بار سفارشدهی باشید. رابطه بین هزینه نگه داری و و سفارشدهی بصورت:

(۱) با یکدیگر برابرند (۲) هزینه سفارشدهی از نگهداری بیشتر است

(۳) نگهداری از سفارشدهی بیشتر است (۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد

۴۵۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۰. تقاضا برای محصولی ۳۰۰۰۰ واحد در سال است و این محصول با نرخ ۵۰۰۰۰ واحد در سال تولید می‌شود اگر محدودیت سرمایه ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومانی مطرح باشد و قیمت تولیدی هر کدام ۱۰۰ واحد باشد مقدار تولید اقتصادی از چه حدی بیشتر نمی‌تواند باشد؟

۵۰۰۰۰ (۱) ۳۰۰۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۲۵۰۰۰ (۴)

پاسخ آزمون سوم

۱. گزینه ۴

با توجه به اینکه هزینه سفارشی در حال افزایش است از بازه‌ی اول شروع می‌کنیم

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 500}{1}} = 100$$

$Q^* = 100$ مربوط به بازه‌ی اول مجاز بوده و همان نقطه‌ی سفارش بهینه می‌باشد.

۲. گزینه ۲

مراحل حداقل کردن هزینه‌هاست $F_D(R^*) \geq \frac{\pi - C}{\pi + H}$ که اگر سفارش امری غیراقتصادی باشد باید

$F_D(R^*) \leq 0$ باشد.

$$\pi = 10$$

$$h = 15 \quad F_D(R^*) = \frac{10 - C}{10 + 10} \leq 0 \quad 10 - C \leq 0 \quad C \geq 10$$

$$L = 5$$

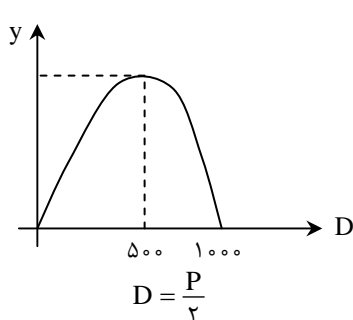
$$H = h - L = 15 - 5 = 10$$

۳. گزینه ۴

$$P = 1000$$

$$D = 500 \rightarrow 700$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{\uparrow Dh \downarrow (1 - \frac{D}{P})}}$$



باید $D(1 - \frac{D}{P})$ تعیین علامت گردد.

$$y = D(1 - \frac{D}{P})$$

$D = \frac{P}{2}$ می‌باشد پس با افزایش D مقدار y کاهش

می‌یابد یعنی مخرج کسر T^* کاهش می‌یابد پس

T^* افزایش می‌یابد.

۴. گزینه ۱

$$r_{\min} \longrightarrow SS = 0 \longrightarrow P = 0.5$$

چون توزیع متقارن

$$0.5 = \frac{N_b}{N} \Rightarrow N_b = N \times 0.5 = \frac{\bar{D}}{Q} \times 0.5 = \frac{1\% \times 12}{2 \times 2\%} \times 0.5 = 3$$

$$T_b = \frac{1}{N_b} = \frac{1}{3} \text{ سال}$$

۵. گزینه ۳

① نمایندگی ۵ \longrightarrow ② نمایندگی ۱

$$SS_1 = k_P \sigma_{D_L} = k_P \sqrt{L} \delta_D \qquad SS_2 = k_P \sigma_{D_L} = k_P \sqrt{L} \sigma_D$$

$$= k_P \times \sqrt{2} \times 15 \qquad = k_P \sqrt{2} \times 5$$

$$\sigma_D^2 = 9 \times 5^2 \longrightarrow \sigma_D = 3 \times 5 = 15$$

پس در حالت دوم به $\frac{1}{3}$ حالت اول رسیده است.

۶. گزینه ۲

با توجه به زیاد بودن هزینه نگهداری باید مجموع موجودی نگهداری شده یعنی متوسط مجموع خطا حداقل گردد و در عین حال برای داشتن خطای کل کمتر نیز متوسط قدرمطلق خطا حداقل شود.

۷. گزینه ۱

$$Q^* = \sqrt{\frac{rAD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 6000 \times 6000}{200}} = 600 \qquad D = 500 \times 12 = 6000 \text{ سالیانه}$$

$$b(r) = \sigma_{D_L} G_u(k)$$

$$B(r) = \frac{D}{Q} \sigma_{D_L} G_u(k) = \frac{6000}{600} \times \sqrt{\frac{1}{3}} \times 20 \times 0.475 = 5.48$$

۸. گزینه ۳

$$N_b = \frac{1}{T} \times (1 - P) \Rightarrow 3 = \frac{1}{\frac{1}{6}} (1 - P) \Rightarrow (1 - P) = 0.5 \qquad T = 2 \text{ ماه} = \frac{1}{6} \text{ سال}$$

$$T = 8 \text{ هفته} \qquad L + T = 10 \text{ هفته} \qquad \mu_{D_{L+T}} = 10 \times 10 = 100$$

$$L = 2 \text{ هفته}$$

$$P(D > R) = 0.5 = \int_R^\infty \frac{1}{100} e^{-\frac{x}{100}} dx = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{-\frac{R}{100}} = 0.5 \rightarrow R = 100 \ln 2$$

۹. گزینه ۳

$$D = 1000$$

$$A = 50 \quad Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 1000}{10}} = 100$$

$$h = 10$$

$$\frac{D}{Q} \leq 5 \quad \frac{1000}{Q} \leq 5 \quad Q \geq 200$$

پس $Q^* = 200$ که از ویلسون بیشتر بوده و هزینه نگهداری از سفارشی بیشتر است.

۱۰. گزینه ۴

$$CQ^* \left(1 - \frac{D}{P}\right) \leq X$$

$$100Q^* \left(1 - \frac{30000}{50000}\right) \leq 1,000,000$$

$$Q^* \times \frac{2}{5} \leq 10,000$$

$$Q^* \leq \frac{50000}{2} \quad Q^* \leq 25000$$

آزمون چهارم

۱. تقاضا برای کالایی گسسته و در هر بار برابر ۳ واحد می‌باشد. اگر تقاضای سالیانه کالا ۱۰۰ واحد باشد هزینه هر بار سفارش‌دهی ۲۰ واحد پولی باشد و هزینه نگهداری هر واحد کالا در سال برابر ۱۰ واحد پولی باشد، متوسط هزینه سفارش‌دهی و نگهداری سالیانه حدوداً چقدر است؟

- (۱) ۱۸۵ (۲) ۹۰ (۳) ۹۵/۲ (۴) ۱۳۲

۲. بر اثر تمهیدات بخش مهندسی صنایع یک واحد صنعتی بجای سفارش به میزان سفارش اقتصادی، ۲ برابر آن سفارش داده شده است. تفاوت هزینه متغیر موجودی چقدر خواهد بود؟

- (۱) $\frac{A}{T^*}$ (۲) $\frac{2A}{T^*}$ (۳) $\frac{A}{2T^*}$ (۴) $\frac{A}{3T^*}$

۳. در یک سیستم موجودی مدت زمان تولید $\frac{1}{3}$ مدت زمانی است که تولید در آن متوقف شده است. هزینه نگهداری سالیانه هر واحد موجودی برابر با ۱۰ می‌باشد. اگر مقدار انباشته بهینه ۵۰۰ واحد باشد، آنگاه هزینه نگهداری سالیانه بهینه چه مقدار خواهد بود؟

- (۱) ۱۳۲۵ (۲) ۱۷۸۵ (۳) ۱۸۷۵ (۴) ۴۲۲۰

۴. تقاضای سالیانه کالایی ۱۰۰۰ واحد، هزینه سفارش‌دهی ۴۰۰۰ تومان، نرخ هزینه نگهداری ۱۰ درصد در سال به ازای هر واحد، هزینه متغیر هر واحد ۲۰۰۰ تومان می‌باشد. به علت فاسد شدن مدت زمان نگهداری حداکثر یک ماه می‌تواند باشد، مقدار سفارش اقتصادی این کالا چند واحد است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۲۲۰/۶ (۴) ۸۳/۳

۵. مصرف سالیانه کالایی ۲۰۰۰ تن و هزینه سفارش‌دهی آن برابر ۱۰۰۰ تومان و قیمت هر تن از مواد ۱۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر تن ۵/۰ تومان در ماه و هزینه بیمه و آتش‌سوزی و... برابر با ۲ درصد موجودی‌ها در سال می‌باشد. اگر هزینه کمبود هر تن از مواد ۱۰ تومان باشد مقدار سفارش اقتصادی برابر است با:

- (۱) ۷۰۷ (۲) ۹۴۹ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۵۴۶

۶. در مدل تخفیف کلی اطلاعات زیر در دسترس است، برای به دست آوردن نقطه بهینه تابع هزینه باید چند بار محاسبه گردد؟

مقدار سفارش	Q_{Wj}	تابع هزینه سالیانه
$0 \leq q < 200$	۱۸۰	$k(Q_{W_0})$
$200 \leq q < 400$	۱۵۰	$k(Q_{W_1})$
$400 \leq q < 600$	۱۰۰	$k(Q_{W_2})$
$q \geq 600$	۶۰	$k(Q_{W_3})$

(۱) چهار بار (۲) سه بار (۳) یک بار (۴) صفر بار

۷. در مدل احتمالی یک دوره‌ای که هزینه سفارش‌دهی قابل ملاحظه است اگر R^* مقدار بهینه کالا پس از سفارش بدون در نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی در حالت مرسوم باشد کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) ممکن است با افزایش هزینه سفارش‌دهی سیاست سفارش‌دهی تغییر کند.
(۲) احتمال مواجه شدن با کمبود در صورت وجود هزینه سفارش‌دهی بزرگتر یا مساوی حالتی است که این هزینه لحاظ نشود.

(۳) اگر R^* کمتر از موجودی اولیه باشد ممکن است با لحاظ کردن A سیاست سفارش‌دهی تغییر کند.
(۴) هزینه نگهداری در صورت وجود هزینه سفارش‌دهی کوچکتر یا مساوی حالتی است که این هزینه لحاظ نشود.

۸. سفارش‌دهی محصولی در طی دوره‌های ثابت صورت می‌گیرد و دوره ثابت سفارش‌دهی آن ۳ ماه است و سطح حداکثر موقعیت موجودی ۹۰۰ واحد می‌باشد با فرض اینکه مدت زمان تحویل ثابت و برابر ۶ ماه است و نیز در نظر گرفتن تابع تقاضای محصول با میانگین $100t$ و انحراف معیار $20\sqrt{t}$ ، متوسط موجودی این محصول را تعیین کنید؟

(۱) ۹۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۱۵۰

۹. یک سیستم موجودی شامل ۳ دوره است. تقاضا در طی دوره مطابق جدول زیر است. در صورت سفارش‌دهی کل سفارش با احتمال $6/10$ دریافت می‌شود و با احتمال $4/10$ دریافت نمی‌شود. مدت زمان تحویل صفر و هزینه نگهداری یک واحد کالا در یک دوره ۵ واحد پولی و کمبود به صورت فروش از دست رفته و به ازای هر واحد ۲۰ واحد پولی می‌باشد. موجودی اولیه وجود ندارد

۴۵۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

سفارش‌دهی به گونه‌ای است که ابتدای دوره به یک مقدار مشخص برسد که این مقدار برای دوره‌های اول و دوم و سوم به ترتیب ۱۹ و ۹ و ۳ واحد است. متوسط هزینه سیستم موجودی طی این ۳ دوره به دست آورید؟

D_1	D_2	D_3
۱۰	۶	۳

۱۴۲/۶۴ (۱) ۲۵/۲ (۲) ۱۵۰/۳۶ (۳) ۵۱/۶ (۴)

۱۰. تقاضای واقعی سه دوره گذشته کالایی در جدول زیر مشخص شده است با استفاده از روش

رگرسیون ثابت متوسط قدمطلق خطای پیش‌بینی چقدر است؟

دوره	۱	۲	۳
تقاضای واقعی	۱۰	۱۲	۱۱

۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰/۶۷ (۴)

پاسخ آزمون چهارم

۱. گزینه ۱

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 100}{10}} = 20 \quad \begin{matrix} \rightarrow 18 \\ \rightarrow 21 \end{matrix} \quad Q^*(Q^* - n) \leq Q_w^2 \leq Q^*(Q^* + n)$$

$$Q^* = 21 \quad Q_2 = 21 \text{ در نامساوی بالا صدق می‌کند}$$

$$\frac{AD}{Q^*} + \frac{h(Q^* - n)}{21} = \frac{20 \times 100}{21} + \frac{10(21 - 3)}{2} = 95/2 + 90 = 185/2$$

۲. گزینه ۳

$$Q = 2Q^*$$

$$\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right) = 1/25$$

$$\frac{A}{2T^*} \text{ درصد افزایش هزینه وجود دارد. پس } \frac{2A}{4T^*} \text{ افزایش هزینه وجود دارد یعنی}$$

۳. گزینه ۳

$$t_p = \frac{1}{3} t_d \quad \frac{Q}{P} = \frac{1}{3} \times \frac{Q}{D} \left(1 - \frac{D}{P} \right) \quad \frac{1}{P} = \frac{1}{3D} \left(\frac{P-D}{P} \right)$$

$$P - D = 3D \quad P = 4D$$

$$\bar{I} = \frac{Q^* \left(1 - \frac{D}{P} \right)}{2} = \frac{500 \left(1 - \frac{1}{4} \right)}{2} = 187/5$$

$$\text{هزینه نگهداری سالیانه} = h\bar{I} = 10 \times 187/5 = 1875$$

۴. گزینه ۴

$$D = 1000$$

$$A = 4000 \quad T = \sqrt{\frac{2A}{Dh}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000}{1000 \times 0/1 \times 2000}} = 0/2$$

$$i = 0/1$$

$$C = 2000$$

$$\text{حال بررسی می‌کنیم که آیا } T < \frac{1}{11} \text{ می‌باشد که برقرار نمی‌باشد پس } T = \frac{1}{11} \text{ می‌گردد و}$$

$$Q^* = \frac{1000}{11} = 83/2 \text{ و } Q^* = DT^*$$

۵. گزینه ۱

$$\begin{aligned} D &= 2000 & h &= ic + w = 0.2 + 100 + 12 \times 0.5 = 8 \\ A &= 1000 & \pi D &? \sqrt{2ADh} \\ C &= 100 & 20000 &? \sqrt{2 \times 1000 \times 2000 \times 8} \\ W &= 0.5 \text{ ماه} & 20000 &? 2000\sqrt{8} \\ i &= 0.2 & 10 &> \sqrt{8} \\ \pi &= 10 \end{aligned}$$

پس در حالت ۱ قرار دارد و کمبود صرفه اقتصادی ندارد و

$$Q^* = Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 2000}{8}} = 707$$

۶. گزینه ۴

چون مقادیر Q_w نزولی است پس قیمت‌ها صعودی بوده و عکس تخفیف است پس از بازه اول شروع کرده و به دنبال ویلسون مجاز هستیم که همان بازه اول Q_w مجاز بوده و $Q^* = 180$ می‌گردد.

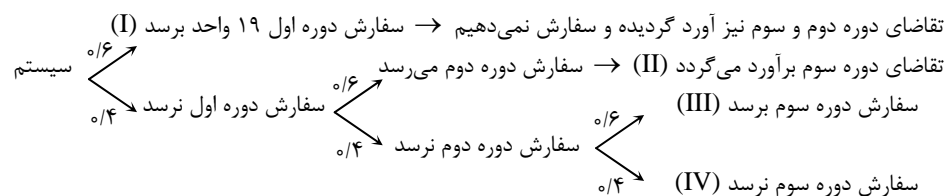
۷. گزینه ۳

۸. گزینه ۴

$$SS = R - \mu_{D_{L+T}} = 900 - 100 \times 9 = 0$$

$$\bar{I} = \frac{DT}{2} + SS = \frac{100 \times 3}{2} + 0 = 150$$

۹. گزینه ۱



$$I = 0.6(6 \times 5 + 2 \times 3 \times 5) = 0.6(30 + 30) = 36$$

$$II = 0.4 \times 0.6(10 \times 20 + 3 \times 5) = 0.24(215) = 51.6$$

$$III = 0.4 \times 0.6 \times 0.6(16 \times 20) = 0.096(320) = 30.72$$

$$IV = 0.4 \times 0.4 \times 0.4(19 \times 20) = 0.064(380) = 24.32$$

$$\text{جمع کل} = 142.64$$

$$\bar{t} = 2 \quad \bar{D} = 11$$

$$b = \frac{\sum (D_i - \bar{D})(t_i - \bar{t})}{\sum (t_i - \bar{t})^2} = \frac{(-1)(-1) + 0 + 0}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\hat{D} = a + bt \quad a = \bar{D} - b\bar{t} = 11 - 2 \times \frac{1}{2} = 10$$

$$\hat{D} = 10 + \frac{1}{2}t$$

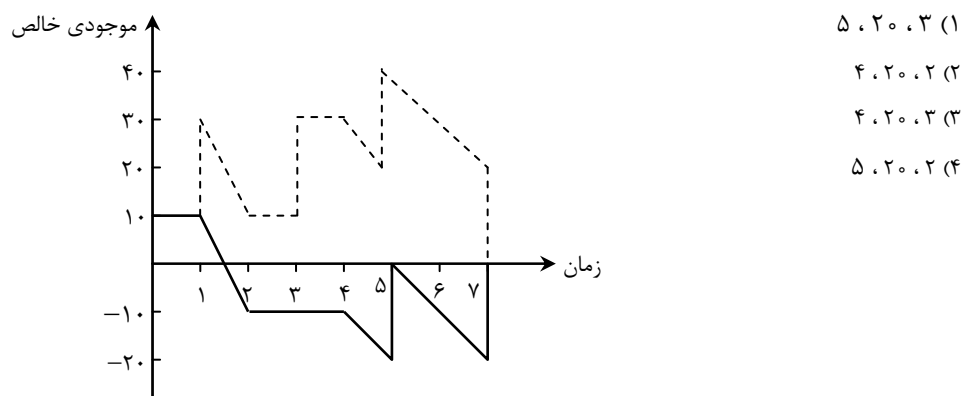
$$\text{متوسط قدر مطلق خطا} = \frac{\sum |e_i|}{3} = \frac{0.5 + 1 + 0.5}{3} = \frac{2}{3} = 0.67$$

دوره	۱	۲	۳
\hat{D}	۱۰/۵	۱۱	۱۱/۵
e_i	-۰/۵	۱	-۰/۵
$ e_i $	۰/۵	۱	۰/۵

آزمون پنجم

۱. نمودار خالص موجودی در دست و موقعیت موجودی بر روی یک محور به شرح زیر رسم شده‌اند.

تعداد دفعات سفارش و مقدار هر بار سفارش و مدت زمان تحویل به ترتیب برابر است با:



۲. مقدار سفارش کالایی ۲۰۰ واحد است کل هزینه‌های سفارش‌دهی این کالا برابر ۵۰۰۰ تومان در

سال و کل هزینه نگهداری آن برابر ۸۰۰۰ تومان در سال است. چنانچه مقدار سفارش آن به ۴۰۰

واحد برسد جمع هزینه‌های متغیر آن نسبت به سال قبل:

- (۱) افزایش ۴۲٪ (۲) کاهش ۴۲٪ (۳) افزایش ۲۵٪ (۴) کاهش ۲۵٪

۳. در یک مدل ساده قطعی در صورتی که سفارشات به صورت بسته‌ای ارسال گردند هزینه‌های بهینه

سالیانه:

- (۱) ممکن است کاهش یابد. (۲) ثابت باقی می‌ماند.
(۳) ممکن است افزایش یابد. (۴) حتماً افزایش می‌یابد.

۴. در یک مدل سفارش‌دهی ساده که تقاضای آن به صورت بسته‌ای می‌باشد، در هر بار تقاضا ۲۰ واحد

سطح موجودی کاهش می‌یابد در صورتی که هزینه هر بار سفارش‌دهی ۱۰۰ واحد پولی و مقدار

سفارش‌دهی اقتصادی ۱۰۰ واحد تعیین گردد و تقاضای سالیانه ۲۰۰۰ واحد و هزینه نگهداری هر

واحد موجودی در سال ۱۰ واحد پولی باشد مجموع هزینه‌های متغیر سیستم موجودی چقدر است؟

- (۱) ۲۵۰۰ (۲) ۲۴۰۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۱۵۰۰

۵. در صورتی که در یک سیستم موجودی نرخ ورودی به صورت $a(t) = 2t$ و نرخ تقاضا برابر

$d(t) = 5 + 2t$ باشد کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) همواره با تقاضای عقب افتاده روبرو هستیم. (۲) موجودی انباشته وجود دارد.
- (۳) همواره با فروش از دست رفته روبرو هستیم. (۴) همواره نرخ خروج برابر نرخ ورود است.

۶. در یک مدل سفارش اقتصادی مقدار ۲۰۰ تن ذخیره اطمینان در انبار نگهداری می‌شود؛ سفارش‌دهی این کالا در سطح ۱۰۰ تن صورت می‌گیرد؛ اگر هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه ۲۰۰۰ و هزینه‌های نگهداری سالیانه نیز ۲۰۰۰ واحد پولی باشد در رابطه با مقدار سفارش‌دهی می‌توان گفت:

- (۱) برابر مقدار سفارش اقتصادی است. (۲) کمتر از مقدار سفارش اقتصادی است.
- (۳) بیشتر از مقدار سفارش اقتصادی است. (۴) اطلاعات کافی نمی‌باشد.

۷. کدامیک از موارد زیر جزء هزینه‌های کمبود می‌باشد؟

- (۱) هزینه خرید مواد اولیه برای تولید کالاهایی که با تأخیر برآورد می‌شوند.
- (۲) هزینه بازرسی ۱۰۰٪ داخل انبار کالاهای تولید شده برای برآورد تقاضای تأخیر خورده
- (۳) جریمه‌ای که بابت دیرکرد کالاهایی که با کمبود مواجه شده‌اند پرداخت می‌گردد.
- (۴) همه موارد

۸. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) هزینه بازرسی ۱۰۰٪ هنگام دریافت کالا جزء هزینه‌های سفارش‌دهی و هزینه بازرسی نمونه‌گیری جزء هزینه‌های خرید است.
- (۲) هزینه ساخت انبار جزء هزینه‌های موجودی نمی‌باشد ولی هزینه انبارگردانی پایان دوره جزء هزینه‌های موجودی است.
- (۳) ماشین‌آلات تولیدی و زمین و سیلو جزء موجودی نمی‌باشند ولی قطعات یدکی جزء موجودی هستند.
- (۴) نفت ذخیره شده در مخازن موجودی است ولی همان نفت در لوله‌های پالایشگاه موجودی نمی‌باشد.

۹. در مدل EOQ مدت زمان تحویل را افزایش داده‌ایم در مورد نقطه سفارش مجدد بر مبنای موجودی

در دست می‌توان گفت:

- (۱) افزایش می‌یابد. (۲) کاهش می‌یابد.
- (۳) تغییری نمی‌کند. (۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۴۶۴ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۰. مقدار تقاضای محصولی ۴۰۰ کیلو در ماه است و هزینه‌های آماده‌سازی دستگاه برای تولید هر بار محصول ۶۰۰ تومان می‌باشد. نرخ بهره قابل قبول به عنوان هزینه سرمایه‌گذاری در موجودی ۱۰٪ در سال و نرخ فاسد شدن ۵٪ در سال و نرخ بیمه و مالیات نیز ۵٪ می‌باشد. هزینه نگهداری هر کیلو موجودی در ماه ۵ تومان می‌باشد. اگر فضای انبار بر مبنای ماکزیمم موجودی اجاره گردد و هزینه آن به ازای هر مترمربع ۵ واحد پولی در سال باشد و هر کالا ۲ مترمربع فضا اشغال کند با فرض نرخ تولید نامحدود و مجاز نبودن کمبود در صورتی که هزینه تولید هر کیلوی محصول ۱۰۰ تومان باشد مقدار تولید اقتصادی برابر است با:

۲۴۰ (۱)	۱۲۰ (۲)	۱۰۰ (۳)	۱۴۰ (۴)
---------	---------	---------	---------

پاسخ آزمون پنجم

۱. گزینه ۳

نمودار موقعیت موجودی ۳ بار در زمان‌های $t = 1, 3, 5$ افزایش دارد پس دفعات سفارش برابر ۳ می‌باشد از طرفی هر بار نمودار موقعیت موجودی ۲۰ واحد افزایش می‌یابد پس مقدار سفارش برابر ۲۰ است از طرفی سفارش در $t = 1$ در زمان $t = 5$ موجودی خالص افزایش می‌یابد پس $L = 4$ واحد زمانی می‌باشد.

۲. گزینه ۱

$$\begin{array}{llll} Q_1 = 200 & \frac{AD}{Q_1} = 5000 & \frac{hQ_1}{2} = 8000 & k_1 = 13000 \\ Q_2 = 400 & \frac{AD}{Q_2} = \frac{5000}{2} = 2500 & \frac{hQ_2}{2} = 8000 \times 2 = 16000 & k_2 = 18500 \end{array}$$

پس ۴۲٪ افزایش هزینه‌ها داریم:

$$\frac{\Delta k}{k_1} = \frac{5500}{13000} \approx 0.42$$

۳. گزینه ۳

در مدل سفارشات گسسته هزینه‌ها ممکن است افزایش یابد زیرا از جنس محدودیت است.

۴. گزینه ۲

$$\begin{array}{llllll} n = 20 & A = 100 & Q = 100 & D = 2000 & h = 10 \\ k(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{h(Q-n)}{2} = \frac{100 \times 2000}{100} + \frac{10(100-20)}{2} = 2000 + 400 = 2400 \end{array}$$

۵. گزینه ۴

تحلیل رابطه:

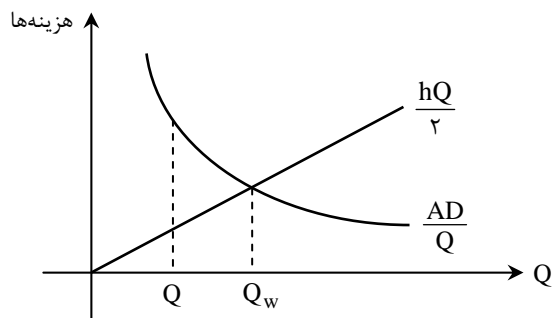
$$w(t) = \min \{a(t), d(t)\} = a(t)$$

همواره $2t < 3t + 5$ پس همواره نرخ خروج برابر نرخ ورود است.

نمی‌توان ۱ و ۲ را انتخاب کرد چون تعیین نشده که کمبود فروش از دست رفته است یا پس افت.

۶. گزینه ۲

ابتدا باید مقدار ثابت هزینه نگهداری مربوط به ذخیره اطمینان را از آن کسر کنیم پس هزینه نگهداری متغیر کمتر از هزینه سفارش‌دهی می‌گردد و طبق نمودار $Q < Q_w$ می‌باشد.



۷. گزینه ۳

هزینه خرید مواد اولیه جزء هزینه‌های خرید است.
هزینه بازرسی ۱۰۰٪ داخل انبار جزء هزینه‌های نگهداری می‌باشد.

۸. گزینه ۱

هزینه بازرسی ۱۰۰٪ جزء هزینه‌های خرید و هزینه بازرسی نمونه‌گیری در موقع دریافت کالا جزء هزینه‌های سفارش‌دهی است.

۹. گزینه ۴

چون $DL^* = DL$ می‌باشد با افزایش L ممکن است L' افزایش یا کاهش یابد یا اصلاً تغییری نکند پس نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۰. گزینه ۱

$$\begin{aligned}
 A &= 600 & D &= 400 \times 12 \\
 h_1 &= ic + w & h &= h_1 + 2h_2 \\
 i &= i_1 + i_2 + i_3 = 10\% + 5\% + 5\% = 20\% & c &= 100 \\
 h_1 &= \frac{20}{100} \times 100 + 5 \times 12 = 80 \\
 h_2 &= 5 \times 2 = 10 & h &= 80 + 2 \times 10 = 100 \\
 Q_w &= \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 600 \times 400 \times 12}{100}} = 240
 \end{aligned}$$

آزمون ششم

۱. کالایی با نرخ ۵ برابر مصرف آن تولید می‌شود. اگر مقدار تولید بهینه ۱۰۰۰ عدد باشد و مدت زمان

صدور سفارش تا شروع تولید $\frac{4}{5}$ یک سیکل باشد، نقطه سفارش مجدد را به دست آورید؟

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴) ۵۰۰

۲. در یک مدل تولیدی شیب خط هزینه سفارش‌دهی در نقطه بهینه ۵- است اگر مقدار سفارش

اقتصادی ۱۰۰ واحد باشد. متوسط هزینه‌های سالیانه بهینه برابر است با:

- (۱) ۵۰۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۱۰۰۰

۳. در یک مدل تولید اقتصادی، کالای مورد نظر فاسدشدنی است به طوری که در هر واحد زمان θ

درصد موجودی در دست فاسد شده و از سطح موجودی در دست کاسته می‌شود. اگر D معرف نرخ

تقاضا و P معرف نرخ تولید و $I(t)$ معرف سطح موجودی در دست باشد و در زمان t_1 به تولید

محصول پرداخته و در باقی زمان فقط مصرف می‌کنیم، کدام رابطه صحیح است؟

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} - \theta I(t) &= P - D \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (2) & \frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) &= P - D \quad t_1 \leq t \leq T \quad (1) \\ \frac{dI(t)}{dt} - \theta I(t) &= -D \quad t_1 \leq t \leq T \quad (4) & \frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) &= P - D \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (3) \end{aligned}$$

۴. در یک مدل دریافت تدریجی مصرف سالیانه ۲۰۰۰ واحد و نرخ دریافت در زمان‌های دریافت کالا ۴۰۰۰

واحد در سال است اگر مقدار تولید اقتصادی ۱۰۰ واحد تعیین شود و مدت زمان تحویل ۰/۰۷۵ سال

باشد موقعیت موجودی ۵ روز ($\frac{1}{6}$ ماه) قبل از صدور سفارش تقریباً چند واحد خواهد بود؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۱۷۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۰۰

۵. در یک سیستم موجودی با نرخ ثابت، در حالتی که کمبود موجودی مجاز نمی‌باشد میزان سفارش

اقتصادی برابر ۲۰۰۰ تن و نقطه سفارش مجدد برابر ۱۵۰۰ تن محاسبه شده است. چنانچه کمبود

مجاز باشد و هزینه مربوط بر مبنای هزینه کمبود واحد کالا در سال در محاسبات منظور شود میزان

سفارش اقتصادی ۳۰۰۰ تن محاسبه می‌شود. برای این حالت نقطه سفارش مجدد برابر است با:

- (۱) ۱۶۷ (۲) ۵۰۰ (۳) -۱۶۷ (۴) -۵۰۰

۴۶۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۶. در یک سیستم تولید اقتصادی به جای سفارش در سطح $r_H = 10$ در زمان تولید، در زمان مصرف سفارش داده‌ایم اگر طول دوره ۶ ماه و تقاضا ۱۰ واحد در ماه و حداکثر موجودی ۵۰ واحد باشد مدت زمان خالی بودن انبار کدام است؟

- (۱) ۳ ماه (۲) ۳ سال (۳) ۵/۷۶ سال (۴) ۵/۷۶ ماه

۷. در مدل تولید اقتصادی با کمبود پس افت در صورتی که هزینه کمبود هر واحد صفر و هزینه کمبود

وابسته به زمان مخالف صفر باشد در این صورت نسبت $\frac{Q^*}{I_{\max}}$ با افزایش نرخ تقاضا سالیانه:

- (۱) کاهش می‌یابد. (۲) حتماً افزایش می‌یابد.
(۳) ممکن است افزایش یابد. (۴) ممکن است کاهش یابد.

۸. در یک مدل ساده موجودی که ورود کالا به سیستم تدریجی با نرخ ۴۰۰۰ واحد در سال و نرخ تقاضا سالیانه ۱۰۰۰ واحد کالاست. مدت زمان آماده‌سازی برای تولید ۵ ماه است. اگر در چنین سیستمی هر بار ۵۰۰ واحد کالا سفارش داده شود نقطه سفارش چقدر است؟

- (۱) ۵۰۰ (۲) ۴۱۷ (۳) ۲۵۰ (۴) ۱۱۷

۹. شرکتی کالایی را با نرخ ۲۰۰۰ واحد در سال تولید می‌کند ولی تقاضا برای این کالا ۲۵۰۰ واحد در سال است. چنانچه کمبود مجاز بوده و برای جبران کمبودها، صدور سفارش خرید در فواصل زمانی مساوی از خارج شرکت مدنظر باشد هزینه هر واحد کمبود موجودی در سال ۵ و هزینه هر بار سفارش‌دهی ۲۰۰ واحد پول و هزینه نگهداری موجودی بی‌نهایت باشد متوسط هزینه‌های متغیر سالیانه در حالت اقتصادی خرید چقدر است؟

- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۵۰۰

۱۰. در یک مدل کنترل موجودی هزینه نگهداری هر واحد موجودی در سال ۵ برابر هزینه‌های کمبود هر واحد موجودی در سال می‌باشد. اگر هزینه اقتصادی سفارش‌دهی سالیانه این سیستم موجودی ۱۲۰۰ واحد پولی باشد مطلوب است محاسبه هزینه‌های کمبود سالیانه در شرایط اقتصادی.

- (۱) ۲۰۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۲۰۰

پاسخ آزمون ششم

۱. گزینه ۱

$$Q^* = 1000 \quad L = \frac{4}{\Delta} T \quad m = \left[\frac{L}{T} \right] = 0$$

$$\frac{P}{D} = \Delta \quad \frac{D}{P} = \frac{1}{\Delta} \rightarrow t_d = T \left(1 - \frac{D}{P} \right) = T \times \frac{4}{\Delta}$$

$$L' = t_d \quad r_h^* = I_{\max}^* = Q^* \left(1 - \frac{D}{P} \right) = 1000 \times \frac{4}{\Delta} = 800$$

۲. گزینه ۴

$$-\frac{h}{\gamma} \left(1 - \frac{D}{P} \right) = -\Delta \rightarrow h \left(1 - \frac{D}{P} \right) = 10$$

$$K^* = hQ^* \left(1 - \frac{D}{P} \right) = 10 \times 1000 = 10000$$

۳. گزینه ۳

در زمان تولید و مصرف داریم:

$$\frac{dI(t)}{dt} = P - D - \gamma I(t) \quad 0 \leq t \leq t_1$$

در زمان مصرف داریم:

$$\frac{dI(t)}{dt} = -D - \gamma I(t) \quad t_1 \leq t \leq T$$

۴. گزینه ۴

$$D = 2000$$

$$P = 4000$$

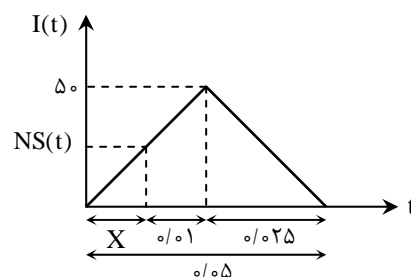
$$L = 0.075$$

$$Q^* = 1000 \rightarrow I_{\max}^* = Q^* \left(1 - \frac{D}{P} \right) = 1000 \left(1 - \frac{1}{2} \right) = 500$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{1000}{2000} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$t_d = T^* \left(1 - \frac{D}{P} \right) = 0.25$$

$$L' = L - m.T = 0.025 \quad m = \left[\frac{L}{T} \right] = 1$$



$L' = t_d$ پس نقطه سفارش در I_{\max} می‌باشد.

۴۷۰ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۵ روز یا $\frac{1}{6}$ ماه ≈ 0.01 سال می‌باشد.

زمان X را به دست می‌آوریم تا در P-D ضرب شده و NS(t) محاسبه گردد.

$$NS(t) = 0.015 \times 2000 = 30$$

$$y(t) = NS(t) + mQ^* + P \times 0.01 = 30 + 100 + 40 = 170$$

۵. گزینه ۳

$$Q_w = 2000 \quad Q^* = 3000$$

$$r^* = 1500 \quad r^{*'} = ???$$

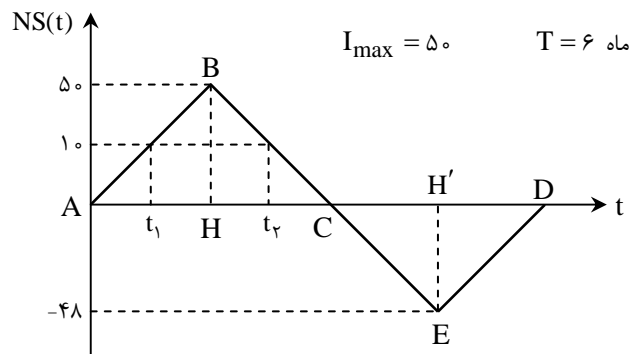
$$Q^* = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \quad 3000 = 2000 \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}}$$

$$\frac{3}{2} = \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{\pi}}} \quad \frac{h}{\hat{\pi}} = \frac{5}{4}$$

$$b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{\frac{5}{4} \hat{\pi}}{\frac{9}{4} \hat{\pi}} \times 3000 = 1667$$

$$r^{*'} = r^* - b^* = 1500 - 1667 = -167$$

۶. گزینه ۴



$$\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{40}{50} \quad t_2 - t_1 = \frac{6 \times 4}{5} = 4/8 \text{ ماه}$$

$$b = (t_2 - t_1) \times D = 4/8 \times 10 = 48 \text{ کسری}$$

چون دو مثلث ABC و CDE متشابه هستند:

$$\frac{50}{6} = \frac{48}{CD} \quad CD = 5/76 \text{ ماه}$$

۷. گزینه ۲

$$\frac{Q^*}{I_{\max}} = \frac{Q^*}{Q^* \left(1 - \frac{D}{P}\right) \left(\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}\right)} = \frac{1}{\left(1 - \frac{D}{P}\right) \left(\frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h}\right)}$$

$$D \uparrow \longrightarrow \frac{D}{P} \uparrow \longrightarrow -\frac{D}{P} \downarrow \longrightarrow \frac{Q^*}{I_{\max}} \uparrow$$

۸. گزینه ۳

$$\begin{aligned} Q^* &= 500 & T &= \frac{Q^*}{D} = \frac{500}{1000} = 0.5 & m &= \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{5}{12} \right] = 0 \\ P &= 4000 \\ D &= 1000 & t_d &= T \left(1 - \frac{D}{P}\right) = 0.5 \times \frac{3}{4} = 0.375 \\ L &= \frac{\Delta}{12} = L' & L' &\approx 0.42 \\ L' &> t_d \rightarrow I_h^* &= (P - D)(T - L') \\ &= 3000 \left(\frac{1}{4} - \frac{\Delta}{12}\right) &= 3000 \times \frac{1}{12} = 250 \end{aligned}$$

۹. گزینه ۱

$$\begin{aligned} P &= 2000 \\ D &= 2500 \\ D - P &= 500 & K^* &= \sqrt{2A(D - P)\hat{\pi}} = \sqrt{2 \times 2000 \times 500 \times 5} = 1000 \\ \hat{\pi} &= 5 \quad h \rightarrow \infty \\ A &= 200 \end{aligned}$$

۱۰. گزینه ۲

$$\frac{h}{\hat{\pi}} = 5$$

$$TCA = \frac{K^*}{\gamma} = 1200 \quad TCB = \frac{h}{\hat{\pi} + h} \times \frac{K^*}{\gamma} = \frac{5\hat{\pi}}{6\hat{\pi}} \times 1200 = 1000$$

آزمون منتم

۱. طی دو سال گذشته فروشنده‌ای تامین‌کننده محصولی برای یک واحد صنعتی بوده است. اکنون فروشنده اعلام کرده است که از ماه بعد مدت زمان تحویل محصول را افزایش خواهد داد. به نظر شما کدام عبارت صحیح است؟

(۱) نقطه سفارش افزایش خواهد یافت.

(۲) مقدار سفارش اقتصادی کاهش خواهد یافت.

(۳) مقدار سفارش اقتصادی افزایش خواهد یافت.

(۴) مقدار سفارش اقتصادی و نقطه سفارش اقتصادی کاهش خواهند یافت.

۲. در مدل تولید، اگر نرخ تولید سه برابر نرخ تقاضا باشد، مدت زمان بیکاری ماشین در یک سیکل و حداکثر موجودی به ترتیب چه مقادیری هستند؟

$$(۱) \frac{Q}{۳}, \frac{T}{۳} \quad (۲) \frac{۲Q}{۳}, \frac{۲T}{۳} \quad (۳) \frac{Q}{۳}, \frac{۲T}{۳} \quad (۴) \frac{۲Q}{۳}, \frac{T}{۳}$$

۳. در یک سیستم سفارش‌دهی، هزینه هر بار سفارش‌دهی اشتباهاً بیشتر در نظر گرفته شده است و مقدار سفارش براساس این مقادیر بصورت اشتباه محاسبه شده است با این مقدار سفارش رابطه هزینه سفارش‌دهی و نگهداری سالیانه چگونه خواهند بود؟

$$(۱) TCH > TCA \quad (۲) TCH \geq TCA \quad (۳) TCH = TCA \quad (۴) TCH < TCA$$

۴. برای حمل یک کالا از پست که ظرفیت هر بسته پستی B واحد کالا می‌باشد. فرض کنید هزینه‌های سفارش‌دهی به ازای هر بسته A واحد باشد. اگر تقاضای سالانه این کالا D واحد و مقدار سفارش هر بار از این کالا Q واحد باشد، در این صورت متوسط هزینه سفارش‌دهی سالانه چقدر است؟

$$(۱) \left(\left\lceil \frac{Q}{B} \right\rceil + 1 \right) \frac{AD}{Q} \quad (۲) \left(\left\lceil \frac{Q-1}{B} \right\rceil + 1 \right) \frac{AD}{Q} \quad (۳) \left(\left\lceil \frac{Q}{B} \right\rceil \right) \frac{AD}{Q} \quad (۴) \left(\frac{Q}{B} + 1 \right) \frac{AD}{Q}$$

۵. در یک مدل تولیدی تقاضای سالیانه ۱۰۰۰ واحد و نرخ تولید سالیانه ۲ برابر آن می‌باشد. اگر هزینه هر بار سفارش دهی ۱۰۰ واحد و هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان ۴۰ واحد پولی باشد؛ درحالی که مدت زمان تحویل ۶ ماه است، حداقل و حداکثر موقعیت موجودی برابر است با:

- (۱) (۵۰۰ و ۱۰۰۰) (۲) (۱۵۰۰ و ۱۰۰۰) (۳) (۶۰۰ و ۵۰۰) (۴) (۱۵۰۰ و ۵۰۰)

۶. در یک مدل تولیدی تقاضای سالیانه ۵۰۰ واحد و نرخ تولید ۷۵۰ واحد می‌باشد. اگر مقداری تقاضای سالیانه افزایش یابد، طول سیکل بهینه چه تغییری می‌کند؟

- (۱) افزایش می‌یابد. (۲) کاهش می‌یابد.
(۳) نمی‌توان اظهار نظر کرد. (۴) ممکن است تغییری نکند.

۷. در مدل موجودی دریافت تدریجی (تولید اقتصادی) نرخ دریافت ۲۰۰۰ و نرخ مصرف ۱۰۰۰ واحد در سال است. همچنین مدت زمان تحویل ۴ ماه و مقدار هر بار سفارش ۱۰۰ واحد تعیین شده است. کدام عبارت زیر صحیح است؟

- (۱) اگر نقطه سفارش بزرگ‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود، در لحظه دریافت سفارش موجودی در دست خواهیم داشت.
(۲) اگر نقطه سفارش کوچک‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود، در لحظه دریافت سفارش موجودی در دست خواهیم داشت.
(۳) اگر نقطه سفارش بزرگ‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود، در لحظه دریافت سفارش کمبود خواهیم داشت.
(۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۸. در مدل تولید اقتصادی که کمبود در آن مجاز می‌باشد، در صورتی که نرخ تولید ۳۰۰۰ عدد در سال و نرخ مصرف کالا ۱۰۰۰ عدد در سال باشد و هزینه هر بار سفارش دهی ۱۰۰ واحد پولی و هزینه نگهداری هر واحد موجودی در سال ۳۰ واحد پولی و هزینه کمبود هر واحد موجودی در سال ۱۰ واحد پولی باشد، مقدار بهینه کمبود را بدست آورید؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۷۵ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۰۰

۹. در یک مدل سفارش اقتصادی، در صورتیکه هزینه کمبود هر واحد موجودی در واحد زمان ۲ برابر هزینه نگهداری هر واحد موجودی در واحد زمان باشد و هزینه کمبود مستقل از زمان نیز صفر باشد، در اینصورت متوسط موجودی در دست چند برابر متوسط کمبود است؟

- (۱) ۴ برابر (۲) ۰/۲۵ برابر (۳) ۲ برابر (۴) ۰/۵ برابر

۱۰. در مدل ویلسون با فرض مجاز بودن کمبود به صورت فروش از دست رفته در صورتی که تقاضای

سالیانه افزایش یابد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مقدار سفارش اقتصادی افزایش می‌یابد.

(۲) مقدار سفارش اقتصادی کاهش می‌یابد.

(۳) ممکن است مقدار سفارش اقتصادی افزایش یابد.

(۴) مقدار سفارش اقتصادی تغییر نخواهد کرد.

پاسخ آزمون منتم

۱. گزینه ۱

با توجه به قطعی بودن مدل:

$$r = D.L$$

۲. گزینه ۲

$$P = 3D \quad I_{\max} = Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) = \frac{2Q}{3}$$

$$\text{مدت زمان بیکاری} = T \left(1 - \frac{D}{P} \right) = \frac{2T}{3}$$

۳. گزینه ۱

$$A \uparrow \rightarrow Q \uparrow \quad Q > Q_w \rightarrow TCH > TCA$$

۴. گزینه ۴

با توجه به این که ظرفیت هر بسته برابر B واحد است پس حالت سفارش گسسته داریم و هزینه سفارش دهی سالیانه برابر است با:

$$\frac{AD}{Q} \times \text{تعداد دفعات سفارش}$$

تعداد دفعات سفارش باید عدد صحیح باشد، $\frac{Q}{B}$ ممکن است عدد صحیح نباشد پس عملگر براکت مورد استفاده قرار می‌گیرد ولی از آن جا که $\left[\frac{Q}{B} \right]$ ممکن است کم‌تر از تعداد موردنیاز را در نظر بگیرد و با کمبود روبرو شویم لذا از $\left(\left[\frac{Q-1}{B} \right] + 1 \right)$ استفاده می‌شود، داریم:

$$\text{هزینه سفارش دهی سالیانه} = \left(\left[\frac{Q-1}{B} \right] + 1 \right) \frac{AD}{Q}$$

۵. گزینه ۳

$$D = 1000 \quad h = 40$$

$$P = 2000 \quad A = 100 \quad L = 6 \quad Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = 100$$

$$DL \leq y(t) \leq DL + Q^* \quad 500 \leq y(t) \leq 500 + 100$$

۶. گزینه ۱

$$D > \frac{P}{2}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{hD(1 - \frac{D}{P})}} \Rightarrow D \uparrow \rightarrow D(1 - \frac{D}{P}) \downarrow \rightarrow T \uparrow$$

۷. گزینه ۱

در سمت راست نموداریم زیرا:

$$P = 2000 \quad D = 1000 \quad L = \frac{1}{3} \quad Q^* = 100 \quad r_h^* = ?$$

$$t_d = T(1 - \frac{D}{P}) = 0.1(1 - \frac{1}{2}) = 0.05 \quad L' = L - mT \quad m = [\frac{L}{T}] = [\frac{L}{\frac{Q}{D}}] = [\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{10}}] = 3$$

$$L' = \frac{1}{3} - 3 \times \frac{1}{10} = 0.33 - 0.3 = 0.03 \quad L' < t_d$$

پس اگر نقطه سفارش بزرگ‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود زودتر سفارش داده و در لحظه دریافت سفارش موجودی در دست خواهیم داشت. و اگر نقطه سفارش کوچک‌تر از مقدار محاسبه شده عمل شود دیرتر سفارش داده‌ایم و در لحظه دریافت سفارش موجودی کمبود خواهیم داشت.

۸. گزینه ۴

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h(1 - \frac{D}{P})}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 100}{30 \times (1 - \frac{1}{3})}} \times \sqrt{\frac{10 + 30}{10}} = 200$$

$$b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} (1 - \frac{D}{P}) = \frac{30 \times 200}{40} (1 - \frac{1}{3}) = 100$$

۹. گزینه ۱

چون متوسط از جنس سطح می‌باشد به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\hat{\pi} = 2h \quad \frac{I_{\max}^*}{b^*} = \frac{\hat{\pi}}{h} \Rightarrow \frac{\bar{I}}{b} = (\frac{\hat{\pi}}{h})^2 \Rightarrow \frac{\bar{I}}{b} = 4$$

۱۰. گزینه ۳

$$۱. \pi D \geq \sqrt{2DAh} \rightarrow Q^* = Q_w, \quad k^* = k_w$$

$$۲. \pi D < \sqrt{2DAh} \rightarrow Q^* = 0, \quad k^* = \pi D$$

در صورتی که در حالت ۱ باشیم ممکن است با افزایش تقاضا از ۱ به ۲ منتقل شویم که مقدار سفارش کاهش می‌یابد یا در همان حالت بمانیم و با افزایش تقاضا مقدار سفارش افزایش یابد پس هر دو امکان وجود دارد.

آزمون هشتم

۱. در یک مدل موجودی با دریافت آنی کنترل چهار قلم کالا مطرح است و هزینه نگهداری هر واحد کالا با نرخ هزینه نگهداری ۱۰ درصد محاسبه می‌شود اگر محدودیت حداکثر سرمایه درگیر در موجودی به صورت $10000 \leq Q_1 + 2Q_2 + 3Q_3 + 10Q_4$ مطرح باشد و ضریب لاگرانژ ۰/۳ به دست آمده باشد کمترین هزینه ممکن در صورتی که بتوان بودجه کافی (به هر مقدار لازم) تهیه کرد چقدر خواهد بود؟

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| (۱) حدوداً ۴۵۰۰ واحد پول | (۲) حدوداً ۱۲۷۰۰ واحد پول |
| (۳) حدوداً ۱۲۶۵ واحد پول | (۴) حدوداً ۱۵۰۰۰ واحد پول |

۲. مدیر یک فروشگاه تصمیم گرفته که سرمایه درگیر در موجودی کالایی که سالیانه ۴۰۰۰ واحد تقاضا داشته و قیمت خرید آن ۸۰ تومان می‌باشد، از ۲۰۰۰۰ تومان تجاوز نکند. می‌دانیم هر بار سفارش‌دهی ۱۰۰ تومان هزینه داشته و به ازای نگهداری هر واحد کالا در سال ۲۰ تومان هزینه صرف می‌گردد. با توجه به اطلاعات فوق مقدار بهینه هزینه نگهداری و سفارش‌دهی این کالا چند تومان می‌باشد؟

- | | | | |
|----------|----------|-----------|-----------|
| (۱) ۴۰۰۰ | (۲) ۴۵۰۰ | (۳) ۱۰۰۰۰ | (۴) ۲۰۰۰۰ |
|----------|----------|-----------|-----------|

۳. میزان تقاضا برای محصولی ۲۰۰۰ واحد در سال می‌باشد. هزینه هر بار سفارش‌دهی ۵۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد آن ۵ تومان در سال می‌باشد. به علت اینکه این محصول فاسدشدنی است بیش از ۴ هفته نمی‌توان آن را در انبار نگهداری کرد. اندازه سفارش اقتصادی این محصول چقدر می‌باشد؟ (فرض کنید هر سال ۵۰ هفته باشد).

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| (۱) ۱۶۰ | (۲) ۳۲۰ | (۳) ۳۶۰ | (۴) ۴۸۰ |
|---------|---------|---------|---------|

۴. محصولی را که نرخ مصرف آن ۱۵۰۰ واحد در سال است با نرخ ۴ برابر نرخ مصرف تولید می‌کنیم. می‌دانیم نسبت هزینه نگهداری محصول به هزینه آماده سازی تولید آن برابر $\frac{1}{9}$ بوده و به علت برخی محدودیت‌ها بیش از ۱۲۰ واحد نمی‌توانیم موجودی نگه داریم. به نظر شما متوسط موجودی کالا در این شرایط چقدر خواهد بود؟

- | | | | |
|---------|---------|--------|--------|
| (۱) ۱۵۰ | (۲) ۱۲۰ | (۳) ۷۵ | (۴) ۶۰ |
|---------|---------|--------|--------|

۵. تقاضا برای محصولی در طول هفته متغیر تصادفی بوده و تابع چگالی آن، نمایی با میانگین ۵۰ است. این محصول به صورت دسته‌ای و فقط یک بار تولید می‌شود. در صورتی که تولید به اندازه‌ی کافی نباشد به ازای هر واحد آن ۱۰۰ واحد هزینه تحمیل می‌شود و اگر تمام محصولی در طی هفته به فروش نرود، مقدار باقیمانده قابل استفاده نخواهد بود. هزینه تولید هر واحد ۳۰۰ و قیمت فروش هر واحد ۴۰۰ است. هر واحد باقیمانده در انتهای هفته با هزینه ۱۰۰ واحد پولی دور ریخته می‌شود. مقدار بهینه سطح موجودی پس از سفارش (R^*) چقدر خواهد بود؟

$$R^* = 50 \ln \frac{3}{2} \quad (1) \quad R^* = 50 \ln \frac{3}{2} \quad (2) \quad R^* = 50 \ln \frac{3}{2} \quad (3) \quad R^* = 50 \ln \frac{3}{2} \quad (4)$$

۶. قیمت یک واحد کالا ۵۰ تومان است ولی برای مقادیر خرید ۷۵۰ واحد یا بیشتر ۱۰ درصد و برای مقادیر ۲۰۰۰ واحد یا بیشتر، بیش از ۱۰ درصد به کل مقدار خرید تخفیف داده می‌شود. مصرف سالانه ۵۰۰۰۰ واحد، هزینه سفارش ۴۰۰ تومان و نرخ هزینه نگهداری موجودی ۲۵ درصد در سال است. درصد تخفیف دوم حداقل چقدر باشد تا بدون مقایسه هزینه‌ها مطمئن باشیم استفاده از آن اقتصادی است؟

$$(1) 8\% \quad (2) 15\% \quad (3) 20\% \quad (4) 40\%$$

۷. روزنامه‌فروشی را در نظر بگیرید میزان فروش روزانه او دارای توزیع یکنواخت بین ۲۰۰ تا ۴۰۰ عدد می‌باشد. هزینه خرید هر واحد روزنامه ۴۰ تومان و قیمت فروش هر واحد ۹۰ تومان است. موجودی روزنامه انتهای روز هیچ‌گونه ارزشی ندارد. اگر نگهداری هر روزنامه ۱۰ تومان هزینه داشته باشد. این روزنامه‌فروش در ابتدای هر روز باید چه تعدادی روزنامه سفارش دهد؟

$$(1) 250 \quad (2) 300 \quad (3) 350 \quad (4) 275$$

۸. در مؤسسه‌ای هزینه‌های نگهداری کالا مستقل از قیمت خرید واحد محصول است. لحظه‌ای قبل از انجام سفارش متوجه می‌شویم که قیمت کالا به میزان پنج درصد تا ۱ ساعت دیگر افزایش می‌یابد. به نظر شما با اطلاع از افزایش قیمت برای این سفارش تصمیم خاصی (سفارش خاصی داده شود). باید گرفته شود؟
 (۱) سفارش خاص انجام می‌گیرد و مقدار سفارش پنج درصد بیش‌تر از مقدار فعلی است.
 (۲) با توجه به ناچیز بودن افزایش نسبت و عدم وابستگی هزینه نگهداری به قیمت تصمیم خاص نباید گرفته شود.
 (۳) حتماً قبل از افزایش قیمت‌ها سفارش خاصی در حجم بالا داده می‌شود.
 (۴) با تجزیه و تحلیل هزینه‌های سیستم موجودی در خصوص دادن سفارش خاص یا عدم انجام سفارش تصمیم گرفته می‌شود.

۹. محصولی در بسته‌های Q تایی خریداری می‌شود نرخ تقاضای سالیانه ۱۰۰۰ واحد می‌باشد، هزینه هر بار سفارش‌دهی ۱۰۰ تومان، هزینه متغیر هر واحد محصول ۴ تومان، نرخ هزینه نگهداری موجودی در سال ۲۵ درصد بوده و هیچ کمبود موجودی مجاز نیست. هزینه اجاره برای ذخیره موجودی که بر اساس ماکزیمم موجودی تعیین می‌شود و برای سطح موجودی تا ۵۰ واحد ۹,۵ تومان برای هر واحد محصول در سال و برای مقادیر محصول اضافه بر ۵۰ واحد، ۳۹,۵ تومان برای هر واحد محصول در سال منظور می‌شود. اندازه انباشته اقتصادی را تعیین کنید؟

- (۱) ۱۰۰ واحد (۲) ۵۰ واحد (۳) ۷۵ واحد (۴) ۱۲۵ واحد

۱۰. تقاضا برای محصولی از توزیع نرمال با میانگین ۳۰۰ واحد و واریانس ۱۰۰ واحد پیروی می‌کند. اگر مقدار سفارش‌دهی ۳۰۰ واحد باشد و موجودی ابتدای دوره برابر ۱۰۰ واحد باشد، متوسط کمبود طی دوره برابر است با:

- (۱) $10G_u(10)$ (۲) $20G_u(300)$ (۳) $100G_u(10)$ (۴) $10G_u(400)$

پاسخ آزمون هشتم

۱. گزینه ۳

$$\sum \sqrt{2ADh} = X \sqrt{i(1 + \beta^*)}$$

با توجه به نکته بالا مقدار بهینه هزینه متغیر سالیانه برابر است با:

$$K^* = \sum \sqrt{2ADh} = 10000 \times \sqrt{0.1(0.1 + 2 \times 0.03)} = 1264/9 \approx 1265$$

۲. گزینه ۱

$$D = 4000 \quad \text{و} \quad A = 100 \quad \text{و} \quad h = 20$$

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 4000}{20}} = 200$$

$$C.Q = 80 \times 200 = 16000 < 20000$$

$$K = hQ^* = 20 \times 200 = 4000$$

۳. گزینه ۱

$$Q_W = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 2000}{5}} = 200$$

$$T = \frac{Q_W}{D} = \frac{200}{2000} = 0.1 \text{ سال} = 5 \text{ هفته} > 4 \text{ هفته}$$

$$Q^* = \frac{2000}{50} \times 4 = 160$$

۴. گزینه ۴

$$D = 1500 \quad \text{و} \quad P = 4 \times 1500 = 6000 \quad \text{و} \quad \frac{h}{A} = \frac{1}{10}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 1500}{0.1(1 - \frac{1}{4})}} = 200$$

$$I_{\max} = Q(1 - \frac{D}{P}) = 200(1 - \frac{1}{4}) = 150 > 120$$

$$I_{\max}^* = 120 \Rightarrow \bar{I}^* = \frac{120}{2} = 60$$

۵. گزینه ۵

$$F_D(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{400 + 100 - 300}{400 + 100 + 100} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$$

$$F_D(R^*) = 1 - e^{-\frac{1}{\Delta_0} R^*} = \frac{1}{3} \quad e^{-\frac{1}{\Delta_0} R^*} = \frac{2}{3}$$

$$-\frac{1}{\Delta_0} R^* = \ln \frac{2}{3} \quad R^* = -\Delta_0 \ln \frac{2}{3} \quad R^* = \Delta_0 \ln \frac{3}{2}$$

۶. گزینه ۳

حداقل مقدار Q^* برای آن که در رنج باشد و نیازی به مقایسه هزینه‌ها نباشد برابر ۲۰۰۰ است (نقطه‌ی شکست)

Q	C
$Q < 750$	50
$750 \leq Q < 2000$	$(1 - 0.1)50$
$Q \geq 2000$	$(1 - x)50$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 400 \times 50000}{0.125 \times (1 - x)50}} = 2000 \Rightarrow x = 0.2$$

۷. گزینه ۲

$$F(R) = \frac{V - C}{V + h} = \frac{90 - 40}{90 + 10} = 0.5$$

$$P(x \leq R) = 0.5 \Rightarrow R = (400 - 200) \times 0.5 + 200 = 300$$

۸. گزینه ۳

مدل تورمی است که افزایش قیمت تقریباً در لحظه صدور سفارش می‌باشد و هزینه نگهداری به قیمت بستگی ندارد پس قطعاً صدور سفارش ویژه امری اقتصادی است.

۹. گزینه ۹

مدل مسئله تخفیف نموی می‌باشد.

$$h_1 = ic + 2w_0 \quad h_1 = \frac{1}{4} \times 4 + 2 \times 9/5 = 2 \quad Q_{w_1} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 1000}{2}} = 100$$

$$h_2 = ic + 2w_1 \quad h_2 = \frac{1}{4} \times 4 + 2 \times 39/5 = 8 \quad Q_{w_2} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 1000}{8}} = 50$$

فقط $Q = 50$ در بازه مجاز قرار دارد و یک نقطه کاندید داریم که همان بهینه می‌شود.

۱۰. گزینه ۱

$$b(R) = \sigma \times G_u(K) = 10 \times G_u(10) \quad k = \frac{R - \mu}{\sigma} = \frac{400 - 300}{10} = 10$$

آزمون نهم

۱. در صورتی که توزیع تقاضا در ماه از توزیع نمایی با میانگین ۲۰۰ پیروی کند و زمان تحویل ۳ ماه باشد و اگر دوره سفارش در هر بار ثابت و برابر ۲ ماه باشد، آنگاه در سطح خدمت ۰,۹ حداکثر موقعیت موجودی را بدست آورید.

$$(۱) ۱۰۰۰ \ln ۱۰ \quad (۲) ۱۰۰۰ \ln ۲ \quad (۳) ۱۰۰ \ln ۱۰ \quad (۴) ۱۰۰ \ln ۲$$

۲. توزیع احتمال تقاضا در مدت تحویل محصولی یکنواخت بین ۱۰۰ و ۵۰۰ می‌باشد. متوسط تقاضای سالانه این محصول ۲۵۰۰ واحد و مقدار هر بار سفارش ثابت و برابر ۵۰۰ واحد می‌باشد. اگر میزان موجودی اطمینان برابر ۱۰۰ واحد باشد، بطور متوسط چه مدت طول می‌کشد تا در یکی از دوره‌های سفارش کمبود رخ دهد؟

$$(۱) ۱,۲ \text{ سال} \quad (۲) ۰,۸ \text{ سال} \quad (۳) ۰,۵ \text{ سال} \quad (۴) ۰,۹ \text{ سال}$$

۳. تقاضا برای محصولی نرمال با میانگین $۲۰t$ و انحراف معیار $۵\sqrt{t}$ (واحد t روز است) می‌باشد. اگر مدت زمان تحویل برای این محصول ۱۱ روز و فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی ۱۴ روز باشد و مدیریت ضریب اطمینان را برای این محصول $۱/۲$ در نظر گرفته باشد؛ آنگاه حداکثر موجودی برای محصول را بدست آورید.

$$(۱) ۲۳۰ \quad (۲) ۵۳۰ \quad (۳) ۵۷۰ \quad (۴) ۲۷۰$$

۴. تقاضا برای محصولی در طی مدت زمان تحویل دارای توزیع یکنواخت در فاصله (۲۰, ۴۰) است. برای این محصول از خط‌مشی مقدار سفارش ثابت استفاده شده است. اگر متوسط تعداد دوره‌های کمبود در سال ۴ بار و متوسط تعداد دفعات سفارش در سال ۱۰ بار باشد، موجودی اطمینان این محصول چقدر است؟

$$(۱) ۲ \text{ واحد} \quad (۲) ۴ \text{ واحد} \quad (۳) ۶ \text{ واحد} \quad (۴) ۱۲ \text{ واحد}$$

۵. یک توزیع‌کننده خودرو دارای ۱۰۰ نماینده خرده‌فروشی در سطح شهر می‌باشد و دو نوع خودرو را توزیع می‌کند. تقاضای هفتگی در هر نمایندگی دارای توزیع نرمال و مستقل از سایر نمایندگی‌ها و به صورت زیر است:

کالا	میانگین	انحراف استاندارد	قیمت هر واحد	مدت تحویل از انبار مرکزی تا فروشگاه
A	۱۰۰	۱۰۰	۱۰	۴ هفته
B	۱۵۰	۴۰۰	۲۰	۴ هفته
سطح خدمت مورد قبول ۹۰ درصد است.				

در صورت تبدیل ۱۰۰ نماینده به یک مرکز توزیع مرکزی، نسبت تغییر هزینه نگهداری موجودی اطمینان نسبت به هزینه کل خرید محصول A به B را بدست آورید.

$$(۱) \frac{۲}{۳} \quad (۲) \frac{۳}{۲} \quad (۳) \frac{۳}{۴} \quad (۴) \frac{۴}{۳}$$

۶. تقاضا برای محصولی در ۶ پریود آینده به صورت زیر می‌باشد. هزینه هر بار سفارش‌دهی برابر ۸۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد کالا در هر دوره برابر ۵ تومان می‌باشد؛ اگر بخواهیم به روش ابتکاری سیلور-میل مقادیر سفارش را تعیین کنیم، اولین مقدار سفارش چقدر خواهد بود؟

پریود	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تقاضا	۲۰	۳۰	۵۰	۴۰	۱۰	۲۰

$$(۱) ۱۴۰ \quad (۲) ۵۰ \quad (۳) ۱۰۰ \quad (۴) ۲۰$$

۷. دوره ثابت بازبینی محصولی ثابت و برابر ۵ هفته و تقاضای آن در هفته دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۰۰ و انحراف معیار ۱۰ واحد است. اگر مدت تحویل ۴ هفته و متوسط موجودی برابر ۷۰۰ واحد در نظر گرفته شود، سقف موجودی را بدست آورید.

$$(۱) ۷۰۰ \quad (۲) ۹۰۰ \quad (۳) ۱۰۰۰ \quad (۴) ۲۰۰۰$$

۸. کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

- (۱) در هموارسازی نمایی هر چه α کمتر باشد، مقدار پیش‌بینی سریعتر به تغییرات عکس‌العمل نشان می‌دهد.
- (۲) در میانگین متحرک هر چه N بیشتر باشد، مقدار پیش‌بینی سریعتر نسبت به تغییرات عکس‌العمل نشان می‌دهد.
- (۳) در هموارسازی نمایی اگر نوسانات داده‌ها زیاد باشد، α زیادتر باعث می‌شود دقت پیش‌بینی زیادتر شود.
- (۴) در میانگین متحرک اگر نوسانات داده‌ها کم باشد، N بزرگتر باعث می‌شود دقت پیش‌بینی کمتر شود.

۹. سیستم سفارش‌دهی کالا مرور دوره‌ای و کسری در طول زمان تامین به صورت فروش از دست رفته (کسری غیر قابل جبران) می‌باشد. اگر هزینه‌های سفارش‌دهی این کالا افزایش یابد، آنگاه کل هزینه‌های نگهداری در سال و کل هزینه‌های مواجه با کسری در سال می‌یابد.
 (۱) افزایش - کاهش (۲) کاهش - افزایش (۳) کاهش - ثابت (۴) کاهش - کاهش

۱۰. پیش‌بینی تقاضای کالایی در یکی از دوره‌ها (t) با استفاده از روش نمو هموار ساده با ضریب ثابت $\alpha = 0.2$ برابر ۸۰ با خطای ۵ واحد و با ضریب ثابت $\alpha = 0.3$ برابر ۹۱ واحد با خطای ۶ واحد شده است. پیش‌بینی مصرف دوره $t+1$ کدام است؟

(۱) ۸۱ (۲) ۹۱ (۳) ۹۶ (۴) ۸۵

پاسخ آزمون نهم

۱. گزینه ۱

$$R = -\mu_{D_{L+T}} (\ln(1-p)) \rightarrow R = -1000 \ln 0.1 = 1000 \ln 10$$

۲. گزینه ۲

$$r = \mu + SS = 300 + 100 = 400$$

$$N_b = \frac{D}{Q} (1-p)$$

$$(1-p) = P(x > r) = \int_{400}^{500} \frac{1}{400} dx = 0.25$$

$$N_b = \frac{2500}{500} \times 0.25 = 1.25$$

$$T_b = \frac{1}{N_b} = \frac{1}{1.25} = 0.8 \text{ year}$$

۳. گزینه ۳

$$D_t \sim N(2 \cdot t, (\Delta \sqrt{t})^2) \quad L = 11 \quad T = 14 \quad L + T = 25$$

$$R = \mu_{D_{L+T}} + k_p \sigma_{D_{L+T}} = 500 + 1/2 \times 5 \times 5 = 530$$

۴. گزینه ۴

$$1-P = \frac{N_b}{\frac{D}{Q}} = \frac{4}{10} = 0.4 \Rightarrow P = 0.6$$

$$F_{DL}(r) = 0.6 \Rightarrow \frac{r-20}{40-20} = 0.6 \Rightarrow r = 32$$

$$\mu_{DL} = \frac{40+20}{2} = 30 \Rightarrow SS = r - \mu_{DL} = 32 - 30 = 2$$

۵. گزینه ۵

در صورت اتخاذ سیاست تمرکز، کل واریانس تقاضا در مدت زمان تحویل $\frac{1}{100}$ برابر خواهد شد پس

انحراف معیار $\frac{1}{\sqrt{100}}$ برابر می‌گردد و کل غیر متمرکز $ss = \frac{1}{\sqrt{100}} \times ss$ کل متمرکز

$$\frac{\frac{\Delta TCH_A}{\Delta CD_A}}{\frac{\Delta TCH_B}{\Delta CD_B}} = \frac{\frac{0.9 \times h \times SS_A}{100C}}{\frac{0.9 \times h \times SS_B}{150C}} = \frac{\frac{0.9 \times h \times k_{0.9} \times \sigma_{DL}}{100 \times 10}}{\frac{0.9 \times h \times k_{0.9} \times \sigma_{DL}}{150 \times 20}} = \frac{\frac{0.9 \times k_{0.9} \times h \times 2 \times 10}{1000}}{\frac{0.9 \times k_{0.9} \times h \times 2 \times 20}{3000}} = \frac{3}{2}$$

۶. گزینه ۲

هزینه کل در واحد زمان	میزان سفارش	سفارش دوره‌های
$\frac{۸۰۰}{۱} = ۸۰۰$	۲۰	۱
$\frac{۸۰۰ + ۳۰ \times ۵}{۲} = ۴۷۵$	۵۰	۲
$\frac{۹۵۰ + ۵۰ \times ۵ \times ۲}{۳} = ۴۸۳$	۱۰۰	۳

۷. گزینه ۴

$$D_t \sim N(۲۰۰, ۱۰^۲) \quad L=۴ \quad T=۵ \quad L+T=۹$$

$$\bar{I} = \frac{DT}{۲} + SS = \frac{۲۰۰ \times ۵}{۲} + SS = ۷۰۰ = ۵۰۰ + SS = ۷۰۰ \quad SS = ۲۰۰$$

$$R = \mu_{D_{L+T}} + SS = ۱۸۰۰ + ۲۰۰ = ۲۰۰۰$$

۸. گزینه ۳

۹. گزینه ۱

$$T^* = \sqrt{\frac{\tau(A + \pi b(R))}{hD}} \uparrow \rightarrow TCH = h\left(\frac{DT}{\tau} + SS\right) \uparrow$$

$$B(R) = \frac{b(R)}{T} \downarrow$$

۱۰. گزینه ۱

با توجه به اینکه خطا با $\alpha = ۰/۲$ کمتر است برحسب آن بدست می‌آوریم.

$$\hat{X}_{t(۰/۲)} = ۸۰ \rightarrow X_t = ۸۵ \text{ or } ۷۵, \quad \hat{X}_{t(۰/۲)} = ۹۱ \rightarrow X_t = ۸۵ \text{ or } ۹۷ \Rightarrow X_t = ۸۵$$

$$\hat{X}_{t+۱} = \hat{X}_t + \alpha(X_t - \hat{X}_t) = ۸۰ + ۰/۲ \times ۵ = ۸۱$$

آزمون دهم

۱. در یک سیستم سفارش چندکالایی، سفارش ۳ قلم کالا مد نظر است که هزینه نگهداری هر واحد آنها به صورت سالیانه به ترتیب ۵ و ۴ و ۶ می‌باشد. اگر حداکثر سرمایه درگیر به اندازه ۵۰,۰۰۰ واحد پولی مطرح باشد و محدودیت فضای انبار برابر $500m^2$ باشد و تقاضای سالیانه هر یک به ترتیب ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۴۰۰ باشد، در صورتی که این اقلام را با یکدیگر سفارش دهیم، مقدار سفارش اقتصادی هر کدام به ترتیب کدام است؟

(۱) ۵۰ و ۴۰ و ۳۰ (۲) ۵۰ و ۱۰۰ و ۱۵۰ (۳) ۵۰ و ۱۵۰ و ۱۰۰ (۴) ۵۰ و ۱۰۰ و ۲۰۰

۲. در یک سیستم تولید چند کالا توسط یک ماشین، با در نظر گرفتن زمان آماده‌سازی $T_{\min} = T_0 + \frac{1}{5} D_j$ کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) در صورتی که یکی از زمان‌های آماده‌سازی به نصف کاهش یابد مقدار سفارش کالای j برابر $D_j \times T_0$ خواهد بود.

(۲) در صورتی که یکی از زمان‌های آماده‌سازی به دو برابر افزایش یابد مقدار سفارش کالای j برابر $D_j \times T_0$ خواهد بود.

(۳) با افزایش هزینه‌های سفارش‌دهی مقدار سفارش کالای j برابر $D_j \times T_{\min}$ خواهد بود.

(۴) در صورتی که کلیه زمان‌های آماده‌سازی به نصف کاهش یابد مقدار سفارش کالای j برابر $D_j \times T_0$ خواهد بود.

۳. یک سیستم کنترل موجودی شامل پارکینگ با طبقات مختلف می‌باشد؛ که فرض شده است هیچ کمبودی نباید رخ دهد و کلیه خودروها باید جای پارک داشته باشند. حال با توجه به اینکه پارکینگ به صورت طبقه‌ای اجاره می‌گردد، کمبود مجاز گردیده است. تعداد نقاط کاندیدای بهینگی چه تغییری می‌کند؟

(۱) افزایش می‌یابد. (۲) کاهش می‌یابد.

(۳) تغییر نمی‌کند. (۴) ممکن است افزایش یابد.

۴۸۸ برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی ها: از سری کتاب های ۵+۱

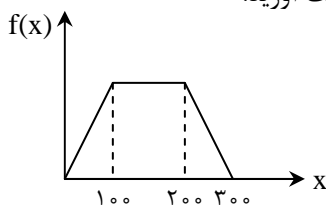
۴. یک سیستم موجودی شامل دو دوره است که تقاضا در طی دوره ها $D_1 = 3$ و $D_2 = 5$ واحد می باشد. در این حالت سفارش دهی کل سفارش با احتمال $0/7$ دریافت و $0/3$ دریافت نمی شود. اگر هزینه نگهداری هر واحد کالا ۵ و هزینه کمبود هر واحد ۴ باشد و نحوه سفارش به گونه ای باشد که چنانچه دریافت در ابتدای دوره اول به ۸ واحد و در ابتدای دوره دوم به ۵ واحد برسد، امید ریاضی هزینه های سیستم موجودی را به دست آورید.

(۱) ۲۲/۹ (۲) ۴۰/۶ (۳) ۲۴/۱۳ (۴) ۵۴/۳۶

۵. مصرف روزانه کالایی به صورت جدول زیر است. طول پیش زمان آن ثابت ۵ روز است و هزینه نگهداری هر واحد ۱۰ تومان در سال و طول دوره نیز ثابت و ۲۰ روز است. در صورتی که کل هزینه نگهداری ۴۰۰۰ تومان در سال باشد، حداکثر سطح موقعیت موجودی را به دست آورید.

تقاضای روزانه				توزیع تجمعی احتمال
۲۹	۲۳	۱۷	۱۱	
۱	۰/۹	۰/۵	۰/۱	
		۹۰۰ (۴)	۵۰۰ (۳)	۷۰۰ (۲)
				۴۰۰ (۱)

۶. تقاضا برای محصولی متغیری تصادفی با میانگین ۱۰۰۰ می باشد. مدت زمان تحویل این محصول ۵ ماه است و تابع تقاضا آن در زمان تحویل به صورت نمودار زیر است. اگر احتمال کمبود ۲۵ درصد باشد و مقدار سفارش ثابت باشد، مقدار موجودی اطمینان را به دست آورید.



(۱) ۱۵۰

(۲) ۵۰

(۳) ۳۰۰

(۴) ۲۰۰

۷. حداقل ظرفیت ظرف کوچکتر وقتی تقاضا در مدت زمان تحویل از توزیع نمایی با پارامتر λ پیروی می کند برابر است با:

(۱) r (۲) Q (۳) $\frac{1}{\lambda}$ (۴) λ

۸. متوسط تقاضای محصولی تا انتهای ماه ششم برابر ۱۰۰ می باشد. اگر ابتدا از روش میانگین متحرک با $N = 3$ برای پیش بینی تقاضا استفاده می کردیم و تقاضای واقعی ماه ششم برابر ۹۰ باشد، با استفاده از روش هموارسازی نمایی تقاضای ماه هفتم را پیش بینی کنید.

(۱) ۹۵ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۵

۹. روش سفارش‌دهی کالایی روش واگنرویتین می‌باشد. اگر بدانیم در شرایطی که تقاضای دوره دوم به تنهایی تأمین نشود شرط واگنرویتین برقرار است؛ D_2 کدام یک می‌تواند باشد؟

دوره	۱	۲
تقاضا	۱۰	D_2
هزینه سفارش‌دهی	۱۰۰	۱۰۰
هزینه نگهداری	۱۰	۱۰
	۵ (۳)	۱۱ (۲)
۱۵ (۴)		۲۰ (۱)

۱۰. تقاضا برای محصولی نرمال با میانگین t و $10t$ و انحراف معیار $5\sqrt{t}$ که t بر حسب ماه است، می‌باشد. اگر مقدار سفارش برابر ۱۰۰ و مدت زمان تحویل ۹ ماه باشد و ضریب اطمینان $1/2$ در نظر گرفته شود، نقطه سفارش آن برابر است با:

۱۱۸ (۴)	۱۰۸ (۳)	۹۰ (۲)	۱۸ (۱)
---------	---------	--------	--------

پاسخ آزمون دهم

۱. گزینه ۴

از آنجایی که با هم سفارش داده می‌شوند و باید T ها یکسان باشند و داریم:

$$\frac{Q_1}{D_1} = \frac{Q_2}{D_2} = \frac{Q_3}{D_3}$$

پس Q ها از D پیروی کرده و صعودی بوده و $Q_3 = 2Q_2$, $Q_3 = 4Q_1$

۲. گزینه ۴

۳. گزینه ۴

مدل محدودیت انبارهای اضافی است که با مجاز شدن کمبود ممکن است نقاط افزایش یابد.

۴. گزینه ۱

$$25 \times 0.7 + 12 \times 0.3 + 32 \times 0.7 + 3 \times 0.3 = 17.5 + 2.52 + 2.28 = 22.3$$

$D_1 = 3$	$D_2 = 5$
$\uparrow 8$	$\uparrow 5$

$$\begin{array}{l} 0.7 \swarrow 5 \times 5 = 25 \\ 0.3 \swarrow 3 \times 4 = 12 \\ 0.7 \swarrow 8 \times 4 = 32 \end{array}$$

۵. گزینه ۲

جدول توزیع تقاضا:

تقاضای روزانه	۱۱	۱۷	۲۳	۲۹
احتمال	۰/۱	۰/۴	۰/۴	۰/۱

$$\mu_D = 20$$

$$R = \mu_{D_{L+T}} + SS = 20(20 + 5) + 200 = 700$$

$$h\left(\frac{DT}{2} + SS\right) = 4000 \quad \frac{DT}{2} + SS = 400$$

$$\frac{20 \times 20}{2} + SS = 400 \quad SS = 200$$

۶. گزینه ۶

با توجه به اینکه سطح زیر نمودار ۱ است سطح هر مثلث ۲۵ درصد می‌باشد پس $r = 200$

$$\mu_{D_L} = 150 \quad r = 200 = \mu_{D_L} + SS \Rightarrow SS = 50$$

۷. گزینه ۳

$$r_{\min} = \mu_{D_L} = \frac{1}{\lambda} \quad D_L \sim \text{Exp}(\lambda) \quad \mu_{D_L} = \frac{1}{\lambda}$$

۸. گزینه ۱

$$\alpha = \frac{2}{N+1} = \frac{2}{3+1} = 0.5$$

$$\hat{X}_Y = \hat{X}_F + \alpha(X_F - \hat{X}_F) = 100 + 0.5(90 - 100) = 95$$

۹. گزینه ۳

$$(1) \quad (2) \quad \text{هزینه‌ها} = 200$$

$$(1 \text{ و } 2) \quad \text{هزینه‌ها} = 100 + 10D_2 \quad 100 + 10D_2 < 200 \quad D_2 < 10$$

۱۰. گزینه ۳

$$r = \mu_{D_L} + k_P \sigma_{D_L} = 90 + 1/2 \times 5 \times 3 = 108$$

آزمون یازدهم

۱. کل هزینه‌های بهینه سالیانه کالایی برابر با ۱۰۰۰۰ واحد پولی است. اگر قیمت هر واحد کالا ۱۰ و تقاضای سالیانه ۵۰۰ واحد باشد، هزینه سفارش‌دهی در حالتی که مقدار سفارش بهینه ۵۰ واحد کالا باشد کدام است؟

- (۱) ۲۵۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۲۵۰

۲. تقاضای واقعی سه دوره گذشته در جدول مشخص شده است. با استفاده از روش رگرسیون خطی متوسط مجذور خطای پیش‌بینی چقدر است؟

دوره	۱	۲	۳
تقاضای واقعی	۵	۱۳	۹

- (۱) ۴ (۲) ۲۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۳. در یک مدل کمبود پس افت در صورتی که هزینه نگهداری هر واحد و هزینه کمبود هر واحد با یکدیگر برابر باشند، در حالت بهینه هزینه کمبود کل چند برابر هزینه سفارش‌دهی کل می‌باشد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) ۲

۴. نیاز یک واحد صنعتی به یک قطعه برابر با ۱۰ واحد می‌باشد. اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی ۱۰۰ واحد پولی باشد و قیمت خرید هر واحد ۱۰۰ واحد و نرخ هزینه نگهداری ۱۰ درصد باشد و اجاره انبار بر حسب ماکزیمم موجودی و به ازای هر واحد ۸ واحد پولی باشد، در صورتی که تقاضای در بسته‌های ۵ تایی برآورد گردد، نسبت هزینه نگهداری سالیانه به هزینه سفارش‌دهی سالیانه را به دست آورید.

- (۱) ۱/۵۳ (۲) ۱/۴ (۳) ۰/۶۵ (۴) ۰/۸۴

۵. موسسه‌ای کالایی را با نرخ ۱۰۰۰ واحد در سال تولید می‌کند ولی تقاضا برای این کالا ۲۰۰۰ واحد در سال است. چنانچه کمبود به صورت پس افت مجاز باشد و صدور سفارش خرید از خارج از موسسه مد نظر باشد و هزینه هر واحد کمبود در سال ۲۰ واحد پولی و هزینه هر بار سفارش‌دهی ۱۰۰ واحد پولی باشد، مقدار سفارش اقتصادی خرید را به دست آورید.

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۶. تقاضا برای محصولی در طول سال متغیر تصادفی بوده و از توزیع نمایی با میانگین ۱۰ پیروی می‌کند. اگر این محصول فقط یک بار تولید شود و آن هم در ابتدای سال باشد و هزینه تولید آن ۵۰ واحد پولی و قیمت فروش آن ۱۰۰ واحد پولی باشد و در صورتی که با کمبود روبرو شویم هزینه آن ۱۰ بوده و کالای باقیمانده در انتهای دوره که قابل استفاده نمی‌باشد با قیمت ۲۰ واحد حراج می‌گردد. اگر ۵ واحد ابتدای کار موجودی در انبار باشد مقدار سفارش بهینه کدام است؟

$$(۱) ۱۰ \ln ۳ \quad (۲) ۳ \ln ۳ \quad (۳) ۵ - ۱۰ \ln ۳ \quad (۴) ۰$$

۷. اگر \bar{D} متوسط مصرف در طول پیش زمان با توزیع نمایی باشد و B ذخیره احتیاطی باشد و r نقطه سفارش مجدد باشد و سطح خدمت نیز ۰/۹ باشد، نسبت B به \bar{D} کدام است؟

$$(۱) \text{مستقل هستند} \quad (۲) \ln ۱۰ - ۱ \quad (۳) \ln ۱۰ \quad (۴) \text{نمی‌توان اظهار نظر کرد.}$$

۸. مصرف کالا در زمان t دارای توزیع نرمال با میانگین t و انحراف معیار \sqrt{t} واحد می‌باشد. اگر فاصله بین دو کمبود متوالی یک سال باشد و همچنین طول دوره ۶ ماه باشد، نسبت هزینه نگهداری به هزینه کمبود هر واحد کالا است؟

$$(۱) ۱ \quad (۲) \frac{1}{2} \quad (۳) ۲ \quad (۴) \text{نمی‌توان اظهار نظر کرد.}$$

۹. در سوال بالا اگر مدت زمان تحویل ۳ ماه و طول دوره ۶ ماه باشد، میزان موجودی اطمینان کدام است؟

$$(۱) ۳ \cdot k_p \quad (۲) ۰ \quad (۳) k_p \sqrt{۳} \quad (۴) k_{0.5} \sqrt{۳}$$

۱۰. در مدل تغییر قیمت اطلاعات زیر را داریم تابع هزینه برای یافتن نقطه بهینه چند بار باید محاسبه گردد؟

تابع هزینه سالیانه	Q_{Wj}	مقدار سفارش
$k(Q_{W_0})$	۲۰۰	$0 \leq q < 50$
$k(Q_{W_1})$	۱۵۰	$50 \leq q < 100$
$k(Q_{W_2})$	۱۱۰	$100 \leq q < 200$
$k(Q_{W_3})$	۷۵	$q \geq 200$
(۱) ۰	(۲) ۱	(۳) ۲
		(۴) ۳

پاسخ آزمون یازدهم

۱. گزینه ۱

$$\frac{rAD}{Q^*} + CD = 10000 \quad \frac{rAD}{Q^*} = 5000 \quad \frac{rA \times 500}{50} = 5000 \quad A = 250$$

۲. گزینه ۳

$$\bar{D} = 9 \quad \bar{t} = 2 \quad b = \frac{\sum \sum (D_i - \bar{D})(t_i - \bar{t})}{\sum (t_i - \bar{t})^2} = \frac{4 + 0 + 0}{2} = 2$$

$$a = \bar{D} - b\bar{t} = 9 - 2 \times 2 = 5 \quad D = 5 + 2t$$

دوره	۱	۲	۳
تقاضای واقعی	۵	۱۳	۹
تقاضای پیش‌بینی	۷	۹	۱۱
مجذور خطا	۴	۱۶	۴

$$\text{متوسط مجذور خطا} = \frac{4 + 16 + 4}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

۳. گزینه ۲

$$TCA = \frac{k^*}{r} \quad TCH = \frac{k^*}{r} \times \frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h} \quad TCB = \frac{k^*}{r} \times \frac{h}{\hat{\pi} + h}$$

$$\hat{\pi} = h \quad TCB = \frac{k^*}{r} \times \frac{1}{2} = \frac{k^*}{4} \quad TCB = \frac{1}{2} TCA$$

۴. گزینه ۳

$$Q_w = \sqrt{\frac{rAD}{h}} = \sqrt{\frac{rAD}{h_1 + 2h_2}} = \sqrt{\frac{rAD}{ic + 2w}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 10}{10 + 16}} = 8.77 \begin{matrix} \nearrow 5 \\ \searrow 10 \end{matrix}$$

از نکته حالت خاص عدد بزرگتر جواب بهینه است.

$$\frac{h(Q - n)}{\frac{r}{AD}} = \frac{26 \times 5}{\frac{2}{100 \times 10}} = 0.65$$

۵. گزینه ۳

$$Q^* = \sqrt{\frac{rA(D - P)}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 1000}{20}} = 100$$

۶. گزینه ۳

$$F_D(R^*) = 1 - e^{-\lambda R^*} = 1 - e^{-0.1 R^*} = \frac{v + \pi - c}{v + \pi + H} = \frac{100 + 10 - 50}{100 + 10 - 20} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

$$e^{-0.1 R^*} = \frac{1}{3} \rightarrow -0.1 R^* = \ln \frac{1}{3} \quad R^* = 10 \ln 3$$

$$Q^* = 10 \ln 3 - 5$$

۷. گزینه ۲

$$\mu_{D_L} = \bar{D} \quad SS = -\mu_{D_L} (1 + \ln(1-p))$$

$$SS = B \quad B = -\bar{D}(1 + \ln 0.1) = \bar{D}(\ln 10 - 1)$$

$$\frac{B}{\bar{D}} = \ln 10 - 1$$

۸. گزینه ۱

$$1-p = \frac{h}{\pi} \times T = \frac{T}{T_b} = \frac{1}{2} = 0.5 = \frac{h}{\pi} \times \frac{1}{2} \quad \frac{h}{\pi} = 1$$

۹. گزینه ۲

در توزیع متقارن نرمال با توجه به اینکه سطح خدمت ۵۰٪ می‌باشد موجودی اطمینان صفر است.

۱۰. گزینه ۴

مقادیر Q_w نزولی است مدل محدودیت انبارهای اضافی است از بازه اول شروع می‌کنیم تا به Q_w مجاز برسیم پس نقاط کاندید $\{110, 100, 50\}$ هستند و ۳ بار باید تابع هزینه محاسبه گردد.

آزمون دوازدهم

۱. در یک واحد صنعتی با توجه به محدودیت‌های موجود، به جای مقدار سفارش اقتصادی به اندازه ۲ برابر آن سفارش داده‌ایم. تفاوت کل هزینه‌های متغیر سالیانه کدام است؟

$$(۱) \frac{A}{T^*} \quad (۲) \frac{A}{T} \quad (۳) \frac{A}{2T} \quad (۴) \frac{A}{2T^*}$$

۲. در یک مدل خرید، مقدار سفارش اقتصادی ۱۰۰ واحد کالا بوده است. اگر تصمیم به تولید همان کالا گرفته و پارامترها تغییری نکنند و در مدت زمان $\frac{3}{4}$ کل دوره، تولید داشته باشیم، فاصله بین دو زمانی که سطح موجودی $\frac{1}{4}$ مقدار سفارش اقتصادی است را به دست آورید.

$$(۱) \frac{3T}{4} \quad (۲) \frac{T}{4} \quad (۳) \frac{T}{3} \quad (۴) \frac{T}{2}$$

۳. تقاضای سالیانه کالایی ۴۰۰ تن و هزینه سفارش‌دهی آن ۲۰۰ واحد پولی و قیمت هر تن از آن مواد ۱۰۰۰ تومان و هزینه بیمه و آتش‌سوزی و... برابر ۴ درصد موجودی در سال می‌باشد. اگر هزینه انبار بر مبنای حداکثر موجودی محاسبه گردد و به ازای هر مترمربع ۱۰ واحد پولی باشد و هزینه کمبود هر تن از مواد ۱۰۰ واحد پولی باشد و همچنین بدانیم هر کالا ۳ مترمربع فضا اشغال می‌کند، مقدار سفارش اقتصادی برابر است با:

$$(۱) ۴۰ \quad (۲) ۱۴۰ \quad (۳) ۸۰ \quad (۴) ۲۰$$

۴. در یک مدل ساده قطعی کنترل موجودی مصرف سالیانه ۲۰۰۰ واحد و مدت زمان تحویل ۶ ماه می‌باشد. در صورتی که مقدار سفارش اقتصادی ۱۰۰ واحد تعیین شده باشد، متوسط تعداد سفارشات در راه چقدر است؟

$$(۱) ۱۰۰۰ \quad (۲) ۱۰ \quad (۳) ۲۰۰۰ \quad (۴) ۲۰۰$$

۵. در صورتی که مدل سفارش اقتصادی با فرض مجاز بودن کمبود به صورت پس‌افت داشته باشیم و مقدار سفارش اقتصادی ۳ برابر حداکثر موجودی باشد، نسبت هزینه نگهداری به هزینه کمبود هر واحد را به دست آورید.

$$(۱) \frac{1}{3} \quad (۲) \frac{1}{2} \quad (۳) ۲ \quad (۴) ۳$$

۶. یک سیستم موجودی شامل ۲ دوره است. تقاضا در طول دوره‌ها به شرح جدول زیر است. در صورتی که سفارش‌دهی در ابتدای دوره‌ها صورت گیرد و مدت زمان تحویل صفر باشد و مقادیر سفارش برای دوره‌های اول و دوم و سوم به ترتیب ۱۸ و ۱۴ و ۶ باشد و مقادیر سفارش با احتمال ۰/۸ دریافت شود و با احتمال ۰/۲ دریافت نشوند و همچنین هزینه نگهداری هر واحد کالا ۱۰ واحد پولی و هزینه کمبود هر واحد ۵ واحد پولی باشد، متوسط هزینه سیستم موجودی کدام است؟

D_1	D_2	D_3
۴	۸	۶

(۱) ۱۲۰ (۲) ۱۹۲ (۳) ۱۷۵/۵ (۴) ۱۲۸/۵

۷. در یک سیستم کنترل موجودی پارامتریک (T, r, R) که دوره سفارش آن ثابت می‌باشد، با کاهش دادن هزینه سفارش‌دهی و ثابت باقی ماندن سایر عوامل می‌توان گفت:

(۱) r و R هر دو افزایش می‌یابد. (۲) r افزایش و R کاهش می‌یابد.

(۳) r و R ثابت باقی می‌مانند. (۴) r افزایش و R ثابت باقی می‌ماند.

۸. تقاضا در طی مدت زمان تحویل دارای توزیع نرمال با میانگین $100t$ و انحراف معیار $50\sqrt{t}$ می‌باشد. در صورتی که در اثر مشکلات بازاریابی میزان انحراف معیار از $50\sqrt{t}$ به $80\sqrt{t}$ افزایش یابد؛ می‌توان گفت:

(۱) احتمال کمبود کاهش می‌یابد. (۲) ممکن است سطح سرویس افزایش یابد.

(۳) ممکن است ذخیره اطمینان افزایش یابد. (۴) هیچ کدام

۹. در یک سیستم موجودی که بر اساس دوره سفارش ثابت است و مدت زمان تحویل ۴ ماه و دوره سفارش ۵ ماه می‌باشد؛ در صورتی که تقاضا در طی ۹ ماه دارای توزیع نمایی با میانگین ۱۰۰ باشد و ذخیره اطمینان ۴۰ واحد باشد، احتمال کمبود مورد انتظار در یک دوره را به دست آورید.

(۱) $1 - e^{-1}$ (۲) e^{-1} (۳) $e^{-1/4}$ (۴) $1 - e^{-1/4}$

۱۰. کدامیک از عبارت زیر صحیح است؟

(۱) در روش هموارسازی نمایی افزایش α به معنی اهمیت بیشتر به داده‌های اخیر است.

(۲) در میانگین متحرک اگر نوسان داده‌ها کم باشد N کوچکتر انتخاب می‌گردد.

(۳) در روش هموارسازی نمایی خطای پیش‌بینی منفی باعث می‌گردد پیش‌بینی دوره بعد بیشتر از دوره قبل باشد.

(۴) روش میانگین متحرک دابل منجر به نتایج یکسان با روش میانگین متحرک تصحیح شده می‌گردد.

پاسخ آزمون دوازدهم

۱. گزینه ۴

$$k(Q') = 1/25 k(Q^*)$$

$$k(Q^*) = \frac{2A}{T^*} \rightarrow \Delta k(Q) = \frac{A}{2T^*}$$

۲. گزینه ۴

$$Q_w = 100$$

$$t_p = \frac{2}{4} T \Rightarrow \frac{D}{P} = \frac{2}{4}$$

$$I_{\max} = Q_w \sqrt{1 - \frac{D}{P}} = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

$$I_1 = \frac{100}{4} = 25 \quad \frac{I_{\max} - I_1}{I_{\max}} = \frac{t}{T} \quad t = \frac{25}{50} T = \frac{1}{2} T$$

۳. گزینه ۱

$$D = 400$$

$$A = 200 \quad h = h_1 + 2h_2 = ic + 2w = \frac{4}{100} \times 1000 + 2 \times 10 \times 3 = 40 + 60 = 100$$

$$C = 1000 \quad \pi D \quad ? \quad \sqrt{2ADh}$$

$$i = 4\% \quad 40000 \quad ? \quad \sqrt{2 \times 200 \times 400 \times 100}$$

$$W = 10 \quad 40000 > 4000$$

$$\pi = 100$$

پس کمبود صرفه اقتصادی ندارد.

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 400}{100}} = 40$$

۴. گزینه ۲

$$DL = \text{متوسط مواد در سفارش} = 2000 \times \frac{6}{12} = 1000$$

$$\frac{DL}{Q^*} = \frac{1000}{100} = 10$$

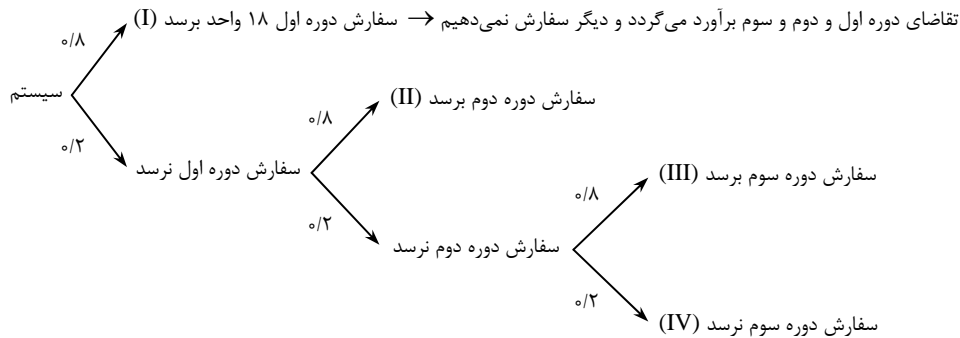
۵. گزینه ۳

$$Q^* = 2I_{\max}^* \quad Q^* = 2(Q^* - b^*) \quad 2Q^* = 2b^*$$

$$b^* = \frac{2}{3} Q^* = \frac{h}{\hat{c} + h} Q^*$$

$$2\hat{c} + 2h = 3h \quad h = 2\hat{c} \quad \frac{h}{\hat{c}} = 2$$

۶. گزینه ۳



$$I) \quad \circ/8(8 \times 1 \times 10 + 6 \times 2 \times 10) = 160$$

$$II) \quad \circ/2 \times \circ/8 \times (4 \times 5 + 6 \times 1 \times 10) = 12/8$$

$$III) \quad \circ/2 \times \circ/2 \times \circ/8(12 \times 5) = 1/92$$

$$IV) \quad \circ/2 \times \circ/2 \times \circ/2(18 \times 5) = \circ/72$$

جمع کل = ۱۷۵/۵

۷. گزینه ۴

$$A \downarrow \rightarrow Q^* \downarrow \rightarrow r^* \uparrow$$

ولی R بزرگ ثابت باقی می‌ماند.

۸. گزینه ۳

احتمال کمبود افزایش یابد
 سطح خدمت کاهش یابد
 ذخیره اطمینان افزایش یابد

وقتی انحراف معیار افزایش می‌یابد ممکن است

۹. گزینه ۳

$$D_{L+T} \sim \text{EXP}\left(\frac{1}{100}\right) \quad \mu_{D_{L+T}} = 100$$

$$R = \mu_{D_{L+T}} + SS = 100 + 40 = 140$$

$$P(\text{کمبود}) = \int_{140}^{\infty} \frac{1}{100} e^{-\frac{1}{100}t} dt = e^{-\frac{140}{100}} = e^{-1.4}$$

۱۰. گزینه ۱

آزمون سیزدهم

۱. کدام یک از جملات زیر صحیح نیست؟

- (۱) هزینه نگهداری وابسته به زمان است.
- (۲) بازرسی کلی و بازرسی نمونه‌ای به ترتیب جزو هزینه‌های خرید و سفارش‌دهی می‌باشند.
- (۳) هزینه خرید وابسته به مقدار یا تعداد کالا می‌باشد.
- (۴) موقعیت موجودی به صورت تدریجی افزایش می‌یابد.

۲. در یک سیستم موجودی، مقدار تقاضای سالیانه برابر ۱۶۰,۰۰۰ واحد و هزینه هر بار سفارش‌دهی برابر ۴۰۰ واحد پولی می‌باشد. اگر شیب منحنی هزینه نگهداری در نقطه بهینه برابر یک باشد، آنگاه مقدار سفارش اقتصادی کدام است؟

- (۱) ۱۲۸,۰۰۰ (۲) ۴,۰۰۰ (۳) ۸,۰۰۰ (۴) ۶۴,۰۰۰

۳. در مدل EOQ که تقاضا به صورت بسته‌ای می‌باشد، اگر هزینه سفارش‌دهی ۶۵ واحد پول و هزینه نگهداری یک واحد کالا در یک دوره زمانی، ۳۲۵ واحد پولی و تقاضای سالیانه ۱۰۰۰ واحد باشد و بدانیم که تقاضا در هر بار ۶ واحد است، مقدار سفارش اقتصادی را تعیین کنید.

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۲۳ (۴) ۱۸

۴. مقدار سفارش کالایی برابر ۴۰۰ واحد است. کل هزینه‌های نگهداری آن برابر ۱۰۰۰ تومان در سال و کل هزینه‌های سفارش‌دهی آن برابر ۷۰۰۰ تومان در سال است. چنانچه مقدار سفارش را به ۸۰۰ واحد تغییر دهیم، جمع هزینه‌های متغیر آن نسبت به قبل چه تغییری می‌کند؟

- (۱) ۳۲ درصد کاهش (۲) ۲۵ درصد کاهش (۳) ۶۸ درصد کاهش (۴) ۲۵ درصد افزایش

۵. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

- (۱) همیشه موجودی در دست در لحظه صدور سفارش برابر Q می‌باشد.
- (۲) در حالتی که $L > T$ است تعداد سفارشات در راه m یا $m + 1$ می‌باشد.
- (۳) متوسط تعداد سفارشات در راه $D.L$ می‌باشد.
- (۴) متوسط موجودی در راه $\frac{D.L}{Q}$ می‌باشد.

۶. در انباری ۲۰۰ تن ذخیره اطمینان داریم؛ هزینه نگهداری هر تن کالا در سال ۳۰۰۰ ریال است و کل هزینه‌های سالیانه تدارکاتی ۱۹۵,۰۰۰ ریال و کل هزینه‌های نگهداری کالا در انبار در سال ۷۰۰,۰۰۰ ریال است. در این شرایط کدام یک از گزاره‌ها صحیح است؟

(۱) مقدار سفارش کالا اقتصادی بوده است.

(۲) مقدار سفارش کالا بیشتر از مقدار EOQ بوده است.

(۳) مقدار سفارش کالا کمتر از مقدار EOQ بوده است.

(۴) هیچ‌کدام

۷. در مدل EOQ با افزایش پارامترهای A و W و مقدار Q^* و $k(Q^*)$ چه تغییری می‌کنند؟

(A : هزینه سفارش‌دهی، W : هزینه ثابت که به قیمت موجودی بستگی ندارد، L : مدت زمان تحویل)

(۱) Q^* : کاهش، کاهش، تغییر نمی‌کند. $K(Q^*)$: افزایش، افزایش، تغییر نمی‌کند.

(۲) Q^* : کاهش، تغییر نمی‌کند، تغییر نمی‌کند. $K(Q^*)$: کاهش، افزایش، افزایش.

(۳) Q^* : افزایش، کاهش، تغییر نمی‌کند. $K(Q^*)$: افزایش، افزایش، تغییر نمی‌کند.

(۴) Q^* : افزایش، کاهش، تغییر نمی‌کند. $K(Q^*)$: افزایش، کاهش، تغییر نمی‌کند.

۸. در مدل ساده موجودی که نرخ تقاضا ثابت و معلوم و کمبود در آن جایز نیست، مدت زمان تحویل

۳/۵ ماه و مقدار سفارش اقتصادی ۱۰۰ واحد و تقاضای سالیانه ۱۲۰۰ واحد است. موجودی خالص

در دست و متوسط مقدار سفارش (موادی که سفارش داده شده و هنوز دریافت نشده است) به

ترتیب از راست به چپ کدامند؟

(۱) ۱۵۰ - ۳۵۰ (۲) ۳۵۰ - ۵۰ (۳) ۵۰ - ۳۵۰ (۴) ۵۰ - ۳۰۰

۹. کارخانه لبنیاتی‌ای یکی از مواد اولیه خود را وارد می‌کند، قیمت هر تن این ماده ۱۷۰۰ تومان و

هزینه‌های حمل‌ونقل و سایر هزینه‌های بیمه، گمرکی و غیره تا انبار کارخانه برای هر تن ۳۰۰ تومان

می‌باشد. مقدار مصرف این مواد اولیه در کارخانه ۹۰۰ تن در سال بوده و هزینه هر بار سفارش‌دهی

۹۰۰۰ تومان است. بیمه و مالیات بر موجودی در انبار در سال برابر ۱۰۰ تومان برای هر تن در سال،

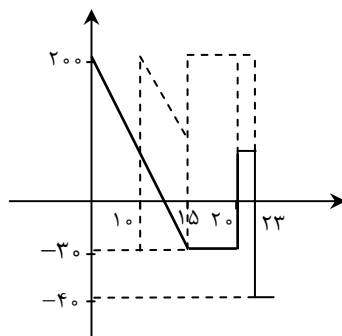
درصد نرخ هزینه نگهداری ۱۷٪ و سایر هزینه‌های انبارداری برابر ۶۰ تومان در سال برای هر تن

می‌باشد. Q ویلسون را محاسبه کنید.

(۱) ۲۷۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۸۰

۵۰۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۰. نمودار زیر، تغییرات موجودی خالص و موقعیت موجودی کالایی در طی ۲۳ روز را نشان می‌دهد. در صورتی که بدانیم نقطه سفارش و طول مدت تحویل در طول ۲۳ روز گذشته ثابت بوده است، آنگاه تعداد دفعات سفارش و طول مدت تحویل برابر چند بار و چند روز می‌باشد؟



۱۰ و ۴ (۴)

۱۰ و ۳ (۳)

۱۰ و ۲ (۲)

۸ و ۲ (۱)

پاسخ آزمون سیزدهم

۱. گزینه ۴

موقعیت موجودی هیچ‌وقت به صورت تدریجی افزایش پیدا نمی‌کند زیرا، صدور سفارش به صورت آنی می‌باشد.

۲. گزینه ۳

$$\frac{h}{2} = 1 \rightarrow h = 2 \text{ شیب}$$

$$\text{در نقطه بهینه داریم: } \frac{AD}{Q^*} = \frac{hQ^*}{2} \rightarrow \frac{400 \times 160,000}{Q^*} = \frac{2 \times Q^*}{2} \rightarrow Q^* = 8000$$

۳. گزینه ۴

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 65 \times 1000}{325}} = 20 \left\{ \begin{array}{l} Q^* = 18 \rightarrow 18(18-6) \leq 20^2 \leq 18(18+6) \rightarrow \checkmark \\ Q^* = 24 \rightarrow 24(24-6) \leq 20^2 \leq 24(24+6) \rightarrow \times \\ Q^*(Q^* - n) \leq \frac{2AD}{h} \leq Q^*(Q^* + n) \end{array} \right.$$

۴. گزینه ۱

چونکه مدل سفارش اقتصادی نمی‌باشد بنابراین از رابطه $\frac{k}{k^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right)$ نمی‌توان استفاده کرد.

$$Q_1 = 400, k_1 = \frac{AD}{Q_1} + \frac{hQ_1}{2} = 7000 + 1000 = 8000$$

$$\frac{AD}{Q_1} = 7000 \rightarrow \frac{AD}{400} = 7000 \rightarrow AD = 2,800,000$$

$$\frac{hQ_1}{2} = 1000 \rightarrow \frac{h \times 400}{2} = 1000 \rightarrow h = 5$$

$$Q_2 = 800 \rightarrow k_2 = \frac{AD}{Q_2} + \frac{hQ_2}{2} = \frac{2,800,000}{800} + \frac{5 \times 800}{2} = 3500 + 2000 = 5500$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{5500}{8000} = 0.6875 = 68.75\%$$

بنابراین k_2 نسبت به k_1 ، ۳۲ درصد کاهش پیدا می‌کند.

۵. گزینه ۲

گزینه ۱ ← غ ، همیشه موجودی در دست در لحظه صدور سفارش برابر صفر است.

گزینه ۳ ← غ ، متوسط تعداد سفارشات در راه $\frac{D.L}{Q}$ می‌باشد.

گزینه ۴ ← غ ، متوسط موجودی در راه D.L می‌باشد.

۶. گزینه ۳

$$SS = 200$$

مدل EOQ با در نظر گرفتن هزینه اجاره انبار به صورت یک مبلغ ثابت:

$$TC(Q) = \frac{AD}{Q} + \underbrace{\frac{hQ}{2}}_{TCH} + W + CD$$

برای مقایسه هر Q نسبت به Q^* باید W را حذف کرد.

$$\text{هزینه متغیر نگهداری} = 700,000 - 200 \times 3000 = 100,000$$

$$195,000 > 100,000 \rightarrow Q < EOQ$$

۷. گزینه ۳

۸. گزینه ۲

$$L = 3/5 \text{ ماه} = \frac{3/5}{12} \text{ سال}$$

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{100}{1200} = \frac{1}{12}$$

$$m = \left\lceil \frac{L}{T} \right\rceil = \left\lceil \frac{3/5}{1/12} \right\rceil = 3$$

$$r = DL - mQ \rightarrow r = 1200 \times \frac{3/5}{12} - 3 \times 100 = 50$$

$$DL = 1200 \times \frac{3/5}{12} = 350$$

۹. گزینه ۴

$$C = 1700 + 300 = 2000$$

$$h = iC + W = 0.17 \times 2000 + 60 + 100 = 500$$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 9000 \times 900}{500}} = 180$$

۱۰. گزینه ۲

نقاط سفارش‌دهی: ۱۵ و ۱۰

سفارشی که در زمان $t = ۱۰$ داده شده در زمان $t = ۲۰$ تحویل داده شده است که زمان تحویل $L = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰$

برای تعداد دفعات سفارش به موقعیت موجودی نگاه می‌کنیم.

برای طول مدت تحویل به نمودار موجودی خالص نگاه می‌کنیم.

آزمون چهاردهم

۱. یک شرکت تأمین‌کننده، اخیراً پیشنهادی مبنی بر ارسال محصولات صرفاً از طریق بسته‌های k تایی ارائه نموده است. از آنجایی که شرکت ما، سابقاً سفارشات خود را به میزان Q_w و بر اساس مدل EOQ انجام می‌داد، مجبور به پذیرش پیشنهاد شرکت تأمین‌کننده گردید. حال اگر با ثابت ماندن سایر پارامترها، می‌خواستیم محصولات مورد نیاز را با نرخ تولید P در کارخانه خودمان تولید کنیم، A و B به ترتیب بیانگر مقادیر تولید اقتصادی و حداکثر موجودی در دست بودند. با توجه به شرایط جدید و اطلاعات تکمیلی زیر، کدام نتیجه‌گیری در مورد حالت بهینه صحیح است؟ ([] بیانگر جزء صحیح می‌باشد)

$$\begin{aligned} \frac{K}{B} \left[\frac{Q_w}{K} \right] \left(K \left[\frac{Q_w}{K} \right] + K \right) &< A & B &> \left(K \left[\frac{Q_w}{K} \right] + K \right) \frac{K}{A} \left[\frac{Q_w}{K} \right] \\ A &> \left(\frac{K}{B} \left[\frac{Q_w}{K} \right] - \frac{rK}{B} \right) \left(K \left[\frac{Q_w}{K} \right] - rK \right) & B &< \left(\frac{K}{A} \left[\frac{Q_w}{K} \right] + \frac{K}{A} \right) \left(K \left[\frac{Q_w}{K} \right] + rK \right) \\ B &< \left(\frac{K}{A} \left[\frac{Q_w}{K} \right] + \frac{K}{A} \right) \left(K \left[\frac{Q_w}{K} \right] + rK \right) & \frac{K}{B} \left[\frac{Q_w}{K} \right] \left(K \left[\frac{Q_w}{K} \right] - K \right) &< A \end{aligned}$$

(۱) حتماً؛ مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی > مجموع هزینه‌های نگهداری

(۲) ممکن است؛ مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی < مجموع هزینه‌های نگهداری

(۳) ممکن است؛ مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی = مجموع هزینه‌های نگهداری (به شرط آنکه $K < Q_w$)

(۴) حتماً؛ مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی = مجموع هزینه‌های نگهداری

۲. سیاست مدیریت یک شرکت، در گذشته به گونه‌ای بوده است که اقلام ضروری خود را از طریق ارائه سفارش با فرض مجاز بودن کمبود به صورت پس‌افت، به میزان اقتصادی ۱۰ واحد تأمین کند، به شرط آنکه مجموع هزینه‌های کمبود، نصف مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی باشد. اخیراً مدیریت در سیاست خود تجدیدنظر کرده و تمایل دارد این اقلام ضروری را در کارخانه خود تولید کند، به شرط آنکه دیگر به هیچ کمبودی مجاز نباشد. حال با این تفاسیر و با علم به اینکه شرکت این پتانسیل را دارد که نسبت تولید اقتصادی به متوسط موجودی بهینه، برابر ۴ باشد، با فرض ثابت بودن سایر شرایط، بررسی کنید مقدار تولید اقتصادی در مقایسه با مقدار سفارش اقتصادی، دچار چه تغییری می‌شود؟

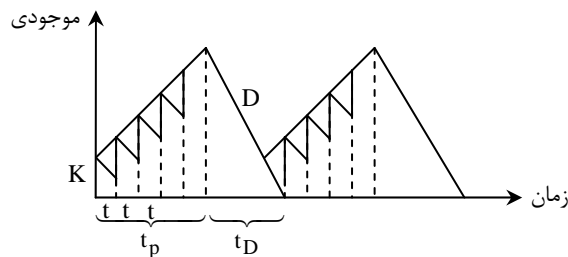
(۱) بیشتر می‌شود.

(۲) اطلاعات مسأله کافی نیست و با این شرایط نمی‌توان اظهارنظر قطعی کرد.

(۳) بدون تغییر باقی می‌ماند.

(۴) کمتر می‌شود.

۳. در یک مدل تولیدی که نرخ تقاضا برابر D و نرخ ثابت تولید برابر P می‌باشد، سفارشات پس از تولید، تحویل شرکت داده می‌شود. حال اگر یک پیمانکار، پس از تولید سفارش، تصمیم بگیرد آن را در بسته‌های k تایی و در طی m مرحله به شرکت تحویل دهد، با فرض اینکه هزینه هر بار حمل، C واحد پولی باشد، کدام یک از روابط زیر در ارتباط با کل هزینه حمل سالیانه محصول (TT) می‌تواند درست باشد؟



$$TT = m \frac{C}{K} \quad (۴) \quad TT = C \frac{D}{K} \quad (۳) \quad TT = C \frac{D}{Q} \quad (۲) \quad TT = \frac{mk}{C} \quad (۱)$$

۴. در دو مدل سفارش‌دهی «الف» و «ب» که وجود کمبود و به صورت پس افت در هر دوی آن‌ها بلامانع است، اگر هزینه کمبود وابسته به زمان، صفر و هزینه کمبود مستقل از زمان، برابر a باشد، با توجه به برقرار بودن شرایط زیر برای هزینه‌های سالیانه سیاست بهینه در هر یک از مدل‌های مطرح‌شده، در مورد سیستم موجودی آن‌ها، چه اظهارنظری می‌توان کرد؟ ($a > 0$)

$$\text{در مدل سفارش‌دهی (الف): } K(Q^*) = \pi D$$

$$\text{در مدل سفارش‌دهی (ب): } K(Q^*) = \sqrt{2DAh}$$

(۱) در مدل «الف» سیستم موجودی برقرار است و همچنین در این حالت، مدل به مدل ساده EOQ تبدیل می‌شود، ولی در مدل «ب»، فاقد سیستم موجودی هستیم.

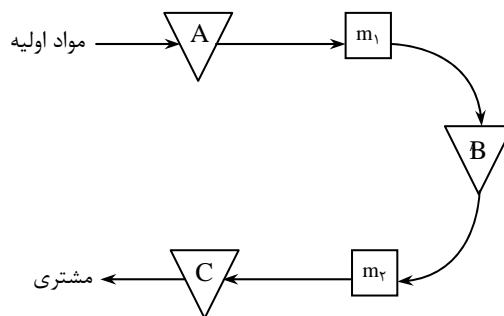
(۲) در هر دو مدل «الف» و «ب»، سیستم موجودی برقرار است، با این تفاوت که در مدل «الف»، مدل به مدل ساده EOQ تبدیل می‌شود.

(۳) در مدل «الف» فاقد سیستم موجودی هستیم و مدل به مدل ساده EOQ تبدیل می‌شود و همچنین در مدل «ب» نیز فاقد سیستم موجودی هستیم.

(۴) در مدل «الف» فاقد سیستم موجودی هستیم و در مدل «ب» سیستم موجودی برقرار است و مدل به مدل ساده EOQ تبدیل می‌شود.

۵۰۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۵. در یک کارخانه تولیدی، مواد اولیه در هر بار به اندازه Q واحد، وارد انبار A شده و پس از طی مراحل تولیدی توسط ماشین‌های موازی M_1 و M_2 ، با سرعت P_1 و P_2 وارد انبار می‌شوند و از آنجا با سرعت ثابت V به دست مشتری می‌رسد. متوسط موجودی انبار B چقدر است؟ ($P_1 > P_2 > V$)



$$(1) \quad \frac{Q}{V} \left(\frac{V}{P_1} - \frac{V}{P_2} \right) \quad (2) \quad \frac{Q}{V} \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1} \right) \quad (3) \quad Q \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1} \right) \quad (4) \quad \frac{QV}{P_2}$$

۶. در یک مدل تولیدی که در آن نرخ تولید و نرخ تقاضا برابر P و D می‌باشد، می‌دانیم کالای تولیدشده، زوال‌پذیر بوده و در هر واحد زمانی به میزان $\alpha\%$ از سطح موجودی در دست آن کاسته می‌شود. اگر در یک بازه زمانی t_1 تا T ، ماشین به اندازه t_1 واحد زمانی در تولید مشارکت داشته باشد و باقی‌مانده زمان را بیکار باشد، کدام گزینه بیانگر شرایط مدل تولیدی معرفی شده می‌باشد؟ ($I(t)$ بیانگر مصرف موجودی در دست در لحظه (t) می‌باشد)

$$(1) \quad \frac{dI(t)}{dt} + \alpha I(t) - P + D = 0; \quad t_1 \leq t \leq T$$

$$(2) \quad \frac{dI(t)}{dt} - \alpha I(t) + P - D = 0; \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$(3) \quad \frac{dI(t)}{dt} + \alpha I(t) - P + D = 0; \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$(4) \quad \frac{dI(t)}{dt} - \alpha I(t) + P - D = 0; \quad t_1 \leq t \leq T$$

۷. در یک سیستم کنترل موجودی که از مدل ساده ویلسون پیروی می‌کند، کمبود به صورت فروش از دست رفته مجاز است. اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی کاهش یابد، در این صورت در مورد مقدار سفارش اقتصادی چه اظهارنظری می‌توان کرد؟

(۱) الزاماً ثابت باقی می‌ماند. (۲) الزاماً افزایش می‌یابد.

(۳) نمی‌توان اظهارنظر کرد. (۴) الزاماً کاهش می‌یابد.

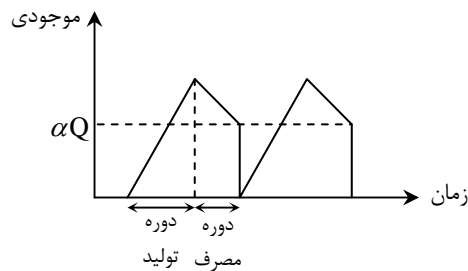
۸. میزان سفارش اقتصادی کالایی در یک سیستم موجودی وقتی کمبود مجاز نیست، برابر ۴۰۰۰ تن و نقطه سفارش مجدد بر حسب موجودی در دست به علاوه سفارش در راه برابر ۱۵۳۰ تن محاسبه شده است. همچنین در صورتی که وجود کمبود بلامانع باشد، مقدار سفارش اقتصادی برابر ۵۰۰۰ تن خواهد بود. وضعیت سیستم موجودی در لحظه صدور سفارش کدام است؟

(۱) موجودی انبار ۷۲۰ تن خواهد بود. (۲) به میزان ۲۷۰ تن کمبود وجود دارد.

(۳) به میزان ۱۸۰۰ تن کمبود وجود دارد. (۴) موجودی انبار و کمبود، هر دو برابر صفر است.

۹. اگر نمودار موجودی نسبت به زمان، در یک مدل دریافت تدریجی به صورت زیر باشد، با توجه به اطلاعات داده شده، به ترتیب دوره مصرف چقدر است و در چند درصد از کل زمان سیکل، مصرف صورت می‌گیرد؟

(D: نرخ تقاضای سالیانه؛ P: نرخ دریافت (تولید) سالیانه؛ Q مقدار سفارش اقتصادی ($\alpha \in (0,1)$))



$$1 - \frac{2}{\alpha}, \frac{\alpha Q}{(1-\alpha)P} \quad (2) \quad 1 - 2\alpha, \frac{Q}{D} \left((1-\alpha) - \frac{D}{P} \right) \quad (1)$$

$$1 - \alpha, Q \left(\alpha - \frac{D}{P} \right) \quad (4) \quad \alpha, \frac{Q}{2\alpha} \left(1 - \frac{D}{P} \right) \quad (3)$$

۱۰. در یک مدل EOQ با فرض اینکه کمبود مجاز است، اگر هزینه کمبود وابسته به زمان، ربع هزینه نگهداری واحد موجودی در واحد زمان باشد، نسبت متوسط موجودی به ربع مقدار کمبود بهینه برابر است با

$$10 \quad (4) \quad \frac{1}{10} \quad (3) \quad \frac{4}{10} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (1)$$

پاسخ آزمون چهاردهم

۱. گزینه ۱

با توجه به رابطه زیر:

$$A \times B = I_{\max} \times Q_{EPQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \sqrt{\frac{P-D}{P}} \times \sqrt{\frac{2AD}{h}} \sqrt{\frac{P}{P-D}} = Q_w \times Q_w$$

بنابراین واضح است که رابطه $A \times B = Q_w \times Q_w$ برقرار است. پس مقدار سفارش اقتصادی ۲

$$\text{حالت دارد: } k \left[\frac{Q_w}{k} \right] + k \text{ یا } k \left[\frac{Q_w}{k} \right]$$

از طرفی کاملاً مشخص است که در نامعادلات ارائه‌شده در صورت سوال، دو نامعادله وسطی، همواره برقرار هستند. حال باید از بین ۴ نامعادله باقیمانده، روابط زیر را بررسی کنیم:

این حالت برقرار نیست:

$$Q^* = k \left[\frac{Q_w}{k} \right] \rightarrow k \left[\frac{Q_w}{k} \right] \left(k \left[\frac{Q_w}{k} \right] - k \right) < Q_w \times Q_w < k \left[\frac{Q_w}{k} \right] \left(k \left[\frac{Q_w}{k} \right] + k \right)$$

برقرار هست:

$$Q^* = k \left[\frac{Q_w}{k} \right] + k \rightarrow \left(k \left[\frac{Q_w}{k} \right] + k \right) k \left[\frac{Q_w}{k} \right] < Q_w \times Q_w < \left(k \left[\frac{Q_w}{k} \right] + k \right) \left(k \left[\frac{Q_w}{k} \right] + 2k \right)$$

بنابراین مقدار سفارش بهینه به اندازه $k \left[\frac{Q_w}{k} \right] + k$ خواهد بود که از مقدار Q_w بیشتر است. پس حتماً در حالت بهینه مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی کمتر از مجموع هزینه‌های نگهداری می‌باشد و گزینه ۱ درست است.

۲. گزینه ۳

(I) مجموع هزینه سفارش در حالت بهینه = مجموع هزینه‌های کمبود در حالت بهینه + مجموع

هزینه‌های نگهداری در حالت بهینه

بررسی مدل سفارش‌دهی اقتصادی بر طبق گفته صورت سوال، داریم:

مجموع هزینه‌های کمبود بهینه = نصف مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی بهینه

بنابراین با جایگذاری آنچه در صورت سوال گفته‌شده، در رابطه (I)، خواهیم داشت:

$$(II) \hat{h} = h \Rightarrow \text{مجموع هزینه‌های کمبود بهینه} = \text{مجموع هزینه‌های نگهداری بهینه}$$

بررسی مدل تولیدی:

$$\bar{I} = \frac{Q^*}{r} \left(1 - \frac{D}{P}\right)$$

$$Q^* = r\bar{I} \rightarrow P = rD \text{ (III)}$$

بنابراین بر اساس رابطه (II) و (III) حاصل شده داریم:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{rAD}{h}} \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} = 10 \Rightarrow \sqrt{\frac{rAD}{h}} \sqrt{r} = 10 \Rightarrow \frac{rAD}{h} = 50$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{rAD}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{\frac{rAD}{h}}{(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{50}{\frac{1}{r}}} = 10$$

$\Rightarrow Q_1 = Q_2 = 10 \Rightarrow$ مقدار سفارش اقتصادی تغییر نمی‌کند و برابر مقدار تولید اقتصادی می‌باشد
بنابراین

۳. گزینه ۳

در شکل داده شده، هر جهشی بیانگر یک بار تحویل با ظرفیت k می‌باشد. همچنین تعداد جهش (تعداد تحویل‌ها) در هر دوره برابر با m می‌باشد. از طرفی می‌دانیم هزینه حمل به تعداد دفعات حمل وابسته است، یعنی در واقع داریم:

(هزینه حمل در هر دوره $= mc$). بنابراین برای محاسبه هزینه حمل سالیانه داریم:

$$TT = mc \frac{D}{Q} = \frac{Q}{K} c \frac{D}{Q} = c \frac{D}{K}$$

۴. گزینه ۴

در حالت کمبود پس‌افت اگر $\hat{\pi} = 0$ و $\pi \neq 0$ باشد، داریم:

$$\text{اگر } \pi D < \sqrt{rDAh} \rightarrow b^* = \infty, Q^* = b^* = \infty, k(Q^*) = \pi D$$

در این حالت سیستم موجودی نداریم.

$$\text{اگر } \pi D > \sqrt{rDAh} \rightarrow b^* = 0, Q^* = Q_w, k(Q^*) = \sqrt{rDAh}$$

در این حالت سیستم موجودی داریم (مدل به مدل ساده ویلسون EOQ) تبدیل می‌شود.

۵. گزینه ۲

$$B = P_1 \text{ (نرخ تولید ماشین (۱) = نرخ ورود به انبار } P_1 \xrightarrow{\text{طبق مدل EPQ کلاسیک}} \begin{cases} P = P_1 \\ D = P_2 \end{cases}$$

$$P_2 = \text{نرخ مصرف انبار } B = \text{نرخ تولید ماشین (۲)} \rightarrow \bar{I} = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{D}{P}\right) = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{Q}{2} \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1}\right)$$

۶. گزینه ۳

$$\frac{dI}{dt} = P - D - \underbrace{\gamma \alpha I(t)}_{\text{رو به زوال رفته و نابود شده}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dI}{dt} + \gamma \alpha I(t) + D - P \\ 0 \leq t \leq t_1 \end{cases}$$

با زمانی در حین تولید مدنظر است

برای بازه $t_1 \leq t \leq T$ نیز داریم:

$$\frac{dI}{dt} = -D - \gamma \alpha I(t)$$

۷. گزینه ۳

در زیر کلیه حالات مختلف فروش از دست رفته بررسی شده است:

$$\begin{cases} ۱) \pi D < \sqrt{2DAh} \rightarrow \hat{T}^* = \infty, Q^* = 0, K(Q^*) = \pi D \xrightarrow{\text{اگر } A \downarrow} Q^* \text{ یا ثابت می‌ماند یا افزایش می‌یابد.} \\ ۲) \pi D > \sqrt{2DAh} \rightarrow \hat{T}^* = 0, Q^* = Q_w, K(Q^*) = \sqrt{2DAh} \xrightarrow{\text{اگر } A \downarrow} Q^* \text{ کاهش می‌یابد.} \\ ۳) \pi D = \sqrt{2DAh} \rightarrow \hat{T}^* = 0, Q^* = Q_w, K(Q^*) = \sqrt{2DAh} \xrightarrow{\text{اگر } A \downarrow} Q^* \text{ کاهش می‌یابد.} \end{cases}$$

بنابراین در حالت کمبود به صورت فروش از دست رفته، با کاهش هزینه هر بار سفارش‌دهی، مقدار سفارش بهینه، ممکن است بنا به شرایط مختلف افزایش یابد، یا کاهش یابد و یا بدون تغییر باقی بماند. پس با این توضیحات، نمی‌توان اظهارنظر در مورد مقدار سفارش اقتصادی اظهار نظر کرد و گزینه ۳ صحیح است.

۸. گزینه ۲

$$Q_w = 4000 \quad Q^* = Q_w \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \rightarrow 5000 = 4000 \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}} \rightarrow \frac{25}{16} = \frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}$$

$$Q^* = 5000 \quad \rightarrow 25\hat{\pi} = 16\hat{\pi} + 16h \rightarrow 9\hat{\pi} = 16h$$

$$r = DL = 1530 \quad b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{\frac{9}{16}\hat{\pi} \times Q^*}{\hat{\pi} + \frac{9}{16}\hat{\pi}} = \frac{\frac{9}{16}\hat{\pi} \times Q^*}{\frac{25}{16}\hat{\pi}} = \frac{9}{25} \times Q^* = \frac{9}{25} \times 5000$$

$$\Rightarrow b^* = 1800$$

$$r' = DL - b^* = ? \quad r' = DL - b^* = 1530 - 1800 = -270$$

۹. گزینه ۱

برای محاسبه دوره مصرف داریم:

$$\tan \alpha = t_d = \frac{I_{\max} - \alpha Q}{D} = \frac{Q(1 - \frac{D}{P}) - \alpha Q}{D} = T(1 - \frac{D}{P}) - \alpha T = T(1 - \frac{D}{P} - \alpha)$$

همچنین برای محاسبه درصدی از کل زمان سیکل که مصرف صورت می‌گیرد نیز داریم:

$$\frac{t_d}{T} = \frac{T(1 - \frac{D}{P} - \alpha)}{T}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\alpha P}{P} - \alpha = 1 - 2\alpha$$

۱۰. گزینه ۳

$$\hat{\pi} = \frac{1}{4}h \rightarrow h = 4\hat{\pi} \Rightarrow \frac{I_{\max}}{b^*} = \frac{\hat{\pi}}{h} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\frac{\bar{I}}{\Delta}}{\frac{b^*}{4}} = ? \Rightarrow \frac{\frac{\bar{I}}{\Delta}}{\frac{b^*}{4}} = \frac{4}{\Delta} \frac{\bar{I}}{b^*} \Rightarrow \frac{4}{\Delta} \frac{I_{\max}}{b^*} = \frac{4}{\Delta} \frac{I_{\max}}{2b^*} \Rightarrow \frac{4}{10} \frac{I_{\max}}{b^*}$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

آزمون پانزدهم

۱. در یک مدل تولیدی که در آن وجود کمبود بلامانع نیست، وقتی میزان موجودی در دست به a برسد، سفارش جدید صورت می‌گیرد. یک خط افقی فرضی به موازات محور زمان و به ارتفاع a رسم کنید، به طوری که در هر دوره نمودار موجودی ۲ بار توسط این خط قطع شود. طول هر دوره را T در نظر بگیرید و فرض کنید نمودار موجودی در دوره اول در زمان‌های $t_1 = b$ و $t_2 = c$ توسط این خط فرضی قطع شده باشد. اگر نرخ دریافت ۲۰۰۰ و نرخ مصرف کالا ۱۰۰۰ واحد در سال باشد و مدت زمان تحویل برابر ۴ ماه و مقدار هر بار سفارش ۱۰۰ واحد تعیین شده باشد، نقطه سفارش مجدد در این دوره کدام است؟ ($b < c$)

(۱) لحظات b و c هر دو نقاط سفارش مجدد می‌باشند.

(۲) لحظه b نقطه سفارش مجدد می‌باشد.

(۳) لحظه c نقطه سفارش مجدد می‌باشد.

(۴) هیچ‌کدام از لحظات b و c نمی‌توانند نقطه سفارش مجدد باشند.

۲. در یک شرکت که سیستم موجودی آن پیرو مدل ساده ویلسون می‌باشد، در صورت اجاره انبار، هزینه، تابعی از حداکثر موجودی خواهد بود. حال اگر هزینه بر اساس واحد پول در هر واحد زمان به ازای هر واحد موجودی در نظر گرفته شود، ادعای کدام گزینه قابل پذیرش است؟
(۱) استفاده از همان مقدار سفارش اقتصادی بلامانع است.

(۲) اگر مقدار کالا به حداکثر موجودی در دست برسد، می‌توان آن را با کالای دیگر تعویض کرد.

(۳) هزینه نگهداری سالیانه در نقطه بهینه به اندازه نصف کل هزینه متغیر سالیانه نیست.

(۴) در نقطه بهینه، کل هزینه سفارش‌دهی سالیانه برابر با کل هزینه نگهداری سالیانه است.

۳. در یک سیستم موجودی، نرخ ورود موجودی به سیستم به اندازه $2t$ و نرخ تقاضای سیستم موجودی به اندازه $4t$ (بر حسب ساعت) و سطح موجودی در ابتدای شروع سیستم موجودی، ۹ واحد است. اگر هزینه هر واحد کمبود ۱۰ تومان در ساعت و هزینه هر واحد کمبود ۶ تومان باشد. در این صورت هزینه کمبود در یک شیفت ۴ ساعته چقدر است؟

(۴) ۷۵

(۳) ۱۰/۳

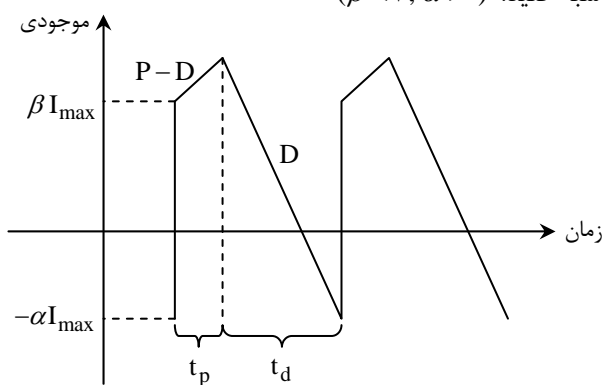
(۲) ۵۷

(۱) ۳/۳

۴. کالای عرضه شده طبق مدل EOQ با نرخ تقاضای D ، فاسدشدنی است. به گونه‌ای که در هر واحد زمانی θ موجودی در دست فاسد شده و در طی یک سیکل در بازه $(0, T)$ ، از سطح موجودی کاسته می‌شود. معادله میزان موجودی در دست در لحظه t ، در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟ ($I(t)$ معرف سطح موجودی در لحظه t می‌باشد).

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{D}{\theta} e^T - e^t \quad (۲) & I(t) &= \frac{D}{\theta} e^T - t^2 \quad (۱) \\ I(t) &= \frac{D}{\theta} (e^{(T-t)} - 1) \quad (۴) & I(t) &= \frac{1}{\theta} e^{-DT} + e^{D(T-t)} \quad (۳) \end{aligned}$$

۵. مطابق نمودار زیر، در یک مدل موجودی با مجاز بودن کمبود، ابتدا با دریافت آنی و سپس با دریافت تدریجی، حداکثر موجودی در دست را به I_{\max} می‌رسانیم و بعد از آن تا پایان دوره فقط مصرف داریم. مدت زمان یک دوره (T) را محاسبه کنید. ($\beta < 1, \alpha > 0$)



$$\begin{aligned} & \frac{I_{\max}(1-\beta)}{P-D} + \frac{I_{\max}(1-\alpha)}{D} \quad (۱) \\ & \frac{P-D}{I_{\max}(1-\beta)} + \frac{D}{I_{\max}(1+\alpha)} \quad (۲) \\ & \frac{I_{\max}(1-\beta)}{P-D} + \frac{I_{\max}(1+\alpha)}{D} \quad (۳) \\ & \frac{P-D}{I_{\max}(1-\beta)} + \frac{D}{I_{\max}(1-\alpha)} \quad (۴) \end{aligned}$$

۶. در یک مدل EOQ با فرض آنکه وجود کمبود به صورت پس افت بلامانع است، اگر x نسبتی از طول یک دوره باشد که میزان خالص موجودی در دست، مقداری کوچک‌تر از صفر به خود می‌گیرد؛ همچنین اگر C هزینه یک واحد کمبود در واحد زمان، f هزینه ثابت هر بار سفارش‌دهی و g هزینه نگهداری واحد موجودی در واحد زمان باشد، مجموع هزینه‌های سالیانه در کدام رابطه آمده است؟

$$\begin{aligned} Q(1-x)^2 g + \frac{Q}{\gamma} x^2 c + \frac{D}{Q} f \quad (۲) & \quad \frac{Q}{\gamma} (1-x) g + Q x^2 c + \frac{D}{Q} f \quad (۱) \\ Q^2 (1-x) g + \frac{Q}{\gamma} x c + \frac{D}{Q} f \quad (۴) & \quad \frac{Q}{\gamma} (1-x)^2 g + \frac{Q}{\gamma} x^2 c + \frac{D}{Q} f \quad (۳) \end{aligned}$$

۷. در یک مدل ساده قطعی کمبود دار که وجود کمبود به صورت پس افت بلامانع است، مقدار سفارش برابر با Q در نظر گرفته شده است. در این حالت کل هزینه نگهداری سالیانه به میزان A تومان از کل هزینه سفارش‌دهی سالیانه کمتر شده است. در این شرایط ادعای کدام گزینه در مورد مقدار سفارش و مقدار سفارش اقتصادی صادق‌تر است؟ (B یک عدد مثبت می‌باشد)

(۱) نمی‌توان با قاطعیت قضاوت کرد. $Q^* - Q = B$ (۲)

(۳) $Q - Q^* = B$ (۴) $Q = Q^*$

۸. در یک سیستم موجودی، مقدار سفارش اقتصادی کالایی برابر با ۲۳۵ واحد است. از طرفی اگر اجاره‌بهای ثابت سالیانه این کالا که در حال حاضر ۵۲۳ واحد پولی می‌باشد، به ۳۵۲ واحد پولی کاهش یابد، مقدار سفارش اقتصادی کالا چقدر خواهد شد؟

(۱) نمی‌توان با قاطعیت قضاوت کرد. (۲) ۳۵۲

(۳) ۲۳۵ (۴) $(523 - 352) \times 235$

۹. در یک سیستم تولیدی، اگر مدت زمان مصرف، ۴ برابر نصف ثلث مدت زمان تولید محصول باشد و حداکثر میزان موجودی برابر ۲۰۰ واحد باشد، مقدار بهینه تولید چقدر خواهد بود؟

(۱) ۵۳۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۳۵۰ (۴) ۵۰۰

۱۰. در یک مدل EOQ کمبود دار از نوع فروش از دست رفته، اگر با افزایش A ، ابتدا مقدار سفارش اقتصادی افزایش و سپس کاهش یابد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) افزایش دادن h تا حدی محدود ممکن است باعث افزایش مقدار سفارش شود.

(۲) افزایش دادن h تا حدی محدود ممکن نیست باعث کاهش مقدار سفارش شود.

(۳) کاهش دادن h تا هیچ مقداری ممکن نیست باعث کاهش مقدار سفارش شود.

(۴) کاهش دادن h تا حدی محدود مقدار سفارش را افزایش نمی‌دهد.

پاسخ آزمون پانزدهم

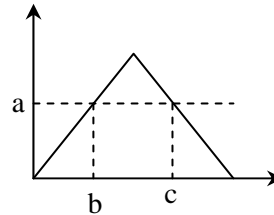
۱. گزینه ۳

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{100}{1000} = 0.1 \text{ سال}$$

$$1 - mT = \frac{4}{12} - \left[\frac{\frac{4}{12}}{\frac{1}{10}} \right] \frac{1}{10} = \frac{1}{30}$$

$$t_d = T(1 - \frac{D}{P}) = \frac{1}{10}(1 - \frac{1000}{2000}) = \frac{1}{20}$$

نقطه سفارش مجدد بر روی یال مصرف قرار دارد $\rightarrow 1 - mT < t_d$



۲. گزینه ۴

می‌دانیم در مدل ویلسون ساده، اگر هزینه اجاره انبار بر حسب حداکثر موجودی باشد، در صورت خالی بودن انبار، نمی‌توان آن فضا را به موجودی دیگری اختصاص داد. از طرفی در این حالت، نقطه سفارش بهینه برابر با $Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h + 2w}}$ است. پس مقدار سفارش نسبت به Q_w تغییر کرده است. همچنین می‌دانیم در این مدل هزینه نگهداری سالیانه برابر با هزینه سفارش‌دهی سالیانه خواهد بود و هزینه متغیر بهینه سالیانه نیز برابر است با:

$$k(Q^*) = TCH^* + TCA^* \xrightarrow{TCH^* = TCA^*} k(Q^*) = TCA^* + TCA^* \rightarrow TCA^* = \frac{k(Q^*)}{2}$$

۳. گزینه ۴

$$NS(t) = NS(0) + \int_0^t (a(t) - d(t)) dt = 9 + \int_0^t (2t - 4t) dt$$

$$= 9 + \int_0^t (-2t) dt = 9 - t^2$$

سطح موجودی بعد از ۳ ساعت به صفر می‌رسد $NS(t) = 0 \rightarrow 9 - t^2 = 0 \rightarrow t = 3$

$$4 \text{ تا } 3 : NS(t) = \int_3^4 (9 - t^2) dt = 9t - \frac{t^3}{3} \Big|_3^4 = -3/3$$

از لحظه ۳ تا ۴: سطح زیر نمودار منفی خواهد شد و این بیانگر آن است که در مدت زمان طی شده از ۳ تا ۴، به اندازه ۳/۳ واحد دارای کمبود هستیم.

۳/۳: مساحت زیر نمودار کمبود

$$NS(t): 9 - t^2 \rightarrow NS(4) = 9 - 4^2 = -7$$

از طرفی در لحظه ۴، مقدار کمبود برابر با ۷ واحد است. بنابراین هزینه کمبود برابر است با:

$$T \text{ تا } 0: \text{کل هزینه کمبود در بازه زمانی } \pi \times (\text{تعداد کمبود}) + \pi \times (\text{مساحت زیر نمودار کمبود}) = 10 \times 3 / 3 + 6 \times 7 = 75$$

۴. گزینه ۴

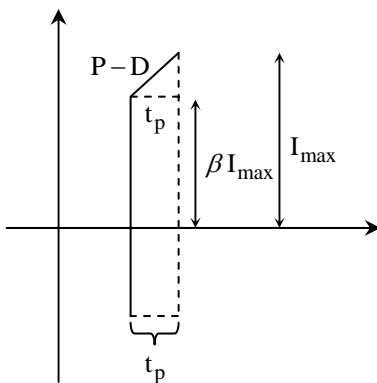
$$\frac{dI(t)}{dt} = -\theta I(t) - D$$

با توجه به حل معادله دیفرانسیل درجه اول داریم:

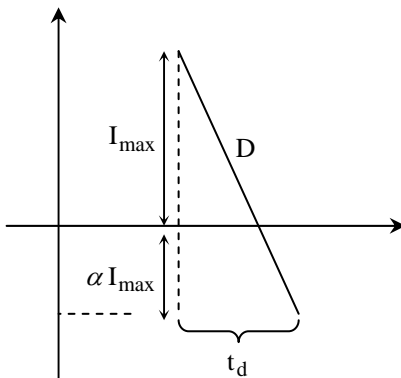
$$y' + p(x)y = q(x) \rightarrow y = e^{-\int p(x)dx} \left[\int q(x)e^{\int p(x)dx} dx \right]$$

$$\begin{aligned} \rightarrow I(t) &= e^{-\int \theta dt} \left[\int -De^{-\int \theta dt} dt \right] \quad 0 < t < T \\ &= \frac{D}{\theta} [e^{\theta(T-t)} - 1] \end{aligned}$$

۵. گزینه ۳



$$P - D = \frac{I_{\max} - \beta I_{\max}}{t_p} \Rightarrow t_p = \frac{I_{\max} (1 - \beta)}{P - D}$$



$$D = \frac{I_{\max} + \alpha I_{\max}}{t_d} \Rightarrow t_d = \frac{I_{\max} (1 + \alpha)}{D}$$

$$\rightarrow T = t_p + t_d = \frac{I_{\max} (1 - \beta)}{P - D} + \frac{I_{\max} (1 + \alpha)}{D}$$

۶. گزینه ۳

هزینه‌های سالیانه در مدل EOQ کمبود دار اگر هزینه کمبود مستقل از زمان، صفر باشد، برابر است با:

$$k = h \frac{(Q-b)^2}{2Q} + \hat{p} \frac{b^2}{2Q} + \frac{AD}{Q} \rightarrow k = \frac{(Q-b)^2}{2Q} g + \frac{b^2}{2Q} c + \frac{D}{Q} f$$

که با توجه به صورت سوال داریم $X = \frac{t_p}{T} = \frac{b}{Q}$. بنابراین:

$$X = \frac{b}{Q} \rightarrow Q - b = Q(1 - x) \rightarrow \frac{(Q-b)^2}{2Q} = \frac{Q(1-x)^2}{2}$$

$$x = \frac{b}{Q} \rightarrow b = Qx \rightarrow \frac{b^2}{2Q} = \frac{Qx^2}{2}$$

۷. گزینه ۱

در مدل کمبود پس افت در نقطه بهینه، کل هزینه سفارش‌دهی سالیانه برابر با کل هزینه نگهداری سالیانه به علاوه کل هزینه کمبود سالیانه است. پس می‌توان نتیجه گرفت در نقطه بهینه، هزینه نگهداری سالیانه به اندازه هزینه کمبود سالیانه از هزینه سفارش‌دهی سالیانه کمتر است. اما با توجه به اینکه مشخص نیست هزینه کمبود سالیانه از A بیشتر است یا کمتر یا مساوی است، لذا نمی‌توان در مورد Q و Q* اظهار نظر کرد.

۸. گزینه ۳

اجاره ثابت سالیانه، هیچ گونه تأثیری بر روی مقدار سفارش بهینه ندارد.

۹. گزینه ۴

$$\frac{t_p}{t_d} = \frac{D}{P-D} \rightarrow \frac{r}{2} = \frac{D}{P-D} \rightarrow 2D = 2P - 2D \rightarrow 4D = 2P \rightarrow \frac{D}{P} = \frac{r}{4}$$

$$I_{\max} = Q^* \left(1 - \frac{D}{P}\right) \rightarrow 200 = Q^* \left(1 - \frac{r}{4}\right) \rightarrow \frac{r}{4} Q^* = 200 \rightarrow Q^* = 400$$

۱۰. گزینه ۳

از صورت سوال باید فهمید که $\sqrt{2DAh} < \pi D$ است. چون در این شرایط مقدار سفارش $\sqrt{\frac{2AD}{h}}$ خواهد بود که با افزایش مقدار A، رفته رفته مقدار Q افزایش می‌یابد. اما با افزایش بیش از حد آن، جهت نامساوی $\sqrt{2DAh} < \pi D$ عوض شده و تبدیل به $\sqrt{2DAh} > \pi D$ می‌شود که در آن صورت مقدار Q به صفر کاهش پیدا می‌کند. حال با پذیرش $\sqrt{2DAh} < \pi D$ ، با کاهش h تا هیچ مقداری، نمی‌توان جهت نامساوی را عوض کرد و همواره به مقدار $\sqrt{\frac{2AD}{h}}$ سفارش می‌دهیم که کاهش فقط مقدار Q را افزایش می‌دهد.

آزمون شانزدهم

۱. یک مدل تخفیف کلی را در نظر بگیرید که در آن $q_0 = 0$ و q_1, q_2, \dots, q_n نقاط تخفیف باشند. اگر داشته باشیم $j = 0, 1, \dots, n$ و $Q_j^w > q_{j+1}$. آنگاه برای تعیین مقدار سفارش اقتصادی، نیاز به محاسبه هزینه سالیانه چند مورد از Q است؟

(۱) n (۲) یک (۳) $n + 1$ (۴) صفر

۲. مصرف سالیانه دو کالا به ترتیب ۱۰۰۰۰ و ۱۲۰۰۰ واحد و هزینه نگهداری هر واحد از هر یک از کالاها، ۲ تومان در سال می‌باشد. این دو کالا الزاماً باید با هم سفارش داده شوند. هزینه سفارش‌دهی این دو کالا مجموعاً ۱۰۰۰ تومان می‌باشد و در ضمن بیش از ۵ بار سفارش‌دهی در سال نیز مجاز نیست. مقدار سفارش اقتصادی هر یک از این دو کالا، برابر کدام است؟

(۱) ۲۰۰۰ و ۲۴۰۰ (۲) ۳۱۶۲ و ۳۴۶۴ (۳) ۲۱۳۲ و ۲۵۵۹ (۴) ۲۲۳۶ و ۲۴۴۹

۳. در مدل‌های تغییر هزینه به ازای تغییر مقدار سفارش، در چه شرایطی بایستی مقدار هزینه کل را در نقطه ویلسون نقاط تغییر قیمت (یا هزینه) در سمت چپ نقطه ویلسون محاسبه نمود؟
 (۱) وجود تخفیف کلی در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی پولی کالا در انبار باشند.
 (۲) وجود تخفیف کلی در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی حجمی کالا در انبار باشند.
 (۳) وجود تخفیف افزایش (نموی) در قیمت کالا و هزینه‌های نگهداری تابعی از متوسط موجودی پولی کالا در انبار باشند.

(۴) عدم وجود تخفیف در قیمت کالا و وجود محدودیت حجم انبار و امکان استفاده از انبارهای اضافی مشابه.

۴. برای تولید چند قلم کالا با پارامترهای متفاوت از یک ماشین استفاده می‌شود و هزینه نگهداری این اقلام مستقل از حجم آن‌هاست. بر اساس مقدار تولید اقتصادی هر یک از اقلام به صورت مستقل، سیستم با کسری مواجه نخواهد شد، اما محدودیت فضا به گونه‌ای است که امکان تولید اقتصادی وجود ندارد. در این صورت مقدار تولید اقتصادی هر یک از اقلام بایستی:

(۱) با نسبت‌های متفاوت کاهش یابد.

(۲) بر اساس دوره مشترک محاسبه و به یک نسبت یکسان کاهش یابد.

(۳) بر اساس دوره متفاوت محاسبه و با نسبت یکسان کاهش یابد.

(۴) به یک نسبت کاهش یابد.

۵. در یک سیستم کنترل موجودی چند محصولی با محدودیت تعداد سفارش در سال، اطلاعات زیر در رابطه با هر یک از اقلام در دسترس می‌باشد. حداکثر تعداد سفارش در سال برابر با $(L=100)$ می‌باشد. در صورتی که هزینه افزایش یک واحد از L را با F نشان دهیم. به ازای کدام مقدار F ، افزایش L ، تأثیری بر میزان هزینه‌ها ندارد؟

	۱	۲	۳	
تقاضا	۲۵	۲۵	۲۵	
هزینه سفارش‌دهی	۰	۰	۰	
هزینه نگهداری	۱	۱	۴	
	۴ (۴)	۹ (۳)	۳ (۲)	۲ (۱)

۶. در مدل تخفیف نموی (افزایشی)، میانگین هزینه خرید هر واحد کالا در محدوده قیمتی z ام، (\bar{c}_j) چگونه محاسبه خواهد شد؟

$$\sum_{i=1}^{j+1} c_{i-1}(q_i - q_{i-1}) \quad (۲) \quad \sum_{i=1}^j c_{i-1}(q_i - q_{i-1}) + c_j(Q - q_j) \quad (۱)$$

$$\sum_{i=1}^j c_{i-1}\left(\frac{q_i - q_{i-1}}{Q}\right) + c_j\left(\frac{Q - q_j}{Q}\right) \quad (۴) \quad \sum_{i=1}^{j+1} c_{i-1}\left(\frac{q_i - q_{i-1}}{Q}\right) \quad (۳)$$

۷. در مدل تک دوره‌ای، تقاضا برای محصول از یک تابع توزیع در محدوده $(8000 و 10000)$ با میانگین 2000 واحد و انحراف معیار 100 واحد می‌باشد. قیمت خرید هر واحد محصول در ابتدای دوره 200 تومان و هزینه نگهداری هر واحد موجودی در طی دوره 250 تومان است. هزینه کمبود هر واحد موجودی 3 تومان و قیمت حراج هر واحد محصول 500 و قیمت فروش هر واحد محصول در طی یک دوره 900 تومان است. به نظر شما سطح بهینه موجودی یک لحظه پس از انجام سفارش، R^* ، چقدر است؟

$$R^* = 8000 \quad (۴) \quad R^* = 2400 \quad (۳) \quad R^* = 2000 \quad (۲) \quad R^* = 1000 \quad (۱)$$

۸. فرصت تهیه محصولی فقط یک بار و آن هم در ابتدای ماه است. هزینه کمبود و نگهداری در پایان ماه ناچیز برآورد شده است. نسبت $\frac{C}{V}$ چقدر باشد تا با احتمال $0/9$ در پایان ماه با کمبود مواجه نشویم؟ (C: قیمت خرید هر واحد و V: قیمت فروش هر واحد)

$$0/1 \quad (۱) \quad 0/2 \quad (۲) \quad 0/8 \quad (۳) \quad 0/9 \quad (۴)$$

۹. در مدل تخفیف کلی و معمولی، در صورت مجاز بودن کمبود نسبت به حالت مجاز نبودن کمبود، تعداد نقاط کاندیدای بهینگی:

- (۱) ثابت باقی می‌ماند. (۲) ممکن است کاهش یابد.
(۳) حتماً کاهش می‌یابد. (۴) ممکن است افزایش یابد.

۱۰. توزیع‌کننده دوچرخه‌ای پیشنهاد مناسبی برای خرید مدلی دریافت کرده است که قرار است دیگر تولید نشود. در صورتی که دوچرخه‌ها فروش نرود، کارخانه از پس گرفتن آن‌ها خودداری می‌کند و فروشنده مجبور است آن‌ها را به قیمت ۱۱۰ هزار تومان حراج کند. هزینه خرید هر دوچرخه ۲۰۰ هزار تومان و قیمت فروش آن ۴۵۰ هزار تومان و هزینه نگهداری هر دوچرخه در پایان فصول فروش ۱۰ هزار تومان و هزینه ناشی از هر واحد کمبود به دلیل کاهش اعتبار فروشنده، ۵۰ هزار تومان برآورد شده است. اگر تقاضا دارای توزیع یکنواخت بین ۵۰۰ تا ۱۵۰۰ واحد باشد، چه تعداد دوچرخه باید سفارش داده شود؟

- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۱۲۱۴ (۳) ۱۲۵۰ (۴) ۱۲۶۹

پاسخ آزمون شانزدهم

۱. گزینه ۴

اولین Q_w با کمترین هزینه، در بازه خود قرار دارد، پس نیازی به محاسبه نیست.

۲. گزینه ۳

$$D_1 = 10000$$

$$D_2 = 12000$$

$$h_1 = h_2 = 2$$

$$\sum A_j = 1000$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum D_j h_j}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000}{44000}} = \frac{1}{\sqrt{22}} \rightarrow N^* = \sqrt{22}$$

$$\sqrt{22} < 5 \rightarrow N^* \text{ در محدودیت صدق می‌کند}$$

$$Q_1 = D_1 \cdot T^* = 2132$$

$$Q_2 = D_2 \cdot T^* = 2559$$

۳. گزینه ۴

با توجه به سوال باید تخفیف کلی عکس داشته باشیم یعنی با افزایش مقدار سفارش، هزینه‌ها نیز افزایش یابد که تنها گزینه ۴ بیانگر این حالت می‌باشد.

۴. گزینه ۲

مقادیر بهینه محاسبه شده بر اساس T^* در محدودیت‌های مسئله صدق نکرده‌اند، بنابراین با مساوی قرار دادن محدودیت، دوره (سیکل) جدیدی برای تولید محصولات به دست می‌آید (T). بنابراین تمام محصولات دوره مشترکی داشته و بر اساس T محاسبه می‌شوند. از طرفی برای حالت اول (بهینه) و حالت دوم (محدودیت‌دار) داریم:

$$\begin{cases} \text{حالت اول: } Q_j^* = D_j \cdot T^* \\ \text{حالت دوم: } Q_j' = D_j \cdot T \end{cases} \rightarrow \frac{Q_j'}{Q_j^*} = \frac{T}{T^*}$$

بنابراین تولید تمام محصولات به یک نسبت یکسان ($\frac{T}{T^*}$) کاهش می‌یابد.

۵. گزینه ۱

$$\text{اگر } A = 0 \rightarrow \alpha^* = \left[\frac{1}{\sqrt{2}L} \sum_{i=1}^3 \sqrt{h_i D_i} \right]^2$$

$$\rightarrow \alpha^* = \frac{1}{2 \times 100} [\sqrt{100} + \sqrt{25} + \sqrt{25}]^2 \rightarrow \alpha^* = 2$$

به ازای یک واحد افزایش در مقدار سمت راست محدودیت تعداد سفارش (L)، تابع هدف به میزان ۲ واحد بهبود می‌یابد. حال اگر F برابر ۲ باشد، این تغییر در میزان هزینه‌ها تأثیری ندارد.

۶. گزینه ۴

۷. گزینه ۴

$$C = 200$$

$$h = 250$$

$$\pi = 3$$

$$L = 500$$

$$V = 900$$

$$F_D(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{900 + 3 - 200}{900 + 3 - 250} > 1$$

$$R^* = 8000$$

$$H = h - L = 250 - 500 = -250$$

۸. گزینه ۱

فرصت تهیه یک بار در ابتدای ماه، یعنی مدل تک‌دوره‌ای است.

$$\pi = h = 0$$

$$F_D(R^*) = 0/9 = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = 0/9 \rightarrow 10V - 10C = 9V$$

$$\rightarrow V = 10C \rightarrow \frac{C}{V} = \frac{1}{10}$$

۹. گزینه ۲

در صورتی که کمبود مجاز باشد، Q_W بیشتر شده و در نتیجه به سمت راست کشیده می‌شود. پس ممکن است بعضی از نقاط شکست را از دست بدهیم.

$$L = ۱۱۰$$

$$C = ۲۰۰$$

$$V = ۴۵۰$$

$$h = ۱۰$$

$$\pi = ۵۰$$

$$D \sim u(۵۰۰, ۱۵۰۰)$$

$$H = h - L = ۱۰ - ۱۱۰ = -۱۰۰$$

$$F_D(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{۴۵۰ + ۵۰ - ۲۰۰}{۴۵۰ + ۵۰ - ۱۰۰} \rightarrow \frac{۳۰۰}{۴۰۰} = \frac{R - ۵۰۰}{۱۰۰۰}$$

$$\rightarrow R = ۱۲۵۰$$

آزمون مندرج

۱. کدام گزینه، عبارت صحیح‌تری را در مورد آنالیز ABC بیان کرده است؟

(۱) در آنالیز ABC، برای کالاهای فسادپذیر از خط‌مشی FOI استفاده می‌شود.

(۲) در آنالیز ABC، ارزش موجودی به سرمایه درگیر موجودی ارجحیت دارد.

(۳) قلم کالایی که مقدار حاصل ضرب قیمت در تقاضا، برای آن ماکزیمم باشد، جزء گروه A قرار می‌گیرد.

(۴) قلم کالایی که بیش‌ترین حجم موجودی را دارد، در گروه A قرار می‌گیرد.

۲. در صورتی که مقدار α در روش هموارسازی نمایی برابر $0/45$ باشد، مجموع ضرایب تقاضای دو سال

گذشته ($t-1, t$) در پیش‌بینی آینده چقدر است؟

(۱) $0/59$ (۲) $0/79$ (۳) $0/69$ (۴) $0/49$

۳. تقاضای محصولی دارای توزیع نرمال است. از طرفی می‌دانیم این محصول دارای فاصله سفارش‌دهی

ثابت ۳ ماهه می‌باشد. اگر انحراف معیار تقاضا در واحد زمان به علاوه مدت زمان یک دوره کاهش

یابد، اما مدیریت، سیستم موجودی اطمینان کالا را تغییر ندهد، آنگاه:

(۱) اطلاعات مسأله کافی نیست. (۲) سطح خدمت افزایش خواهد یافت.

(۳) سطح خدمت ثابت باقی می‌ماند. (۴) در هر صورت سطح خدمت کاهش می‌یابد.

۴. در خط‌مشی FOI، اگر مقدار $R = 600$ و $T = \frac{1}{4}$ سال باشد و تقاضا برای محصولی، متغیر تصادفی با میانگین

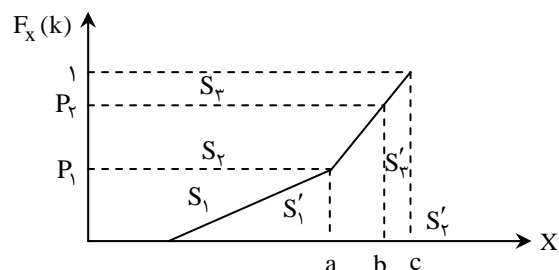
$100t$ و انحراف معیار $10\sqrt{t}$ (t به ماه) باشد. مدت زمان تحویل چقدر باشد تا SS برابر ۲۰۰ واحد گردد؟

(۱) $\frac{1}{12}$ سال (۲) $\frac{4}{12}$ سال (۳) $\frac{3}{12}$ سال (۴) $\frac{2}{12}$ سال

۵. در صورتی که نمودار زیر بیانگر تابع توزیع تجمعی احتمال تقاضا در مدت زمان تحویل باشد، با

فرض خط‌مشی FOS، اگر احتمال کمبود برابر P_1 باشد، آنگاه کدام گزینه به درستی بیانگر مقدار

ذخیره ایمنی می‌باشد؟ ($P_1 + P_2 = 1$)



(۱) $b - s_1 - s_2 - s_3$

(۲) $a - s_1 - s_2 - s_3$

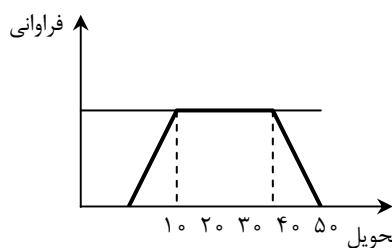
(۳) $b - s'_1 - s'_2 - s'_3$

(۴) $a - s'_1 - s'_2 - s'_3$

۶. در صورتی که جدول تقاضا به صورت زیر باشد، بر اساس روش میانگین متحرک دوبل، با فرض $N = 3$ ، تعداد تقاضای دوره ششم کدام است؟

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶		
X_i	۶	۹	۱۱	۱۷	۲۳	?	۲۸/۵۶ (۲)	۲۵/۶۸ (۱)
							۲۸/۶۵ (۴)	۲۶/۸۵ (۳)

۷. در یک سیستم ساده دوطرفی برای کنترل موجودی، اگر تابع توزیع مصرف در فاصله زمانی تحویل، مطابق تابع چگالی زیر باشد و سطح اطمینان از موجودی برابر ۸۵٪ باشد، در این صورت در مورد ظرفیت ظرف کوچک‌تر، چه می‌توان گفت؟



- (۱) بزرگ‌تر از ۴۰
(۲) ۴۰
(۳) کوچک‌تر از ۴۰
(۴) اطلاعات مسأله ناقص است.

۸. با فرض آنکه سیستم کنترل کالا در یک سازمان، بر حسب دوره ثابت سفارش باشد. با علم به آنکه دوره مصرف و فاصله زمانی تحویل به ترتیب برابر ۳۰ و ۱۹ روز است و مصرف روزانه کالا نیز دارای توزیع زمان نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۲۰ واحد است. حداکثر موقعیت موجودی در سطح اطمینان ۹۰ درصد کدام است؟ ($Z_{0.9} \cong 1.2$)

- (۱) ۵۰۶۸ (۲) ۵۸۸۰ (۳) ۵۸۰۸ (۴) ۵۱۸۸

۹. در صورتی که روند تقاضا برای محصولی کاهشی باشد و از روش هموارسازی نمایی برای پیش‌بینی تقاضا استفاده شود، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) مقدار پیش‌بینی تقاضا، ضمن دنباله‌روی از روند تقاضا، از متوسط آن بیشتر است.
(۲) مقدار پیش‌بینی تقاضا، ضمن انحراف از روند تقاضا، از متوسط آن کمتر است.
(۳) مقدار پیش‌بینی تقاضا، ضمن دنباله‌روی از روند تقاضا، از متوسط آن کمتر است.
(۴) مقدار پیش‌بینی تقاضا، ضمن انحراف از روند تقاضا، از متوسط آن بیشتر است.

۱۰. در روش هموارسازی نمایی، اگر α یابد، آنگاه به دوره‌های توجه می‌شود و به خطا پی می‌بریم.

- (۱) کاهش - بیشتری - زودتر
(۲) افزایش - بیشتری - زودتر
(۳) کاهش - بیشتری - دیرتر
(۴) افزایش - کمتری - دیرتر

پاسخ آزمون مندرج

۱. گزینه ۳

آنالیز ABC بر اساس حجم سرمایه درگیر موجودی، کالاها را طبقه‌بندی می‌کند و قیمت در تقاضا و یا همان تقاضا بر حسب ریال، معیار طبقه‌بندی است. از طرفی می‌دانیم در آنالیز ABC، قلم کالایی که کمترین سرمایه درگیر موجودی را دارد، در گروه A قرار می‌گیرد. همچنین در صورتی که کالا دارای اهمیت بسیار زیادی باشد، مانند کالاهای فسادپذیر، از خط‌مشی FOS استفاده می‌کنیم و در غیر این صورت از خط‌مشی FOI استفاده می‌کنیم. بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۲. گزینه ۳

$$\alpha + \alpha(1 - \alpha) = 0.45 + 0.45(1 - 0.45) = 0.45 + 0.45 \times 0.55 \\ = 0.45 + 0.2475 = 0.6975$$

۳. گزینه ۲

می‌دانیم σ_{DL+T} کاهش می‌یابد و موجودی اطمینان تغییر نخواهد کرد. اما اگر k_p افزایش یابد، سطح خدمت نیز افزایش می‌یابد.

۴. گزینه ۱

$$R = \mu_{D_{\ell+T}} + ss \Rightarrow 600 = 100(\ell + 3) + 200 \Rightarrow \ell = 1 \text{ ماه} = \frac{1}{12} \text{ سال}$$

۵. گزینه ۵

$$P_1 = \text{احتمال کمبود} \Rightarrow 1 - P_1 = P_r \Rightarrow P(D_\ell \leq r) = P_r \Rightarrow r = b$$

$$\mu_{D_\ell} = \int_0^C [1 - F_X(x)] dx = \text{مساحت بالای نمودار} = s_1 + s_2 + s_3$$

$$ss = r - \mu_{D_\ell} = b - s_1 - s_2 - s_3$$

۶. گزینه ۱

$$A_\Delta = \frac{23 + 17 + 11}{3} = 17$$

$$A_\Gamma = \frac{9 + 11 + 17}{3} = 12.33$$

$$A_\Sigma = \frac{6 + 9 + 11}{3} = 8.66$$

$$A_{\Delta}^{(2)} = \frac{17 + 12/33 + 8/66}{3} \approx 12/66$$

$$\hat{b}_{\Delta} = \frac{2}{N-1}(A_{\Delta} - A_{\Delta}^{(2)}) = 4/34$$

$$\hat{x}_{\Delta} = 2A_{\Delta} - A_{\Delta}^{(2)} = 34 - 12/66 = 21/34$$

$$\hat{x}_{\epsilon} = \hat{x}_{\Delta} + \hat{b}_{\Delta}L = 21/34 + 4/34 \times 1 = 25/68$$

۷. گزینه ۱

می‌دانیم مساحت زیر نمودار باید برابر ۱ شود. در نتیجه مساحت هر یک از مثلث‌ها، $\frac{1}{6}$ یعنی $0/16$ می‌باشد. از طرفی اگر سطح اطمینان را $0/85$ انتخاب کنیم، در این صورت باید $P(S) = P(M > r) = 0/15$ باشد. همچنین می‌دانیم $P(M > 40) = 0/16$ می‌باشد. در نتیجه r باید از 40 بزرگتر باشد.

۸. گزینه ۱

$$\mu_{DL+T} = \mu_D \cdot \mu_{L+T} = \mu_D(L+T) = 100(30+19) = 4900$$

$$\sigma_{DL+T} = \sqrt{\mu_D^2 \sigma_{L+T}^2 + \mu_{L+T}^2 \sigma_D^2} = \sigma_D \sqrt{L+T} = 20\sqrt{30+19} = 140$$

$$R = \mu_{DL+T} + K.P.\sigma_{DL+T} = 4900 + 1/2 \times 140 = 5068$$

۹. گزینه ۱

۱۰. گزینه ۳

پاسخ آزمون مجدد

۱. در یک مدل تخفیف که نوع تخفیف به صورت کلی می‌باشد، فقط یک نقطه شکست وجود دارد. از طرفی برای محاسبه نقطه بهینه، مجبور هستیم دو بار تابع هزینه را محاسبه کنیم. کدام گزینه نادرست است؟ (با فرض اینکه h به c وابسته می‌باشد)

مقدار سفارش	قیمت
$[0, q)$	c_1
$[q, \infty)$	c_2

(۱) ممکن است نقطه بهینه منتخب q باشد.

(۲) اگر c_1 بزرگ‌تر از c_2 باشد، آنگاه q نیز بزرگ‌تر از $\sqrt{\frac{2AD}{ic_2}}$ خواهد بود.

(۳) اگر c_1 کوچک‌تر از c_2 باشد، آنگاه حداقل برابر q خواهد بود.

(۴) اگر c_1 بزرگ‌تر از c_2 باشد، آنگاه $TCA \geq TCH$ خواهد بود.

۲. در یک مدل تک دوره‌ای احتمالی که تقاضا در طی دوره دارای توزیع $Uniform[0, a]$ می‌باشد، می‌دانیم موجودی انبار در ابتدای دوره، برابر با ۲۰ واحد می‌باشد. با فرض آنکه قیمت خرید، ۸ و قیمت فروش ۱۰ واحد پولی باشد، مقدار a چقدر باشد تا در حالت بهینه، تعداد سفارش‌های صادرشده برابر صفر باشد؟

$$(1) \frac{1}{10}a \leq 20 \quad (2) \frac{1}{10}a \leq 40 \quad (3) \frac{1}{10}a \leq 30 \quad (4) \frac{1}{10}a \leq 10$$

۳. در یک مدل تخفیف کلی، اگر مقدار سفارش اقتصادی روی یکی از نقاط شکست افتاده باشد، در مورد رابطه بین هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه (TCS) و کل هزینه نگهداری سالیانه (TCH)، چه می‌توان گفت؟

$$(1) TCH \neq TCS \quad (2) TCH = TCS \quad (3) TCH < TCS \quad (4) TCH > TCS$$

۴. در مدل احتمالی تک دوره‌ای، با فرض آنکه هزینه هر بار سفارش‌دهی مقدار a باشد، و بهترین سیاست تصمیم‌گیری، این باشد که سفارش صادر نگردد، آنگاه: ($a \neq 0$)

(۱) اگر $a \uparrow$ ، حتماً هزینه‌های سیستم افزایش می‌یابد.

(۲) اگر $a \downarrow$ ، ممکن است تغییر سیاست سفارش‌دهی رخ دهد.

(۳) اگر $a \uparrow$ ، ممکن است تغییر سیاست سفارش‌دهی رخ دهد.

(۴) تغییر مقدار a ، تأثیری بر مقدار سفارش اقتصادی نخواهد داشت.

۵. در صورتی که توزیع تقاضا در مدت زمان تحویل برای یک قلم موجودی، دارای توزیع $\text{Exp}(\frac{1}{m})$

باشد، در این صورت مقدار \min سرویس قابل تصور برای این قلم کالا چقدر می‌باشد؟

(۱) $1 - \frac{1}{e}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{e} - e$ (۴) $\frac{1}{e} - 1$

۶. در یک سیستم کنترل موجودی، تقاضا در دوره تدارک، احتمالی و طبق جدول زیر است. اگر زمان تدارک برابر با ۲ ماه باشد و مقدار سفارش اقتصادی برابر با ۶۵ واحد باشد، مقدار متوسط کمبود در زمان تدارک و همچنین متوسط تقریبی تعداد کمبود در طول یک سال، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (احتمال مواجه نشدن با کمبود ۸۵ درصد در نظر گرفته شود).

تقاضا	۱۰	۲۰	۴۰	۸۰	۱۰۰	۱۲۰	۱۴۰
احتمال	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۳	۰/۲	۰/۱	۰/۱
	۲-۶ (۴)	۳-۹/۷ (۳)	۲-۴ (۲)	۱-۲ (۱)			

۷. در یک مدل احتمالی تک دوره‌ای، تقاضا برای محصول دارای توزیع یکنواخت است. سیاست سفارش‌دهی با توجه به محدودیت فضا مقداری کمتر از مقدار اقتصادی تعیین شده است. با توجه به این سیاست، کدام یک از جملات زیر صحیح است؟

(۱) هزینه‌های کمبود افزایش و هزینه‌های نگهداری پایان دوره کاهش می‌یابد.

(۲) این سیاست تأثیری در هزینه‌های سیستم ندارد.

(۳) هزینه‌های کمبود و نگهداری موجودی تا پایان دوره کاهش می‌یابد.

(۴) هزینه‌های کمبود و نگهداری تا پایان دوره افزایش می‌یابد.

۵۳۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۸. در روش میانگین متحرک دوپل ۴ سال برای تخمین تقاضای دوره بعد، قدیمی‌ترین دوره تأثیرگذار

در تخمین روند تقاضا با توجه به جدول تقاضای زیر کدام است؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضا	۱۰	۱۲	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۳	۲۵
	۱ (۴)		۳ (۳)			۴ (۲)		۲ (۱)

۹. هدف روش ابتکاری سیلور-میل در تعیین اندازه سفارش کدام است؟

(۱) حداقل کردن تفاضل هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی

(۲) حداقل کردن کل هزینه‌ها در واحد زمان

(۳) حداقل کردن هزینه‌های موجودی یک واحد کالا

(۴) حداقل کردن کل هزینه‌ها در طول افق برنامه‌ریزی

۱۰. فروشنده‌ای قیمت واحد کالایی را ۲۰ واحد تعیین کرده است و اعلام نموده در صورت سفارش

بیش از ۱۵۰ واحد، مقادیر مازاد مشمول ۵۰ درصد تخفیف در قیمت واحد کالا خواهند شد. در

صورتی که مصرف‌کننده این موجودی، تقاضایی برابر ۱۰۰۰ واحد در سال داشته باشد و هزینه هر

بار سفارش‌دهی برابر ۴۰ واحد پولی باشد، همچنین نرخ هزینه نگهداری این موجودی ۱۰ درصد

باشد، مقدار سفارش اقتصادی این مصرف‌کننده چه میزان خواهد بود؟

۱۵۷۵ (۱)	۱۵۵۷ (۲)	۱۷۵۵ (۳)	۱۵۷۷ (۴)
----------	----------	----------	----------

پاسخ آزمون مجدد

۱. گزینه ۴

از آنجایی که ۲ بار تابع هزینه محاسبه شده است، یعنی Q_W اولین مرحله، در بازه خود قرار ندارد و نامعتبر است و بنابراین Q_W مرحله دوم معتبر است. پس باید تابع هزینه به ازای Q_W مرحله دوم و q محاسبه شود. اما باید این نکته را هم مد نظر قرار داد که مرحله اول، خانه‌ای است که هزینه کمتر دارد یعنی اگر $c_1 < c_2$ باشد، از خانه اول و اگر $c_2 < c_1$ باشد، از خانه آخر شروع می‌کنیم.

	مرحله اول نامعتبر	مرحله دوم معتبر	محاسبه تابع هزینه
$c_1 < c_2$	$\sqrt{\frac{2AD}{ic_1}} \geq q$	$\sqrt{\frac{2AD}{ic_2}} \geq q$	$\sqrt{\frac{2AD}{ic_2}} \forall q-1$
$c_2 < c_1$	$\sqrt{\frac{2AD}{ic_2}} < q$	$\sqrt{\frac{2AD}{ic_1}} < q$	$\sqrt{\frac{2AD}{ic_1}} \forall q$

بنابراین اگر $c_1 > c_2$ باشد، نقطه بهینه یا $\sqrt{\frac{2AD}{ic_1}}$ است یا q . پس q می‌تواند نقطه بهینه شود و اگر q نقطه بهینه شود، چون سمت راست Q_W معتبر قرار گرفته است، پس $TcH > TcA$ و اگر $\sqrt{\frac{2AD}{ic_1}}$ نقطه بهینه شود پس $TCH = TCA$.

۲. گزینه ۴

$$F(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{10 - 8}{10} = 0.2 \Rightarrow \frac{R^* - 0}{a - 0} = \frac{2}{10} \Rightarrow R^* = \frac{2a}{10}$$

از طرفی برای اینکه تعداد سفارشات صادره، برابر ۰ باشد (هیچ سفارشی صادر نشود)، باید $R^* \leq I$ باشد، پس یعنی $R^* \leq 20$ ، بنابراین: $\frac{2a}{10} \leq 20 \Rightarrow \frac{a}{10} \leq 10$

۳. گزینه ۴

در مدل تخفیف کلی، مقدار بهینه سفارش نقطه Q_W و تمام نقاط شکست سمت راست می‌تواند باشند. اما با توجه به گفته‌های این سوال، از آنجایی که مقدار سفارش اقتصادی بر روی یکی از نقاط شکست قرار گرفته است، لذا حتماً در سمت راست نقطه Q_W قرار خواهد گرفت و به همین دلیل داریم: $TCH > TCS$

۴. گزینه ۲

۵. گزینه ۱

حداقل سرویس $ss = 0 \Rightarrow$

$$ss = 0 \Rightarrow r = \bar{m}, p(s) = p(m > \bar{m}) = e^{-\frac{1}{\bar{m}} \times \bar{m}} = e^{-1}$$

$$SL = 1 - p(s) = 1 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e}$$

۶. گزینه ۱

$$p(D_L \leq r) = 0.85 \rightarrow r = 120$$

$$\bar{b}(r) = \sum_{x>r} (x-r)p(X=x) = (140-120) \times 0.1 = 2$$
 مقدار متوسط کمبود در زمان تدارک

همچنین برای محاسبه متوسط تعداد تقریبی کمبود در طی یک سال، داریم:

$$\mu_{DL} = \sum x P(X=x) = 77 \rightarrow \mu_{DL} = \mu_D \times \mu_L \rightarrow 77 = \mu_D \times \frac{1}{6} \rightarrow \mu_D = 462$$

$$P(D_L \leq r) = 0.85 \rightarrow P(D_L > r) = 0.15$$

$$N_b = \frac{D}{Q} P(D_L > r) = \frac{462}{65} \times 0.15 = 1.06 \rightarrow \text{تقریباً یک بار در سال}$$

۷. گزینه ۲

۸. گزینه ۱

$$A_{\lambda}^{[r]} = \frac{A_{\lambda} + A_{\gamma} + A_{\epsilon} + A_{\delta}}{4}$$

$$A_{\delta} = \frac{X_{\delta} + X_{\epsilon} + X_{\gamma} + X_{\gamma}}{4}$$

۹. گزینه ۲

۱۰. گزینه ۳

$$\begin{cases} 20 & \text{if } 0 < Q < 150 \\ 10 & \text{if } Q \geq 150 \end{cases}$$

$$Q_w^0 = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 40}{0.1 \times 20}} = 200$$

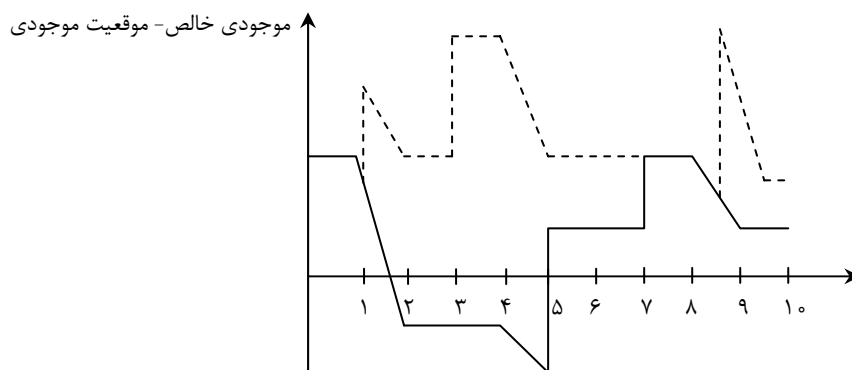
$$Q_w^1 = \sqrt{\frac{2 \times 1000 (40 + 20 \times 150 - 10 \times 150)}{0.1 \times 10}} = 1755$$

آزمون نوزدهم

۱. کدام یک از موارد زیر جزء هزینه‌های کمبود می‌باشد؟

- (۱) جریمه‌ای که بابت دیرکرد کالاهایی که با کمبود مواجه شده‌اند پرداخت می‌شود.
- (۲) جریمه‌ای بابت حمل مواد نیمه ساخته در داخل کارخانه جهت تولید محصولاتی که تقاضای آنها عقب افتاده است.
- (۳) هزینه خرید مواد اولیه جهت تولید کالاهایی که با تأخیر روبرو شده است.
- (۴) همه موارد

۲. نمودار خالص موجودی در دست و موقعیت موجودی همزمان روی یک محور رسم شده‌اند. به ترتیب تعداد دفعات سفارش در طی ۱۰ ماه گذشته و مدت زمان تحویل در کدام گزینه آمده است؟ (فرض کنید موجودی اول دوره، از قبل در انبار بوده است)



(۴) ۲ و ۵

(۳) ۲ و ۴

(۲) ۳ و ۵

(۱) ۳ و ۴

۳. شرکتی یکی از قطعات خود را از تأمین‌کنندگان A و B خریداری می‌کند. اخیراً تأمین‌کننده A اعلام نموده است که از اکنون ثبت سفارش برای قطعه باید به صورت حضوری انجام گیرد و همچنین تأمین‌کننده B نیز اعلام کرده است که تحویل سفارش در مدت یک هفته مقدور نیست و یک ماه زمان نیاز خواهد داشت. در این صورت تعداد دفعات بهینه سفارش در طی یک سال در صورت خرید از تأمین‌کننده A و در صورت خرید از تأمین‌کننده B می‌یابد.

- (۱) افزایش - افزایش (۲) کاهش - ثابت (۳) ثابت - کاهش (۴) افزایش - ثابت

۵۳۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۴. در یک سیستم موجودی، تقاضای کالایی ۱۰۰۰ واحد، هزینه سفارش‌دهی ۶۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد کالا ۱۰ تومان در ماه است. اگر مدت زمان تحویل کالا ۴/۲ ماه باشد، در این صورت متوسط تعداد سفارشات در راه چقدر است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳/۵ (۳) ۵ (۴) ۵۰

۵. سال‌ها بود که محصولات مورد نیاز خود را بدون محدودیت سفارش می‌دادیم. اما از سال آینده، با کمبود فضا مواجه خواهیم بود و حداکثر به میزان ۱۰۰۰ مترمربع فضای در دسترس خواهیم داشت. اگر فضایی که هر کالا اشغال می‌کند، ۱۰ مترمربع باشد و همچنین سایر اطلاعات در جدول زیر آمده باشد، تعداد سفارش بهینه برای سال آینده را تعیین کنید.

h	A	D
۲۰	۱۰۰	۴۰۰۰

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۱۱۰

۶. n محصول را مستقل از هم و هر کدام به میزان Q_j^W سفارش می‌دهیم. اگر بخواهیم هر بار به صورت جداگانه محدودیت‌های فضای انبار، حداکثر سرمایه و تعداد دفعات سفارش را به سیستم اضافه کنیم، مقدار سفارش اقتصادی هر کدام از محصولات به ترتیب Q_j^L ، Q_j^X ، Q_j^F خواهد شد. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$(1) \frac{Q_j^X}{Q_j^W} - \frac{Q_j^W}{Q_j^F} \geq 0 \quad (2) \frac{Q_j^W}{Q_j^L} - \frac{Q_j^W}{Q_j^X} \geq 0 \quad (3) \frac{Q_j^F}{Q_j^W} - \frac{Q_j^L}{Q_j^W} \geq 0 \quad (4) \frac{Q_j^L}{Q_j^W} - \frac{Q_j^F}{Q_j^W} \geq 0$$

۷. محصولی در ابتدای هر ماه تهیه می‌شود. تقاضا برای این محصول در طی هفته متغیر تصادفی با تابع توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف استاندارد ۱ می‌باشد. در صورتی که قیمت خرید هر واحد محصول در ابتدای دوره ۳۰ تومان و قیمت فروش هر واحد محصول ۱۰۰ تومان و هزینه کمبود هر واحد ۲۰ تومان و قیمت حراج ۲۰ تومان در نظر گرفته شود مقدار بهینه سفارش در ابتدای دوره چقدر خواهد بود؟ ($P\{u \leq 1/28\} = 0/9$)

- (۱) ۴۰۱/۳۶ (۲) ۴۰۲/۶۵ (۳) ۴۰۲/۵۶ (۴) ۴۰۳/۴۶

۸. فرض کنید رابطه مستقیمی بین تقاضای یک محصول و قیمت آن به صورت $Y = \bar{B}_0 + \bar{B}_1 X$ برقرار باشد. در این صورت مقدار B_1 برابر است با:

قیمت (x)	تقاضا (y)
۴۰	۱۰۰
۳۷	۱۲۰
۳۸	۱۱۰
۳۹	۱۰۵

- (۱) -۶ (۲) -۶/۵ (۳) -۵/۵ (۴) -۷

۹. شرکتی محصولی را ۱۰۰۰ واحد پولی خریداری کرده و در طول دوره به ۲۰۰۰ واحد پولی به فروش می‌رساند. بهای حراج واحد محصول نیز ۵۰۰ واحد پولی است. اگر تقاضا به صورت احتمالی زیر باشد؛ چه تعداد محصول باید خریداری شود؟

تقاضا	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال	۰/۲	۰/۳	۰/۳	۰/۱	۰/۱

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۰. در صورتی که تقاضای محصولی برای ۴ دوره آتی به صورت جدول زیر باشد و تعداد اولین سفارش از روش LUC برابر ۲۵ باشد. هزینه سفارش‌دهی برابر کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟ (هزینه نگهداری هر دوره برابر ۱۰ تومان است.)

دوره	۱	۲	۳	۴
تقاضا	۱۵	۱۰	۲۵	۲۰

- (۱) ۱۵۶ (۲) ۲۱۱ (۳) ۱۴۹ (۴) ۳۶۳

پاسخ آزمون نوزدهم

۱. گزینه ۱

کالاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند، به محض رسیدن به انبار، اول آنها پاسخ داده می‌شوند و سپس مابقی موجودی به انبار منتقل می‌شود. هزینه خرید مواد اولیه برای پاسخ به کالاهای عقب افتاده همان هزینه خرید است و هزینه حمل جهت تولید کالای عقب افتاده نیز همان هزینه حمل و نقل یا نگهداری می‌باشد، اما جریمه‌ای که بابت تأخیر پرداخت می‌شود، هزینه کمبود است.

۲. گزینه ۲

نمودار موقعیت موجودی ۳ بار بالا رفته یعنی ۳ بار سفارش رخ داده است. از لحظه‌ای که نمودار موقعیت موجودی بالا رفته (لحظه صعود سفارش) تا لحظه‌ای که نمودار خالص موجودی در دست بالا رفته (لحظه تحویل سفارش) ۴ واحد زمانی می‌گذرد.

۳. گزینه ۳

برای شرکت A، سفارش به صورت حضوری صورت می‌گیرد که این امر موجب می‌گردد هزینه‌های سفارش‌دهی افزایش یابد. به این ترتیب مقدار هر بار سفارش افزایش می‌یابد و به این ترتیب تعداد دفعات سفارش کاهش خواهد یافت. برای شرکت B، مدت زمان تحویل سفارش افزایش یافته است اما مقدار سفارش در هر مرتبه ثابت است و در نتیجه تعداد دفعات سفارش ثابت خواهد ماند بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۴. گزینه ۴

می‌دانیم متوسط تعداد محموله‌های در سفارش برابر است با:

$$\frac{L}{T} = \frac{DL}{Q^*}$$

بنابراین:

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{hD}} = \sqrt{\frac{2 \times 600}{10 \times 12 \times 1000}} = 0.1$$

$$\frac{L}{T^*} = \frac{4/2}{0.1} = \frac{10 \times 4/2}{12} = 3.5$$

متوسط تعداد سفارش در راه

۵. گزینه ۱

ابتدا مسأله را بدون در نظر گرفتن محدودیت حل می‌کنیم:

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 4000}{20}} = 200$$

اکنون از آنجایی که این مقدار در محدودیت صدق نمی‌کند، پس محدودیت فعال است و باید به صورت تساوی برقرار باشد:

$$Q \times f = 200 \times 10 = 2000 > 1000 \rightarrow Qf = 1000 \rightarrow Q = \frac{1000}{10} = 100$$

۶. گزینه ۴

با اعمال محدودیت فضای انبار، مقادیر سفارش یا کاهش می‌یابند یا ثابت می‌مانند پس:

$$Q_j^W \geq Q_j^F$$

با اعمال محدودیت سرمایه مقادیر سفارش یا کاهش می‌یابند یا ثابت می‌مانند، پس:

$$Q_j^W \geq Q_j^X$$

با اعمال محدودیت تعداد سفارشات مقادیر سفارش یا افزایش می‌یابند یا ثابت می‌مانند، پس:

$$Q_j^W \leq Q_j^L$$

بنابراین با اعمال شرایط فوق، تنها گزینه ۴ می‌تواند درست باشد.

۷. گزینه ۳

$$y_i \sim N[100, 1] \rightarrow F(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{100 + 20 - 30}{100 + 20 + 0 - 20} = 0.9$$

$$X = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \sim N[400, 4] \Rightarrow P(X \leq R^*) = 0.9 \Rightarrow P(Z < \frac{R^* - 400}{2}) = 0.9$$

$$\Rightarrow R^* = 2 \times 1.28 + 400 = 402.56$$

۸. گزینه ۲

$$\sum X_i = 154 \quad \bar{X} = \frac{\sum X_i}{4} = \frac{154}{4} = 38.5 \quad \sum X_i Y_i = 16715$$

$$\sum Y_i = 435 \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{4} = \frac{435}{4} = 108.75 \quad \sum X_i^2 = 5934$$

۵۴۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

$$B_1 = b = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{\sum X_i Y_i - N\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2 - N\bar{X}^2} = \frac{16715 - 4 \times 38/5 \times 108/75}{5934 - 4 \times (38/5)^2}$$

$$= -\frac{32/5}{5} = -6/5$$

۹. گزینه ۴

$$F(R^*) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + H} = \frac{2000 + 0 - 1000}{2000 + 0 + (0 - 500)} = \frac{1000}{1500} = 0.67$$

تقاضا	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال	۰/۲	۰/۳	۰/۳	۰/۱	۰/۱
احتمال تجمعی	۰/۲	۰/۵	۰/۸	۰/۹	۱

بنابراین اولین جایی که احتمال تجمعی بیشتر از ۰/۶۷ می‌شود، مقدار R^* خواهد بود، بنابراین R^* برابر با ۳ می‌باشد،

$$Q^* = R - I = 3 - 0 = 3$$
 مقدار سفارش

۱۰. گزینه ۳

$$LUC(1) = \frac{A + 10(0 \times 15)}{15} = \frac{A}{15}$$

$$LUC(2) = \frac{A + 10(0 \times 15 + 1 \times 10)}{25} = \frac{A + 100}{25}$$

$$LUC(3) = \frac{A + 10(0 \times 15 + 1 \times 10 + 2 \times 25)}{50} = \frac{A + 600}{50}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{15} > \frac{A + 100}{25} \Rightarrow A > 150$$

$$\Rightarrow 150 < A < 400$$

$$\Rightarrow \frac{A + 600}{50} > \frac{A + 100}{25} \Rightarrow A < 400$$

بنابراین، گزینه ۳ در این بازه صدق نمی‌کند.

آزمون بیستم

۱. در صورتی که برآورد پارامترها در مدل سفارش اقتصادی (EOQ) با خطا انجام شده باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) همواره کل هزینه‌های تخمینی، بیشتر از کل هزینه‌های واقعی خواهد بود.
- (۲) همواره کل هزینه‌های تخمینی، کمتر از کل هزینه‌های واقعی خواهد بود.
- (۳) کل هزینه‌های واقعی می‌تواند کمتر از کل هزینه‌های تخمینی باشد.
- (۴) به شرط آنکه کل هزینه‌های واقعی کمتر از کل هزینه‌های تخمینی باشد، سیستم به حالت بهینه اجرا شده است.

۲. تقاضای کالایی ثابت و برابر ۱۲۰۰ واحد در سال است. هزینه سفارش‌دهی ۱۶ واحد پول و هزینه نگهداری واحد کالا در سال ۲۴٪ واحد پول است. اگر زمان تدارک ثابت و برابر ۳ ماه باشد، سیاست سفارش‌دهی مناسب چه می‌باشد؟

- (۱) هر بار موجودی در دسترس به ۴۰۰ واحد رسید، زمان صدور سفارش ۳۰۰ واحدی فرا می‌رسد.
- (۲) هر بار موجودی در دسترس به ۳۰۰ واحد رسید، زمان صدور سفارش ۴۰۰ واحدی فرا می‌رسد.
- (۳) هر بار موجودی در دسترس به ۵۰۰ واحد رسید، زمان صدور سفارش ۴۰۰ واحدی فرا می‌رسد.
- (۴) هر بار موجودی در دسترس به ۴۰۰ واحد رسید، زمان صدور سفارش ۵۰۰ واحدی فرا می‌رسد.

۳. شرکت مگاموتور در حال حاضر وظیفه تولید موتور اتومبیل پراید را بر عهده دارد. میزان تولید در سال جاری برابر ۱۵۰,۰۰۰ واحد است. شرکت سیلندر این اتومبیل را که در هر واحد محصول تنها یکی مصرفی دارد از شرکتی در گلپایگان سفارش می‌دهد و قیمت هر سیلندر ۱۵۰۰۰ واحد پول است. هر تیلر قادر به انتقال ۵۰۰ سرسیلندر شرکت است و برای هر بار انتقال ۲۰۰,۰۰۰ واحد پول تقاضا می‌کند. چنانچه نرخ تخفیف برابر با ۱۷ درصد باشد، در این صورت میزان سفارش اقتصادی برابر است با:

- | | | | |
|----------|----------|----------|------------|
| ۱۵۳۴ (۱) | ۱۵۰۰ (۲) | ۱۵۲۷ (۳) | ۲۱۶۹/۳ (۴) |
|----------|----------|----------|------------|

۴. در سوال ۳، چنانچه روش فعلی سفارش ۴ بار در سال باشد، در این صورت:

- (۱) مجموع هزینه سفارش و نگهداری بهینه، تقریباً ۹۲ درصد سیاست فعلی است.
- (۲) مجموع هزینه سفارش و نگهداری بهینه، تقریباً ۹۰ درصد سیاست فعلی است.
- (۳) مجموع هزینه سفارش و نگهداری بهینه، تقریباً ۸ درصد سیاست فعلی است.
- (۴) مجموع هزینه سفارش و نگهداری بهینه، تقریباً ۱۰ درصد سیاست فعلی است.

۵۴۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۵. فرض کنید میزان تقاضا در طول سال برابر ۴۸۰۰ واحد، هزینه سفارش ۴۰ واحد پول در هر سفارش و هزینه نگهداری نیز ۰/۲۵ واحد پول باشد، چنانچه سیستم تخفیف زیر در دست باشد، بهترین سیاست سفارش چقدر است؟

حجم سفارش	قیمت
کمتر از ۴۰۰	۱۰
بین ۴۰۰ تا ۱۱۹۹	۹
بین ۱۲۰۰ تا ۴۷۹۹	۸/۵
بالای ۴۷۹۹	۸

(۱) ۱۲۰۰ واحد با قیمت ۸/۵

(۲) ۳۵۰ واحد با قیمت ۱۰

(۳) ۴۷۹۹ واحد با قیمت ۸

(۴) ۴۳۱ واحد با قیمت ۹

۶. در یک کارخانه اطلاعات زیر در دسترس است:

متوسط فاصله زمانی تحویل	۵۳ روز
متوسط مصرف روزانه	۲۵ بار
تعداد سفارشات در سال	۵ بار
هزینه انبارداری	۴۰۰ واحد پول به ازای هر عدد در سال
هزینه کمبود	۳۰۰۰ واحد پول به ازای هر عدد در هر بار

۱۴۰۰	۱۳۷۵	۱۳۵۰	۱۳۲۵	۱۳۰۰	۱۲۷۵	۱۲۵۰	۱۲۲۵	۱۲۰۰ یا کمتر	مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل
۰/۰۲	۰/۰۴	۰/۰۷	۰/۱۰	۰/۳۰	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۱۰	۰/۰۲	احتمال این مصرف

در این صورت میزان نقطه سفارش برابر است با:

(۱) ۱۴۰ (۲) ۱۳۵۰ (۳) ۱۳۲۵ (۴) ۱۳۷۵

۷. تقاضا برای یک محصول دارای میانگین ۲۰۰ و انحراف معیار ۱۰ در هفته است. هزینه کمبود ۶۰

واحد پول و هزینه ازدیاد ۲۰ واحد پول است. میزان سطح بهینه کالا برابر است با: ($Z_{0.75} \approx 0.675$)

(۱) ۲۲۰/۲۵ (۲) ۲۰۶/۷۵ (۳) ۲۱۵/۲۵ (۴) ۲۰۰/۷۵

۸. یک داروخانه نوعی ماده را با نرخ متوسط ۵۰ میلی گرم و انحراف استاندارد ۵ میلی گرم در روز

استفاده می‌کند. توزیع تقاضا برای این ماده نرمال بوده و میزان پیش زمان برای این ماده ۴ روز

است. چنانچه داروخانه نخواهد در بیشتر از یک درصد مواقع بدون موجودی بماند، در این صورت

میزان ذخیره احتیاطی چقدر است؟ ($Z_{0.99} = 2.33$)

(۱) ۲۶/۶ (۲) ۱۲/۳ (۳) ۲۳/۳ (۴) ۴۶/۶

۹. در سوال ۸، نقطه سفارش مجدد (ROP) با در نظر گرفتن ذخیره احتیاطی مناسب چقدر است؟

- (۱) ۲۱۳/۳ (۲) ۲۴۶/۶ (۳) ۲۲۳/۳ (۴) ۲۲۱/۳

۱۰. میانگین تقاضا در مدت تحویل محصولی ۹۰ واحد و توزیع احتمال تقاضای محصول در طی مدت تحویل آن در جدول زیر داده شده است. متوسط تقاضای سالیانه این محصول ۵۰۰ واحد و مقدار هر بار سفارش آن ثابت و برابر ۵۰ واحد است. قرار است میزان اطمینان از موجودی، طوری انتخاب شود که احتمال کمبود در موقع دریافت هر بار سفارش ۰/۲۵ باشد. به ترتیب تعیین کنید، موجودی اطمینان این محصول چقدر است؟ درصد مشتریانی که با کمبود موجودی روبرو می‌شوند، چقدر است؟

مقدار تقاضا	۸۰	۸۵	۹۰	۹۵	۱۰۰	۱۰۵
احتمال	۰/۳	۰/۲	۰/۰۵	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱

(۱) ۵ واحد - ۳۵ درصد (۲) بین ۵ تا ۷ - ۲/۵ درصد

(۳) ۵ واحد - ۳/۵ درصد (۴) ۷ واحد - ۳۵ درصد

پاسخ آزمون بیستم

۱. گزینه ۳

در صورت اشتباه در برآورد پارامترها، ممکن است مجموع هزینه‌های بهینه سفارش‌دهی و نگهداری افزایش یافته و یا هیچ تغییری نکند. در صورتی که صرفاً در برآورد یک پارامتر اشتباه رخ داده باشد، قطعاً منجر به افزایش هزینه‌ها شده و در صورتی که اشتباه در برآورد برای دو یا چند پارامتر به صورت همزمان رخ داده باشد، ممکن است برآوردها به گونه‌ای باشند که اثرات همدیگر را خنثی کرده و هیچ تغییری در هزینه‌ها روی ندهد.

۲. گزینه ۲

$$Q_w^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 1200 \times 16}{0.24}} = 400$$

$$\left. \begin{aligned} T^* &= \frac{Q^*}{D} = \frac{400}{1200} = \frac{1}{3} \text{ سال} \\ L &= \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ سال} \end{aligned} \right\} \rightarrow L < T \rightarrow r = DL = 1200 \times \frac{1}{4} = 300$$

۳. گزینه ۲

$$\begin{cases} A = 200,000 & 1 \leq Q \leq 1500 \\ A = 400,000 & 1500 \leq Q \leq 3000 \end{cases}$$

$$Q_w(1) = \sqrt{\frac{2DA}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 150,000 \times 200,000}{0.17 \times 150,000}} = 1533/9$$

چون $Q_w(1) > 1500$ می‌باشد، بنابراین $Q_1^* = 1500$ می‌باشد.

$$Q_w(2) = \sqrt{\frac{2 \times 150,000 \times 400,000}{1/17 \times 150,000}} = 2169/3$$

چون $Q_w(2)$ در بازه است $Q_2^* = Q_w(2)$

$$Tc(Q_1^*) = \frac{DA}{Q_1^*} + \frac{hQ_1^*}{2} + DC$$

$$= \frac{150,000 \times 200,000}{1500} + \frac{0.17 \times 150,000 \times 2170}{2} + 150,000 \times 150,000 = 22539125000$$

$$Tc(Q_2^*) = \frac{DA}{Q_2^*} + \frac{hQ_2^*}{2} + DC$$

$$= \frac{150,000 \times 400,000}{2170} + \frac{0.17 \times 150,000 \times 2170}{2} + 150,000 \times 150,000 = 22555371270$$

بنابراین با توجه به اینکه $Tc(Q_1^*) < Tc(Q_2^*)$ می‌باشد، پس مقدار سفارش بهینه ۱۵۰۰ واحد می‌باشد.

۴. گزینه ۳

$$N = \frac{D}{Q} \rightarrow Q = \frac{D}{N} = \frac{150,000}{4} = 37500$$

$$A = 25 \times 200,000$$

$$k(37500) = \frac{DA}{Q} + h \frac{Q}{2} = 4 \times 25 \times 200,000 + 0.17 \times 150,000 \times \frac{37,500}{2} = 498125000$$

$$k^* = k(1500) = 39125000$$

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{k^* - k}{k} = \frac{39125000 - 498125000}{498125000} = -0.921 = -92.1\% \approx -92\%$$

پس در واقع مجموع هزینه سفارش‌دهی و نگهداری بهینه تقریباً ۸ درصد سیاست فعلی است.

۵. گزینه ۳

$$Q_4^* = \sqrt{\frac{2DA}{ic_4}} = \sqrt{\frac{2 \times 48000 \times 40}{0.25 \times 8}} = 438/2$$

غ ق ۴

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2DA}{ic_3}} = \sqrt{\frac{2 \times 48000 \times 40}{0.25 \times 8/5}} = 425$$

غ ق ۳

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2DA}{ic_2}} = \sqrt{\frac{2 \times 48000 \times 40}{0.25 \times 9}} = 413/1$$

غ ق ۲

بنابراین جواب بهینه یا $Q = 413$ یا $Q = 1199$ یا $Q = 4799$ است. هزینه سالیانه موجودی برای مقادیر مذکور محاسبه می‌شود، کمترین هزینه جواب مسأله خواهد بود. چون در گزینه ۳ فقط $Q = 4799$ وجود دارد، پس همان جواب بهینه است.

۶. گزینه ۴

$$P(S) = \frac{hQ}{\pi D} = \frac{h}{\pi N} = \frac{400}{3000 \times 5 + 400} = 0.0259 \Rightarrow r = 1375$$

۷. گزینه ۲

$$P(D \leq R) = \frac{V + \pi - C}{V + \pi + h} = \frac{60}{100} = 0.6 \Rightarrow P(S) = 0.4$$

$$ss = \sigma_D Z_{\alpha} = 10 \times 0.6 \times 1.6 = 9.6$$

$$r = ss + \bar{M} = 9.6 + 100 = 109.6$$

۸. گزینه ۳

$$d \sim N(5, 50)$$

$$LT = 4$$

$$ss = \sqrt{\lambda T} \sigma_{\alpha} Z_{\alpha} = 2 \times 5 \times 2.33 = 23.3$$

۹. گزینه ۳

$$r = \bar{M} + ss = 100 + 23.3 = 123.3$$

۱۰. گزینه ۳

$$P(S) = 0.4 \Rightarrow r = 95$$

$$ss = r - \bar{m} = 95 - 90 = 5$$

$$E(m > 95) = \sum (m - 95)P(m) = 5 \times 0.15 + 10 \times 0.1 = 1.5$$

$$\text{درصد مشتریانی که با کمبود مواجه شده‌اند} = \frac{E(m > r)}{Q} = \frac{1.5}{50} = 0.03 \Rightarrow 3\%$$

ضمیمه ۲

آزمون های گنکور ارشد سال های اخیر

سوالات سال ۱۳۹۴

۱. برای حمل یک کالا از کامیون‌هایی با ظرفیت C واحد کالا (به ازای هر کامیون) استفاده می‌شود. فرض کنید هزینه‌های سفارش‌دهی به ازای هر کامیون A واحد باشد. اگر تقاضای سالانه این کالا D واحد، و مقدار سفارش هر بار از این کالا Q واحد باشد، در این صورت متوسط هزینه سفارش‌دهی سالانه چقدر است؟

$$(1) \frac{DQ}{C} \left(1 + \frac{Q}{C}\right) \quad (2) \frac{DA}{C} \left(1 - \frac{Q}{C}\right) \quad (3) A \left(\frac{Q}{C} + 1\right) \quad (4) \frac{DA}{Q} \left(1 + \left[\frac{Q}{C}\right]\right)$$

۲. سه نوع محصول نیمه ساخته روی یک دستگاه تولید می‌شود. زمان بهینه تولید آن‌ها برابر ۴ ماه بوده و مجموع هزینه‌های راه‌اندازی دستگاه برای تولید این محصولات برابر ۲,۰۰۰ واحد پولی است. در این شرایط، هزینه بهینه سالیانه نگهداری و راه‌اندازی سیستم کنترل تولید محصولات چقدر است؟

$$(1) ۸,۰۰۰ \quad (2) ۱۲,۰۰۰ \quad (3) ۱۶,۰۰۰ \quad (4) ۲۰,۰۰۰$$

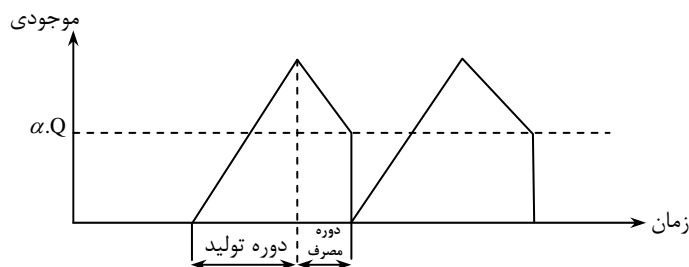
۳. تقاضای واقعی پنج دوره گذشته کالایی در جدول زیر مشخص شده است، بر اساس روش رگرسیون ثابت، خطای پیش‌بینی چقدر است؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵
تقاضای واقعی	۱۱	۱۲	۱۲	۱۴	۱۶

$$(1) ۲ \quad (2) ۱ \quad (3) \frac{2}{\sqrt{5}} \quad (4) \frac{4}{\sqrt{5}}$$

۴. فرض کنید در یک مدل موجودی با دریافت تدریجی، نمودار موجودی در طول زمان به صورت زیر باشد. دوره مصرف چقدر است؟

O: نرخ تقاضای سالیانه، P: نرخ دریافت (تولید) سالیانه، Q: مقدار سفارش $\alpha \in (0, 1)$



$$(1) \frac{\alpha Q}{(1-\alpha)P} \quad (2) Q\left(\alpha - \frac{D}{P}\right) \quad (3) \frac{Q}{\alpha} \left(1 - \frac{D}{P}\right) \quad (4) \frac{Q}{D} \left((1-\alpha) - \frac{D}{P}\right)$$

۵۵۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۵. کدام عبارت برای مدل ساده قطعی درست نیست؟

- A : هزینه هر بار سفارش دهی، h : هزینه نگهداری یک واحد کالا در واحد زمان
- (۱) برای مقادیر کمتر از مقدار اقتصادی سفارش، همیشه هزینه کل سفارش‌دهی بیشتر از هزینه کل نگهداری است.
- (۲) برای مقدار اقتصادی سفارش اگر $h = A$ باشد هزینه نگهداری و سفارش با هم برابر خواهند بود.
- (۳) اگر $h > A$ باشد تابع هزینه مقعر خواهد بود.
- (۴) تابع هزینه همواره محدب است.

۶. در یک مدل تخفیف نموی اگر فقط یک نقطه شکست قیمت مطرح باشد و داشته باشیم.

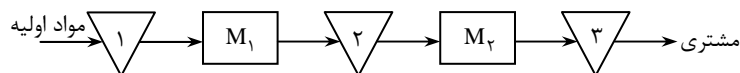
$$۱,۶۰۰ = \text{قیمت خرید } ۴۰ \text{ واحد کالا} \quad ۲,۱۰۰ = \text{قیمت خرید } ۶۰ \text{ واحد کالا}$$

نقطه تخفیف (شکست) و قیمت بعد از آن به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) ۲۰-۴۵ (۲) ۳۵-۵۰ (۳) ۶۰-۵۵ (۴) ۳۱-۶۰

۷. در یک کارخانه تولیدی، مواد اولیه در هر بار به اندازه Q واحد وارد انبار شماره یک شده و پس از طی

مراحل تولیدی توسط ماشین‌های M_1 و M_2 با سرعت P_1 و P_2 وارد انبار شماره ۳ می‌شود و از آنجا با سرعت ثابت D تحویل مشتری می‌گردد. متوسط موجودی انبار ۲ چقدر است؟ ($P_1 > P_2 > D$)



$$\frac{Q}{2} \times \frac{D}{P_2} \quad (۱) \quad Q \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1} \right) \quad (۲) \quad \frac{Q}{2} \left(\frac{D}{P_2} - \frac{D}{P_1} \right) \quad (۳) \quad \frac{Q}{2} \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1} \right) \quad (۴)$$

۸. در یک سیستم دوره سفارش (کنترل موجودی دوره‌ای) با افزایش هزینه سفارش‌دهی، طول دوره

(T) چه تغییری می‌کند؟

- (۱) حتماً افزایش می‌یابد. (۲) ممکن است افزایش یابد.
- (۳) ممکن است کاهش یابد. (۴) حتماً ثابت باقی می‌ماند.

۹. در یک سیستم سفارش مرور دائم، موعد تحویل ۴ روز است. تقاضای روزانه از توزیع نرمال با میانگین

۱۰ و انحراف استاندارد ۲ واحد پیروی می‌کند. اگر هنگام سفارش‌دهی به میزان ۴۳ واحد موجودی

در دست باشد، احتمال اینکه قبل از دریافت سفارش کمبود رخ دهد چقدر است؟

z	۰/۲۵	۰/۵	۰/۷۵	۱	۰/۲۲۶۶ (۲)	۰/۱۵۸۷ (۱)
$\phi(z)$	۰/۵۹۸۷	۰/۶۹۱۵	۰/۷۷۳۴	۰/۸۴۱۳	۰/۴۰۱۳ (۴)	۰/۳۰۸۵ (۳)

۱۰. در یک سیستم سفارش مرور دائم، تقاضای روزانه (D) و موعد تحویل (LT برحسب روز) قطعی هستند. اگر موعد تحویل از LT به LT' کاهش یابد، در صورت عدم تغییر در نقطه سفارش مجدد، متوسط موجودی چه تغییری می‌کند؟ (فرض کنید بقیه پارامترها ثابت بمانند).

(۱) تغییری نمی‌کند. (۲) $\frac{D}{4}(LT - LT')$ واحد کاهش می‌یابد.

(۳) $(LT - LT')D$ واحد کاهش می‌یابد. (۴) $(LT - LT')D$ واحد افزایش می‌یابد.

پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۴

۱. گزینه ۴

با توجه به این که ظرفیت هر کامیون برابر C واحد است پس حالت سفارش گسسته داریم و هزینه سفارش‌دهی سالیانه برابر است با:

$$\frac{AD}{Q} \times \text{تعداد دفعات سفارش}$$

تعداد دفعات سفارش باید عدد صحیح باشد، $\frac{Q}{C}$ ممکن است عدد صحیح نباشد پس عملگر براکت مورد استفاده قرار می‌گیرد ولی از آن جا که $\left[\frac{Q}{C}\right]$ ممکن است کمتر از تعداد مورد نیاز را در نظر بگیرد و با کمبود روبرو شویم لذا از $\left(\left[\frac{Q-1}{C}\right] + 1\right)$ استفاده می‌شود، داریم:

$$\text{هزینه سفارش‌دهی سالیانه} = \left(\left[\frac{Q-1}{C}\right] + 1\right) \times \frac{AD}{Q}$$

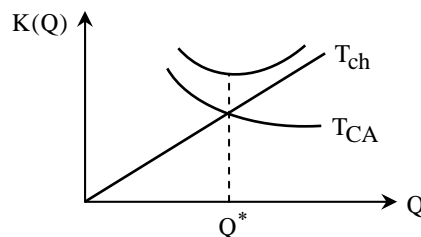
۲. گزینه ۲

$$T^* = 4 \text{ ماه} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ سال} \quad A = 2000$$

هزینه بهینه سالیانه نگهداری خواسته شده، همواره در نقطه بهینه سفارش‌دهی داشتیم.

هزینه بهینه سالیانه نگهداری برابر است با هزینه سالیانه سفارش‌دهی

$$T_{CA}^* = T_{ch}^*$$



از نمودار هم مشخص است که در نقطه سفارش‌دهی بهینه سالیانه نگهداری و هزینه سالیانه سفارش‌دهی با یکدیگر برابر است.

در این حالت روابط زیر برقرارند:

$$\left. \begin{aligned} T_{CA}^* &= \frac{AD}{Q^*} \\ T_{ch}^* &= \frac{hQ^*}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_{CA}^* = T_{ch}^* \Rightarrow \frac{AD}{Q^*} = \frac{hQ^*}{2}$$

$$k_w = \sqrt{2ADh} = T_{CA}^* + T_{ch}^* = 2T_{CA}^* = 2T_{ch}^* = \frac{2hQ^*}{2}$$

$$2 \frac{AD}{Q^*} = 2 \frac{A}{T^*} = hI_{\max} = 2AN$$

پس طبق فرمول بالا مجموع هزینه‌های سالیانه نگهداری و سفارش‌دهی برابر است با:

$$2 \frac{A}{T^*} = 2 \times \frac{2000}{\frac{1}{3}} = 12000$$

۳. گزینه ۱

دوره	۱	۲	۳	۴	۵
تقاضای واقعی	۱۱	۱۲	۱۲	۱۴	۱۶

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{1+2+\dots+5}{5} = 3 \quad \bar{D} = \frac{\sum D_i}{n} = \frac{11+12+12+14+16}{5} = 13$$

$$D_t = a + bt \quad b = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(D_i - \bar{D})}{\sum (t_i - \bar{t})^2}$$

$$b = \frac{(1-3)(11-13) + (2-3)(12-13) + (3-3)(12-13) + (4-3)(14-13) + (5-3)(16-13)}{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}$$

$$b = 1/2$$

$$a = 13 - 1/2 \times 3 = 9/4$$

$$D'_t = 9/4 + 1/2t$$

$$\hat{D}_1 = 10/6 \quad \hat{D}_2 = 11/8 \quad \hat{D}_3 = 13 \quad \hat{D}_4 = 14/2 \quad \hat{D}_5 = 15/4$$

$$e_t = D_t - \hat{D}_t \quad \text{خطای پیش‌بینی}$$

$$\hat{e}_1 = 0/4 \quad \hat{e}_2 = 0/2 \quad \hat{e}_3 = -1 \quad \hat{e}_4 = -0/2 \quad \hat{e}_5 = 0/6$$

$$\text{میانگین قدرمطلق خطا} = \frac{2/4}{5} = 0/48$$

$$\text{مجموع مطلق خطا} = \sum |e_t| = 0/4 + 0/2 + 1 + 0/2 + 0/6 = 2/4$$

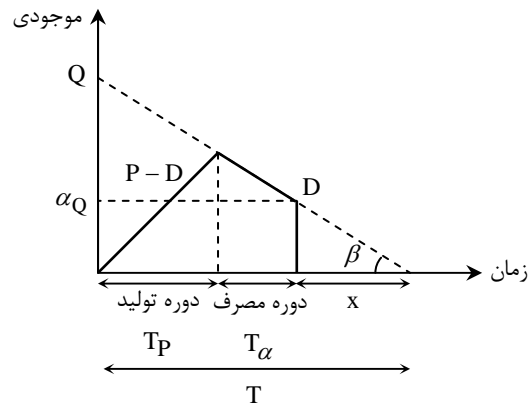
$$\text{میانگین مربعات خطا} = \frac{1/6}{5} = 0/32$$

$$\text{مجموع مربعات خطا} = 0/16 + 0/04 + 1 + 0/04 + 0/3 = 1/6$$

$$\text{جذر میانگین مربعات خطا} = \frac{1/6}{5} = 0/32$$

۴. گزینه ۴

به $\tan \beta$ خیلی دقت کن معادله‌ها رو راحت به دست می‌آید:



$\tan \beta$ یعنی شیب خط که شیب خط همان نرخ مصرف یا D می‌باشد.

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\alpha Q}{x} \Rightarrow \tan \beta = D = \frac{\alpha Q}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\alpha Q}{D}$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{Q}{T} \Rightarrow T = \frac{Q}{D} \quad \text{این رو که از قبل می‌دونستیم}$$

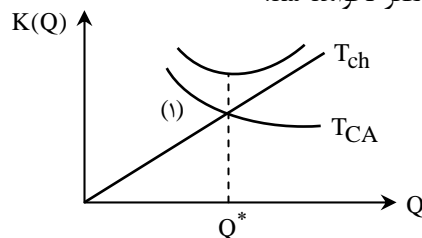
در مدل تولیدی هم که از قبل باز هم باید بدونی که $T_P = \frac{Q}{P}$ پس:

$$T = T_P + T_\alpha + x \Rightarrow T_d = T - T_P - x = \frac{Q}{D} - \frac{Q}{P} - \frac{\alpha Q}{D}$$

$$T_d = Q \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P} - \frac{\alpha}{D} \right) = \frac{Q}{D} \left(1 - \alpha - \frac{D}{P} \right)$$

۵. گزینه ۳

در هیچ صورت تابع هزینه مقعر نخواهد شد.



برای مقادیر کمتر از مقدار سفارش اقتصادی یعنی در ناحیه (۱) همیشه هزینه کل سفارش‌دهی بیشتر از هزینه کل نگهداری می‌باشد.

تابع هزینه همواره محدب می‌باشد.

گزینه ۲ کمی نامفهوم گفته ولی تا وقتی که گزینه ۳ به این غلطی هست خب همینو میزنیم دیگه

گزینه ۱

در تخفیف نموی داریم:

$$R(40) = C_0 \times 40 = 1600 \quad C_0 = 40 \quad \text{حتماً قبل از نقطه شکست}$$

$$R(60) = 40 \times (\text{نقطه شکست}) + C_1 (60 - \text{نقطه شکست}) = 2100$$

با استفاده از گزینه‌ها داریم:

گزینه ۱	نقطه شکست = ۴۵	$40 \times 45 + 20(60 - 45) = 2100$
	$C_1 = 20$	
گزینه ۲	نقطه شکست = ۵۰	$40 \times 50 + 35(60 - 50) = 2350$
	$C_1 = 35$	
گزینه ۳	نقطه شکست = ۵۵	$40 \times 55 + 60(60 - 55) = 2500$
	$C_1 = 60$	
گزینه ۴	نقطه شکست = ۶۰	$40 \times 60 + 31(60 - 60) = 2400$
	$C_1 = 31$	

گزینه ۷

همیشه توی مدل‌های تولیدی داشتیم که $\bar{I} = \frac{Q}{r} (1 - \frac{D}{P})$ ، متوسط موجودی انبار ۲ پس به میزان ورود و خروج کالا از آن بستگی دارد.

میزان ورود کالا به انبار ۲ همان میزان تولید کالا توسط ماشین یک و میزان خروج از انبار ۲ همان میزان تقاضای مورد نیاز ماشین ۲ می‌باشد.

پس:

$$\frac{D = P_2}{D = P_1} \Rightarrow \bar{I} = \frac{Q}{r} (1 - \frac{P_2}{P_1}) = \frac{Q}{r} (\frac{P_1 - P_2}{P_1})$$

گزینه ۸

در یک سیستم سفارش دوره‌ای یا FOI طبق فرمول داریم:

$$T^* = \sqrt{\frac{(A + \pi b(r))}{hD}}$$

در نتیجه واضح است که با افزایش هزینه سفارش‌دهی یعنی A مقدار طول دوره نیز افزایش می‌یابد.

۹. گزینه ۲

سیستم سفارش‌دهی مرور دائم می‌باشد (Fos).

$$r = \mu_{D_L} + Z_{\alpha} \delta_{D_L} \quad r = 43 \text{ طبق اطلاعات سوال}$$

$$L = 4 \text{ روز} \quad D \sim N(10, 2^2)$$

$$43 = \mu_{D_L} + Z_{\alpha} \delta_{D_L} = \mu_D \times L + Z_{\alpha} \delta_D \sqrt{L}$$

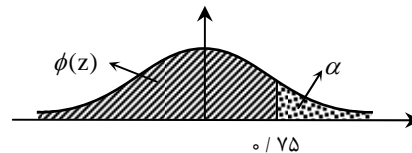
$$43 = 10 \times 4 + Z_{\alpha} \times 2 \times \sqrt{4} \Rightarrow Z_{\alpha} = 0.75$$

دقت کن که در صورت سوال میزان α را خواسته Z_{α} یعنی نقطه‌ای که احتمال سمت راست آن α

باشد ولی توی جدول داده شده $\phi(z)$ داده یعنی احتمال سمت چپ نقطه Z

$$\Rightarrow \phi(0.75) = 0.77$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 - 0.77 = 0.23$$



۱۰. گزینه ۲

طبق فرمول‌ها داشتیم که

$$r = \mu_{D_L} + Z_{\alpha} \delta_{D_L} \quad , \quad \bar{I} = \frac{Q}{r} + ss \quad ss = Z_{\alpha} \delta_{D_L}$$

کاهش مدت زمان تحویل باعث کاهش μ_{D_L} و چون گفته شده r ثابت می‌باشد پس پارامتر

$Z_{\alpha} \delta_{D_L}$ باید این کاهش را خنثی کند یعنی افزایش یابد.

پس افزایش $ss = Z_{\alpha} \delta_{D_L}$ باعث افزایش \bar{I} (متوسط موجودی) نیز می‌شود.

تنها گزینه ۴ به افزایش آن اشاره کرده پس همین گزینه صحیح می‌باشد.

سوالات سال ۱۳۹۵

۱. شرکتی با داشتن ۲۵ فروشگاه خرده‌فروشی در سطح شهر، دو نوع محصول را توزیع می‌کند. تقاضای هفتگی در هر فروشگاه دارای توزیع نرمال و مستقل از سایر فروشگاه‌ها و به صورت زیر است:

کالا	میانگین	انحراف استاندارد	مدت تحویل از انبار مرکزی تا فروشگاه
A	۸۰۰	۱۰۰	۴ هفته
B	۵۰	۵۰	۴ هفته
سطح خدمت مورد قبول ۹۵ درصد است.			

در صورت تبدیل ۲۵ فروشگاه به یک مرکز توزیع مرکزی، برای کدام یک از محصولات فوق، درصد تغییر در هزینه نگهداری موجودی اطمینان، نسبت به هزینه کل خرید آن محصول، بیش‌تر خواهد بود و چند برابر؟

(راهنمایی: در صورت اتخاذ سیاست تمرکز، کل ذخیره اطمینان مورد نیاز $\frac{1}{\sqrt{25}}$ برابر خواهد شد.)

$$SS = \frac{1}{\sqrt{25}} \times SS \text{ کل غیرمتمرکز}$$

(۱) A و ۲ برابر (۲) A و ۸ برابر (۳) B و ۲ برابر (۴) B و ۸ برابر

۲. در یک مدل ساده قطعی، کالای موردنظر فاسدشدنی است؛ به طوری که در هر واحد زمان θ درصد موجودی در دست فاسد شده و از سطح موجودی در دست کاسته می‌شود. اگر D معرف نرخ تقاضا و I(t) معرف سطح موجودی در دست در لحظه t باشد، کدام رابطه، صحیح است؟

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) &= -D & (۲) & \quad \frac{dI(t)}{dt} - \theta I(t) = -D & (۱) \\ \frac{dI(t)}{dt} - \theta I(t) &= -D & (۴) & \quad \frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = D & (۳) \end{aligned}$$

۳. D میزان تقاضا سالیانه کالا، P هزینه خرید هر واحد کالا و H هزینه نگهداری هر واحد کالا در سال می‌باشد. اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی شامل دو هزینه ثابت A (هزینه هر بار سفارش) و هزینه متغیر A' (هزینه هر واحد کالای سفارش داده شده) باشد، مقدار سفارش اقتصادی کالا، کدام است؟

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{\frac{2DA + A'}{H}} & (۲) & \quad Q = \sqrt{\frac{2DA}{H} + A'} & (۱) \\ Q &= \sqrt{\frac{2DA}{H}} & (۴) & \quad Q = \sqrt{\frac{2D(A + A')}{H}} & (۳) \end{aligned}$$

۵۵۸ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۴. نیاز سالیانه یک تعمیرگاه به یک قطعه کم و برابر ۸ عدد می‌باشد. اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی ۱۰ سکه و قیمت خرید هر قطعه ۳۰۰ سکه و نرخ سالیانه نگهداری ۰/۲ هزینه خرید هر قطعه باشد، برای حالتی که قطعه تک‌تک مورد استفاده قرار گیرد، هزینه موجودی شامل هزینه سفارش‌دهی و هزینه نگهداری سالیانه، چند سکه است؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۱۷ (۴) ۱۴۰

۵. هزینه حمل مشترک دو محصول از محل خرید تا محل انبار برابر ۵۰۰۰ واحد پولی است. مقدار نیاز و هزینه نگهداری سالیانه هر یک از محصولات نیز در جدول زیر داده شده است. در صورت اتخاذ سیاست مرور دوره‌ای انبار دوره ثابت بازنگری انبار برای این دو محصول، چند ماه است؟

محصول	نیاز سالیانه	هزینه نگهداری سالیانه هر محصول (واحد پولی)
الف	۶۰۰	۱۰۰
ب	۵۰۰	۲۰۰

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۶. یک واحد صنعتی جهت سفارش‌های خود، از سیستم مقدار سفارش اقتصادی استفاده می‌کند. Q مقدار سفارش اقتصادی و H هزینه نگهداری یک واحد کالا در سال است. اگر به جای Q ، مقدار $\frac{Q}{4}$ سفارش داده شود، تفاوت هزینه کل موجودی چقدر خواهد شد؟

- (۱) $\frac{HQ}{4}$ (۲) $\frac{HQ}{3}$ (۳) $\frac{HQ}{2}$ (۴) HQ

۷. مصرف سالیانه دو کالا به ترتیب ۱۰,۰۰۰ و ۱۲,۰۰۰ واحد و هزینه نگهداری هر واحد هر یک از دو کالا ۲ تومان در سال می‌باشد. این دو کالا الزاماً باید با همدیگر سفارش داده شود. هزینه سفارش‌دهی این دو کالا مجموعاً ۱,۰۰۰ تومان و بیش از ۵ بار سفارش‌دهی در سال مجاز نیست. مقدار سفارش اقتصادی هر یک از این دو کالا، برابر کدام است؟

- (۱) ۲,۲۳۶ و ۲,۴۴۹ (۲) ۲,۱۳۲ و ۲,۵۵۹ (۳) ۲,۰۰۰ و ۲,۴۰۰ (۴) ۳,۱۶۲ و ۳,۴۶۴

۸. تقاضا برای محصولی نرمال با میانگین t و انحراف معیار $4\sqrt{t}$ (واحد t روز است) می‌باشد. برای این محصول از سیستم سفارش دوره ثابت (FOI) استفاده می‌شود. مدت تحویل برای این محصول ۱۹ روز و فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی ۳۰ روز می‌باشد. اگر مدیریت ضریب اطمینان را برای این محصول ۱/۵ در نظر گرفته باشد، آنگاه حداکثر تعداد موجودی برای محصول چقدر است؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۴۲ (۳) ۵۳۲ (۴) ۴۹۰

۹. مصرف کالایی ۲,۰۰۰ واحد در سال و نرخ تولید آن ۶,۰۰۰ واحد در سال می‌باشد. مقدار سفارش اقتصادی این کالا ۱,۲۰۰ واحد و پیش‌زمان (LT) آن ۱/۱ سال برآورد شده است. نقطه سفارش مجدد (ROP) این کالا، چند واحد است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۲,۲۰۰

۱۰. در یک سیستم نقطه سفارش (کنترل موجودی نقطه‌ای)، اگر هزینه‌های سفارش‌دهی افزایش یابد، در صورت ثابت باقی‌ماندن سایر پارامترها، متوسط میزان کمبود در طول LT (پیش‌زمان)، نسبت به حالت قبل:

- (۱) افزایش می‌یابد. (۲) ثابت باقی می‌ماند.
(۳) قابل پیش‌بینی نیست. (۴) کاهش می‌یابد.

پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۵

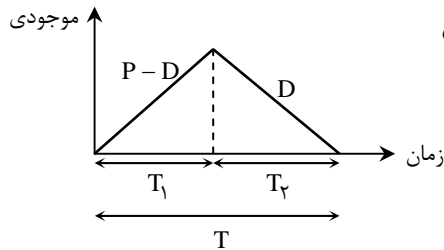
۱. گزینه ۴

B بیشتر و ۸ برابر A است.

$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{\Delta TCH_A}{CD_A}}{\frac{\Delta TCH_B}{CD_B}} = \frac{\frac{\frac{4}{5}h \times SS}{800C}}{\frac{\frac{4}{5}h \times SS}{50C}} = \frac{\frac{\frac{4}{5}h \times k_{0.95} \times 200}{800C}}{\frac{\frac{4}{5}h \times k_{0.95} \times 100}{50C}} = \frac{1}{8}$$

۲. گزینه ۲

سوال آسونی هست ولی دقت کن مفهومی رو بلد شی



حالت اول:

اگر $T_1 \leq t \leq T$ یعنی در بازه تولید و مصرف

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = p - d$$

$\left(\frac{dI(t)}{dt}\right)$ داره می‌گه که میزان موجودی که در واحد زمان مصرف می‌شود

به علاوه اون میزان موجودی که به واسطه گذر زمان فاسد می‌شود برابر است با کل میزان تولید و مصرف در این بازه

حالت دوم:

اگر $T_1 \leq t \leq T_2$ باشد یعنی در بازه مصرف قرار بگیریم.

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -D$$

دقیقاً با همان تحلیل حالت اول

مفهوم $\frac{dI(t)}{d(t)}$ یعنی کاهش سطح موجودی نسبت به گذشت زمان

۳. گزینه ۴

هزینه A' گفته شده در سوال، چون بر اساس واحد کالا می‌باشد پس جزء هزینه‌های خرید می‌باشد پس تأثیری بر مقدار سفارش کالا ندارد یعنی

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

۴. گزینه ۱

سوال سفارش گسسته می‌باشد دقت کن:

$$D = ۸ \quad A = ۱۰ \quad c = ۳۰۰ \quad i = ۰/۲$$

$$Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{۸}{۳}} = \sqrt{۲/۶۶} = ۱/۶۳ \begin{matrix} \nearrow ۱ \\ \searrow ۲ \end{matrix}$$

اما طبق نکات داشتیم که اگر Q_w اعشاری شد بدون محاسبه مقدار بزرگتر جواب می‌باشد.

پس:

$$Q^* = ۲$$

$$\Rightarrow K(Q^*) = \frac{AD}{Q^*} + \frac{h(Q^* - ۱)}{۲} = \frac{۱۰ \times ۸}{۲} + \frac{۰/۲ \times ۳۰۰ \times ۱}{۲} = ۴۰ + ۳۰ = ۷۰$$

۵. گزینه ۲

فقط کافی است فرمولش رو بلد باشی.

$$D_A = ۶۰۰ \quad D_B = ۵۰۰ \quad h_A = ۱۰۰ \quad h_B = ۲۰۰$$

$$\sum_{j=A}^B A_j = ۵۰۰۰$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum_{j=A}^B A_j}{\sum_{j=A}^B h_j D_j}} = \sqrt{\frac{۲ \times ۵۰۰۰}{۶۰۰ \times ۱۰۰ + ۵۰۰ \times ۲۰۰}} = \sqrt{\frac{۱}{۱۶}} = \frac{۱}{۴} \text{ سال}$$

$$\frac{۱}{۴} \text{ سال} = ۳ \text{ ماه}$$

۶. گزینه ۱

به جای Q مقدار $\frac{Q}{\gamma}$ سفارش داده می‌شود پس تغییر در هزینه کل موجودی:

$$\frac{K}{K^*} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{Q}{\frac{Q}{\gamma}} + \frac{\gamma}{Q} \right) \Rightarrow K = 1/25 K^*$$

$$\Rightarrow K - K^* = 1/25 K^* - K^* = 24/25 K^*$$

$$K^* = \gamma \times \frac{HQ}{\gamma} = HQ \Rightarrow 24/25 K^* = \frac{1}{\gamma} HQ$$

۷. گزینه ۲

$$D_1 = 10000 \quad D_2 = 12000 \quad h_1 = h_2 = \gamma \quad \sum_{j=1}^2 A_j = 10000$$

$$N = 5 \Rightarrow T = \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{5} = 0/2$$

$$T_o = \frac{\sqrt{\gamma \sum_{j=1}^2 A_j}}{\sqrt{\sum_{j=1}^2 h_j D_j}} = \sqrt{\frac{\gamma \times 10000}{\gamma (10000 + 12000)}} = \sqrt{\frac{1}{22}} = 0/21$$

عددش خیلی بده

$$\Rightarrow T^* = \max\{T_o, T_{\min}\} = 0/21$$

$$Q_1^* = D_1 \cdot T^* = 2132 \quad Q_2^* = D_2 \cdot T^* = 2559$$

۸. گزینه ۳

سوال از فصل احتمال هست دقت کن آسون هستند.

$$Z_\alpha = 1/5$$

$$D_t \sim N(10t, (4\sqrt{t})^2) \quad L = 19 \text{ روز} \quad T = 30 \text{ روز} \quad L + T = 49$$

$$R = \mu_{D_{L+T}} + Z_\alpha \sigma_{D_{L+T}} = 10 \times 49 + 1/5 \times 4 \times \sqrt{49} = 532$$

۹. گزینه ۱

مدل تولیدی هست و نقطه سفارش مجدد خواسته

یادته که اولین کار چی بود؟ مقایسه بین L' و T_d .

$$D = 2000 \quad P = 6000 \quad Q^* = 1200 \quad L = 1/1 \text{ سال}$$

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{1200}{6000} = 0/2 \quad T_d = T(1 - \frac{D}{P}) = 0/2(1 - \frac{1}{3}) = 0/4$$

$$m = [\frac{L}{T}] = [\frac{1/1}{0/2}] = 1 \quad L' = L - mT = 1/1 - 0/2 = 0/5$$

$L' > T_d$ پس در قسمت تولیدی قرار گرفته‌ایم. طبق فرمول‌ها داشتیم:

$$r^* = (P - D)(T - L') = 4000 \times 0/1 = 400$$

۱۰. گزینه ۲

میزان تأثیر روی متوسط کمبود در دوره رو خواسته دقت کن در دوره نه کمبود سالیانه.

پس:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(A + \pi b(r))}{h}}$$

در صورت افزایش هزینه‌های سفارش‌دهی (A) میزان Q^* افزایش می‌یابد.

تغییر Q^* روی $b(r)$ (کمبود در طول دوره) هیچ تأثیری ندارد. اما طبق فرمول‌های کمبود سالیانه

یعنی $B(r) = \frac{D}{Q} b(r)$ باعث افزایش Q و در نتیجه باعث کاهش $B(r)$ می‌شود.

سؤالات سال ۱۳۹۶

۱. در یک سیستم موجودی، هزینه هر بار سفارش‌دهی ۲۰۰ واحد پولی و مقدار تقاضای سالیانه برابر ۲۰,۰۰۰ واحد می‌باشد. اگر شیب منحنی هزینه سفارش‌دهی در نقطه بهینه برابر ۱- باشد، آنگاه مقدار بهینه سفارش‌دهی و هزینه نگهداری هر واحد در سال، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) ۲ و ۲,۰۰۰ (۲) ۲ و ۲,۵۰۰ (۳) ۴ و ۲,۰۰۰ (۴) ۴ و ۲,۵۰۰

۲. در مورد کالایی که با سیاست مرور پیوسته سفارش داده می‌شود، تقاضا در مدت تحویل، یکنواخت بین ۱,۰۰۰ و ۲,۰۰۰ واحد است. به طور متوسط در هر دو دوره یکبار کمبود رخ می‌دهد و اندازه سفارش ۲,۳۷۵ واحد است. اگر کمبود به صورت فروش از دست رفته باشد، نرخ پاسخ (نسبت تقاضای پاسخ داده شده) کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{18}{20}$ (۳) $\frac{19}{20}$ (۴) $\frac{18}{19}$

۳. در یک سیستم کنترل موجودی دوره‌ای (R, r و T) چنانچه T ثابت باشد، با افزایش یافتن هزینه سفارش‌دهی و ثابت باقی ماندن سایر عوامل:

- (۱) R و r هر دو کاهش می‌یابد. (۲) r کاهش و R افزایش می‌یابد.
(۳) r کاهش و R ثابت باقی می‌ماند. (۴) r ثابت و R افزایش می‌یابد.

۴. در مدل EOQ چنانچه کمبود کالا جایز باشد؛ هزینه کمبود کالا برای هر واحد در سال \hat{r} و هزینه نگهداری هر واحد در سال H می‌باشد. اگر هزینه نگهداری سالیانه از H به H_1 تغییر کند، مقدار سفارش اقتصادی به اندازه کدامیک از ضرایب زیر تغییر پیدا می‌کند؟

(۱) $\sqrt{\frac{H}{H_1}}$ (۲) $\sqrt{\frac{\hat{r} + H_1}{\hat{r} + H}}$ (۳) $\sqrt{\frac{H_1(\hat{r} + H)}{H(\hat{r} + H_1)}}$ (۴) $\sqrt{\frac{H(\hat{r} + H_1)}{H_1(\hat{r} + H)}}$

۵. تقاضای ماهیانه محصولی در جدول زیر نشان داده شده است. اگر روش پیش‌بینی هموارسازی نمایی با ضریب $\alpha = 0.3$ و $A_1 = 190$ باشد، آنگاه خطای پیش‌بینی تقاضای ماه ۱۲ کدام است؟ ($A_t =$ پیش‌بینی تقاضای دوره $t+1$)

ماه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تقاضا	۱۶۰	۱۹۰	۱۶۰	۱۹۰	۲۰۰	۱۸۰	۲۱۰	۱۷۰	۱۷۰	۲۲۰	۲۱۰	۲۲۰
	۲۴ (۴)				۲۱ (۳)				۱۷ (۲)		۱۲ (۱)	

۶. برای تولید چند قلم کالا با پارامترهای متفاوت از یک ماشین استفاده می‌شود و هزینه نگهداری این اقلام مستقل از حجم آنهاست. بر اساس مقدار تولید اقتصادی هر یک از اقلام به صورت مستقل، سیستم با کسری مواجه نخواهد شد، اما محدودیت فضا به گونه‌ای است که امکان تولید اقتصادی وجود ندارد. در این صورت مقدار تولید اقتصادی هر یک از این اقلام بایستی:

- (۱) با نسبت‌های متفاوت کاهش یابد. (۲) بر اساس سیکل مشترک محاسبه گردد.
(۳) با نسبت مساوی کاهش یابد. (۴) به یک میزان کاهش یابد.

۷. تقاضا برای محصولی در طول هفته متغیر تصادفی بوده و تابع چگالی آن، نمایی با میانگین ۱۰۰ است.

$$f(D) = 0.01e^{-0.01D}$$

این محصول به صورت دسته‌ای و فقط یک بار تولید می‌شود. در صورتی که تمام محصول در طی هفته به فروش نرود، مقدار باقیمانده قابل استفاده نخواهد بود. هزینه تولید هر واحد ۱۰۰ و قیمت فروش هر واحد ۲۰۰ است. هر واحد باقیمانده در انتهای هفته با هزینه ۱۰ واحد پولی دور ریخته می‌شود. مقدار بهینه سطح موجودی پس از سفارش (R^*) چقدر خواهد بود.

$$R^* = -100 \ln \frac{9}{19} \quad (۴) \quad R^* = -100 \ln \frac{11}{21} \quad (۳) \quad R^* = -100 \ln \frac{1}{9} \quad (۲) \quad R^* = -100 \ln \frac{1}{21} \quad (۱)$$

۸. تقاضای کالایی در مدت تحویل، متغیری تصادفی با توزیع احتمالی داده‌های جدول زیر است. به طور متوسط در ۱۰ درصد دوره‌های سفارش‌دهی، کمبود کالا به وجود می‌آید. میانگین موجودی اضافی

در یک دوره چقدر است؟

تقاضا در مدت تحویل	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
توزیع تجمعی احتمال	۰/۱	۰/۳	۰/۷	۰/۹	۱
	۵/۵ (۲)				۴ (۱)
			۴/۵ (۴)		۵ (۳)

۹. مصرف روزانه کالایی ثابت و برابر ۲۰ واحد است؛ ولی پیش زمان تأمین (مدت تحویل) این کالا (Lead Time) متغیر تصادفی بوده و بر اساس جدول زیر تعیین می‌شود. مقدار سفارش این کالا ثابت و برابر ۵۰۰ واحد است. در صورتی که هزینه نگهداری هر واحد ۱۰ تومان در سال و کل هزینه‌های نگهداری برابر ۳,۵۰۰ تومان در سال باشد، نقطه سفارش مجدد این کالا، برابر کدام است؟

زمان تدارک روز	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
احتمال	۵٪	۷٪	۱۰٪	۱۵٪	۲۶٪	۱۵٪	۱۰٪	۷٪	۵٪

۵۴۰ (۱)

۵۸۰ (۲)

۵۶۰ (۳)

۶۰۰ (۴)

۵۶۶ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

۱۰. هزینه بهینه سالیانه نگهداری و سفارش‌دهی کالایی برابر ۶,۰۰۰ واحد پولی و مقدار سفارش اقتصادی کالا برابر ۳۰۰ واحد است. در این وضعیت، هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا برابر چند واحد پولی در نظر گرفته شده است؟

۱۵ (۴)

۱۸ (۳)

۲۰ (۲)

۳۰ (۱)

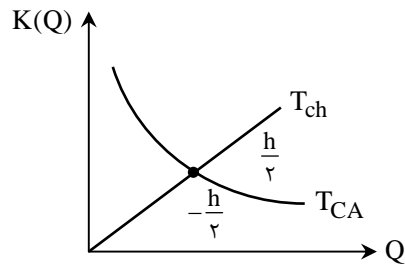
پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۶

۱. گزینه ۱

$A = 200$ = هزینه هر بار سفارش‌دهی

$D = 20000$ = تقاضای سالیانه

شیب منفی $= -\frac{h}{2} = -1 \Rightarrow h = 2$



$$\Rightarrow Q_w = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 20000}{2}} = 2000$$

۲. گزینه ۴

$D_L \sim u(1000, 2000)$ تقاضا در مدت زمان تحویل

در سوال ذکر شده که به طور متوسط در هر ۲ دوره یک بار کمبود رخ می‌دهد یعنی اگر $N = 2$

باشد پس $N_b = 1$ در نتیجه:

$$1 - P = \frac{Nb}{N} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{r - 1000}{20000 - 10000} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 1500$$

به وسیله r به دست آمده میزان کمبود را به دست می‌آوریم:

$$b(r) = \int_{1500}^{2000} (x - 1500) \times \frac{1}{10000} dx = \frac{1}{10000} \left(\frac{1}{2} x^2 - 1500x \right) \Big|_{1500}^{2000} = \frac{500}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{b(r)}{Q} \times 100 = \frac{\frac{500}{4}}{2375} = \frac{1}{19}$$

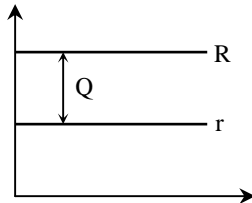
درصد تقاضایی که با کمبود روبرو می‌شود $= 1 - \frac{1}{19}$ درصد تقاضایی که برآورده می‌شود

$$= 1 - \frac{1}{19} = \frac{18}{19}$$

۳. گزینه ۳

R ثابت باقی می‌ماند.

و اما در مورد r به این صورت تحلیل کن که اگر هزینه سفارش‌دهی (A) افزایش یابد پس Q افزایش می‌یابد حال که مقدار سفارش افزایش یافته پس طبق این نمودار:



حال با افزایش Q مقدار r پایین‌تر می‌آید.

گزینه ۴

مقدار Q در حالت اول

$$Q_1 = \sqrt{\frac{rAD}{H}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + H}{\hat{\pi}}}$$

مقدار Q در حالت دوم (پس از تغییر هزینه نگهداری)

$$Q_2 = \sqrt{\frac{rAD}{H_1}} \times \sqrt{\frac{A + H_1}{\hat{\pi}}}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\sqrt{\frac{rAD}{H_1}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + H_1}{\hat{\pi}}}}{\sqrt{\frac{rAD}{H}} \times \sqrt{\frac{A + H}{\hat{\pi}}}} = \frac{\sqrt{\frac{A + H_1}{H_1}}}{\sqrt{\frac{\hat{\pi} + H}{H}}} = \sqrt{\frac{H(\hat{\pi} + H_1)}{H_1(\hat{\pi} + H)}}$$

گزینه ۵

$$\alpha = 0.3$$

$$A_{10} = \hat{X}_{11} = 190 \quad \hat{X}_{12} = \hat{X}_{11} + \alpha(X_{11} - \hat{X}_{11})$$

$$\hat{X}_{12} = 190 + 0.3(210 - 190) = 196$$

$$\text{مقدار خطا} = e_{12} = X_{12} - \hat{X}_{12} = 220 - 196 = 24$$

گزینه ۳

در صورت سوال گفته شده که برای تولید چند قلم کالا از یک ماشین استفاده می‌شود که در این حالت ابتدا باید سیکل مشترک تعیین و مقادیر سفارش بر اساس سیکل مشترک محاسبه گردد. اما چون قید شده است که به علت محدودیت فضا امکان تولید اقتصادی وجود ندارد، بنابراین باید حتماً مقدار تولیدی همه محصولات با نسبت مساوی کاهش یابد و گزینه ۳ صحیح است.

۷. گزینه ۳

اسم توزیع نمایی آمده اما نترس چیز خاصی نیست.

$$f(D) = 0.1e^{-0.1D} \quad \mu_D = 100 \quad e = 10 \quad c = 100 \quad v = 200$$

$$F_D(R^*) = \frac{v + \pi - c}{v + \pi + H} = \frac{200 - 100}{200 + 10} = \frac{100}{210} = \frac{10}{21}$$

$$F_D(R^*) = P(D < R^*) = 1 - e^{-0.1R^*} = \frac{10}{21}$$

$$\Rightarrow e^{-0.1R^*} = \frac{11}{21} \Rightarrow R^* = -100 \times \ln \frac{11}{21}$$

۸. گزینه ۲

$$\alpha = 0.1 \Rightarrow P = 1 - \alpha = 0.9$$

$$\Rightarrow \text{طبق جدول} \Rightarrow r = 45$$

یادآوری: اولین جایی که احتمال تجمعی بزرگتر مساوی α باشد همان r می‌باشد.

$$\Rightarrow r = 45$$

$$\text{متوسط موجودی اضافی} = 5 \times 0.4 + 10 \times 0.2 + 15 \times 0.1 = 5.5$$

۹. گزینه ۲

$$D = 20 \quad Q = 500 \quad h = 10$$

دقت کن که برای به دست آوردن μ_L به دلیل تقارن در جدول داده شده مقدار μ_L همان مقدار وسط جدول می‌باشد. یعنی $\mu_L = 24$.

$$\text{کل هزینه نگهداری} = 3500 = h \left(\frac{Q}{2} + ss \right) = 10 (250 + ss) = 3500$$

$$\Rightarrow ss = 100$$

$$r = \mu_{DL} + ss = \mu_L \times D + ss = 20 \times 24 + 100 = 580$$

۱۰. گزینه ۲

$$\text{هزینه نگهداری و سفارش‌دهی} = hQ^* = 6000$$

$$Q^* = 300 \Rightarrow h = 20$$

حالت بهینه هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی با یکدیگر برابرند و فرمول‌های زیر برقرار است.

$$K(Q) = \sqrt{2ADh} = 2 \times \frac{1}{2} \times hQ^* = \frac{2AD}{Q^*} = \frac{2A}{T} = 2AN^*$$

سؤالات سال ۱۳۹۲

۱. مقدار سفارش کالایی برابر ۵۰۰ واحد است. کل هزینه‌های سفارش‌دهی این کالا ۶,۰۰۰ تومان در سال و کل هزینه‌های نگهداری آن ۱,۰۰۰ تومان در سال برآورد شده است. چنانچه مقدار سفارش این کالا از ۵۰۰ واحد به ۱,۰۰۰ واحد افزایش یابد، جمع هزینه‌های موجودی آن نسبت به حالت قبل:

- (۱) ۲۵٪ افزایش می‌یابد. (۲) ۲۸٪ افزایش می‌یابد.
(۳) ۲۸٪ کاهش می‌یابد. (۴) ۷۲٪ کاهش می‌یابد.

۲. مقدار مصرف سالیانه یک نوع مواد ۸,۰۰۰ کیلوگرم است. اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی برابر ۱,۰۰۰ تومان و هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا از جدول زیر تبعیت کند، مقدار سفارش اقتصادی آن چند کیلوگرم است؟ فرض کنید کمبود موجودی مجاز نباشد.

مقدار سفارش (کیلوگرم)	هزینه نگهداری سالیانه هر واحد (تومان)
۱-۳۰۰	۱۵۰
۳۰۱ به بالا	۱۳۰

- (۱) ۳۵۰/۸ (۲) ۳۲۰/۵ (۳) ۳۲۶/۵ (۴) ۳۰۱

۳. تقاضا در مدت تحویل یک کالا از تابع توزیع یکنواخت بین ۳۰ و ۵۰ پیروی می‌کند. در صورتی که میزان پاسخ به تقاضا (درصد تقاضای کل برآورد شده) ۹۰ درصد و مقدار هر بار سفارش ۱۰۰ باشد. نقطه سفارش چقدر خواهد بود؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۵ (۴) ۴۸

۴. در مدل EOQ، اگر هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان از H به H' افزایش یابد، درصد تغییر هزینه کل سفارش‌دهی سالیانه نسبت به حالت بهینه، چقدر خواهد بود؟

- (۱) $\left(\sqrt{\frac{H}{H'}} - 1\right) \times 100$ کاهش (۲) $\left(\sqrt{\frac{H}{H'}}\right) \times 100$ افزایش
(۳) $\left(\sqrt{\frac{H}{H'}} - 1\right) \times 100$ افزایش (۴) $\left(\sqrt{\frac{H'}{H}} - 1\right) \times 100$ افزایش

۵. در یک مدل تخفیف کلی، اگر C_i قیمت هر واحد کالا مرتبط با دسته (طبقه) i ام باشد، چنانچه به دلیل تورم، قیمت‌ها از C_i به $(1+f)C_i$ افزایش یابد، در صورت ثابت باقی ماندن سایر پارامترها، تعداد نقاط بررسی جهت یافتن نقطه بهینه سفارش، نسبت به قبل از تورم:

(۱) افزایش خواهد یافت. (۲) ثابت باقی خواهد ماند. (۳) کاهش خواهد یافت. (۴) ممکن است افزایش یابد.

۶. تقاضای سالیانه در یک فروشگاه چینی‌آلات برابر D است. این فروشگاه از مدل EOQ استفاده می‌کند. کسری کالا مجاز نبوده و متاسفانه γ درصد از سفارشات هنگام حمل از محل تولیدکننده تا فروشگاه دچار آسیب می‌شوند. تولیدکننده تضمین داده است که قطعات آسیب دیده را تعویض نماید، به همین دلیل فروشگاه قطعات معیوب را در انبار نگهداری و هر N سیکل یک بار آنها را برای تولیدکننده ارسال می‌کند. اگر h_d هزینه نگهداری هر قطعه معیوب در طول یکسال باشد، متوسط هزینه‌های نگهداری قطعات معیوب در طول یک سیکل، کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad h_d \times \frac{N\gamma(1-\gamma)Q^2}{D} \quad (2) \quad \frac{h_d}{2} \times \frac{(N+1)\gamma(1-\gamma)Q^2}{D} \\ (3) \quad \frac{h_d}{2} \times \frac{N((1-\gamma)Q)^2}{D} \quad (4) \quad \frac{h_d}{2} \times \frac{N(\gamma Q)^2}{D} \end{aligned}$$

۷. تقاضای سالیانه کالایی ۸,۰۰۰ واحد، هزینه هر بار سفارش آن ۳,۰۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد ۴ تومان در سال است. کمبود این کالا قابل جبران (پس‌افت) بوده و هزینه کمبود هر واحد ۱۲ تومان در سال برآورد شده است. مقدار مصرف این کالا در طول پیش‌زمان (LT) برابر ۴۰۰ واحد است. در این صورت کل هزینه‌های نگهداری این کالا در طول یک سال چند تومان است؟

(۱) ۴,۵۰۰ (۲) ۶,۰۰۰ (۳) ۸,۰۰۰ (۴) ۸,۴۰۰

۸. در سوال ۱۰۷ میزان موجودی کالا در انبار در هنگام صدور سفارش و در هنگام دریافت سفارش، به ترتیب کدام است؟

(۱) صفر و صفر (۲) ۴۰۰ و صفر (۳) ۶۰۰ و ۱۰۰ (۴) ۴۰۰ و ۱۰۰

۹. در یک سیستم دوطرفی، متوسط موجودی کالا در ظرف کوچک‌تر هنگام دریافت سفارش کالا:

(۱) معادل نقطه سفارش کالای مرتبط با آن ظرف است.

(۲) می‌تواند از نصف ظرف بیشتر باشد.

(۳) همواره از نصف ظرف کمتر است.

(۴) قابل محاسبه نیست.

۱۰. تقاضا برای کالایی در چهار دوره آینده به صورت زیر است:

دوره	۱	۲	۳	۴
تقاضا	۱۰	۲۵	۱۵	۳۰

اگر هزینه ثابت سفارش‌دهی برابر ۱۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد در هر دوره $h < 4$ بوده و

قرار باشد برای سفارش‌دهی این کالا از روش حداقل هزینه کل (LTC) استفاده شود؛ h از چه مقدار

بیشتر باشد تا سفارش دوره سوم در دوره اول صادر شود؟

(۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۲

۱. گزینه ۳

مشابه این سوال را در سوالات پایان فصل‌ها داشتیم.

حالت اول:

$$\begin{array}{l}
 Q = 500 \xrightarrow{\text{مقدار سفارش ۲ برابر شده است}} Q' = 1000 \\
 \frac{AD}{Q} = 6000 \xrightarrow{\text{کل کسر در } \frac{1}{3} \text{ ضرب می شود}} \frac{AD}{Q'} = 3000 \\
 \frac{hQ}{2} = 1000 \xrightarrow{\text{کل کسر در ۲ ضرب می شود}} \frac{hQ'}{2} = 2000 \\
 \hline
 \text{جمع} = 7000 \qquad \qquad \qquad \text{جمع} = 5000
 \end{array}$$

پس ۲۰۰۰ واحد کاهش یافته.

$$\text{میزان تغییرات} = \frac{7000 - 5000}{7000} = \frac{2000}{7000} = 28\%$$

دقت کنید که در صورت کسر میزان تغییرات و در مخرج کسر حالت اولیه قرار می‌گیرد.

دقت شود که در حالت اول ($Q = 500$) مقدار هزینه نگهداری و سفارش‌دهی با یکدیگر برابر نیست و حالت بهینه برقرار نیست که با افزایش دو برابری مقدار سفارش هزینه‌ها ۲۵ درصد افزایش یابد.

۲. گزینه ۱

$$D = 8000 \qquad A = 1000$$

هزینه نگهداری با افزایش مقدار سفارش‌دهی کاهش می‌یابد پس مدل تخفیف کلی می‌باشد، حال طبق الگوریتم حل این سوالات از آخرین بازه شروع به محاسبه می‌کنیم:

$$Q_{w_2} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 8000}{130}} = 350.82$$

چون مقدار ۳۵۰/۸۲ در محدوده صدق می‌کند پس همین مقدار بهینه می‌باشد.

۳. گزینه ۱

$$Q = 100 \qquad D_L \sim U(30, 50) \Rightarrow \mu_{D_L} = 40$$

دقت کن که تابع توزیع دارای توزیع یکنواخت می‌باشد و میزان پاسخ به تقاضا ۹۰ درصد است.

پس میزان عدم پاسخ به تقاضا یا همان درصد تقاضاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند طبق فرمول

$$\frac{\bar{b}(r)}{Q} = 0.1 \text{ می‌باشد. هدف به دست آوردن } r \text{ (نقطه سفارش می‌باشد)}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{b}(r)}{Q} = 0.1$$

$$\Rightarrow \bar{b}(r) = 100 \times 0.1 = 10 \Rightarrow$$

$$\bar{b}(r) = \int_r^{\infty} (D_L - r) f_{D_L}(D) dD$$

$$\bar{b}(r) = \int_r^{50} (x - r) \frac{1}{20} dx$$

$$\bar{b}(r) = \frac{1}{20} \left(\frac{x^2}{2} - rx \right) \Big|_r^{50} = 10 \Rightarrow \frac{x^2}{2} - rx \Big|_r^{50} = 200$$

$$\left(\frac{2500}{2} - 50r \right) - \left(\frac{r^2}{2} - r^2 \right) = 200 \Rightarrow 1250 - 50r + \frac{r^2}{2} = 200$$

طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2500 - 100r + r^2 = 400$$

$$r^2 - 100r + 2100 = 0$$

$$(r - 30)(r - 70) = 0$$

$$r = 30 \quad r = 70 \rightarrow \text{غ‌ق‌ق}$$

با جایگذاری گزینه‌ها نیز می‌توان دریافت که گزینه ۱ درست می‌باشد.

$$\Rightarrow r = 30$$

۴. گزینه ۴

$$A' = A \quad D' = D$$

$$K(Q') = \sqrt{2A'D'H'}$$

$$K(Q) = \sqrt{2ADH}$$

$$\Rightarrow \frac{K(Q')}{K(Q)} = \sqrt{\frac{2A'D'H'}{2ADH}} = \sqrt{\frac{H'}{H}}$$

$$\Rightarrow K(Q') = \sqrt{\frac{H'}{H}} K(Q)$$

$$\text{میزان تغییرات} = \frac{K(Q') - K(Q)}{K(Q)}$$

$$\text{میزان تغییرات} = \frac{\sqrt{\frac{H'}{H}} K(Q) - K(Q)}{K(Q)} = \sqrt{\frac{H'}{H}} - 1$$

۱۰۰ × (میزان تغییرات) = درصد تغییرات

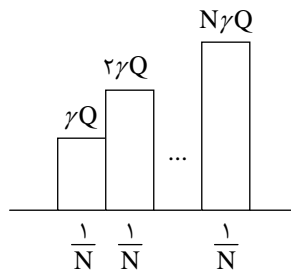
و واضح است که هزینه‌ها نسبت به حالت بهینه افزایش می‌یابد.

۵. گزینه ۴

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \quad h = ic + w$$

افزایش قیمت (c) باعث افزایش h پس به طبع آن باعث کاهش Q خواهد شد. در نتیجه تعداد نقاط کاندید بررسی ممکن است افزایش یابد.

۶. گزینه ۲



بر طبق آنچه در صورت سوال خواسته شده و با توجه به آنکه h_d هزینه نگهداری هر قطعه معیوب در طول یک سال می‌باشد؛ ابتدا کل هزینه نگهداری را محاسبه کرده تا بتوانیم هزینه یک سیکل را مشخص کنیم.

(کل مساحت) × (هزینه واحد نگهداری سالیانه) : کل هزینه نگهداری سالیانه

$$h_d \times \left[\frac{1}{N} \gamma Q + \frac{1}{N} 2\gamma Q + \dots + \frac{1}{N} N\gamma Q \right]$$

$$h_d \times \left[\frac{1}{N} \gamma Q (1 + 2 + \dots + N) \right]$$

فقط باید دقت کنیم که $N = \frac{D}{(1-\gamma)Q}$ و $T = \frac{(1-\gamma)Q}{D}$ است.

$$h_d \times \frac{(1-\gamma)Q}{D} \times \gamma Q \times \left[\frac{N(N+1)}{2} \right]$$

$$\text{هزینه نگهداری هر سیکل} = \frac{h_d \frac{\gamma(1-\gamma)Q^2}{D} \left[\frac{N(N+1)}{2} \right]}{N} = \frac{h_d \gamma(1-\gamma)Q^2(N+1)}{2D}$$

گزینه ۷

$$D = ۸۰۰۰ \quad A = ۳۰۰۰ \quad h = ۴ \quad \hat{\pi} = ۱۲ \quad DL = ۴۰۰ \Rightarrow L = \frac{۱}{۲}$$

دقت کن در این سوال که فرمول‌های T_{CA} و T_{CH} به چه صورت می‌باشد نکته این سوال همین می‌باشد.

$$\Rightarrow T_{CA} = \frac{K^*}{۲} = T_{CH} + T_{CB}$$

هزینه سفارش‌دهی برابر است با جمع هزینه نگهداری و هزینه کمبود.

$$\Rightarrow T_{CA} = \frac{K^*}{۲} = \frac{AD}{Q^*} \quad Q^* = \sqrt{\frac{۲AD}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi}}}$$

$$T_{CH} = \frac{K^*}{۲} \times \frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h} \quad T_{CB} = \frac{K^*}{۲} \times \frac{h}{\hat{\pi} + h}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{۲ \times ۳۰۰۰ \times ۸۰۰۰}{۴}} \times \sqrt{\frac{۱۲ + ۴}{۱۲}} = ۴۰۰۰$$

$$T_{CA} = \frac{۳۰۰۰ \times ۸۰۰۰}{۴۰۰۰} = ۶۰۰۰ = \frac{K^*}{۲}$$

$$\Rightarrow T_{CH} = ۶۰۰۰ \times \frac{۱۲}{۱۲ + ۴} = ۴۵۰۰$$

گزینه ۸

میزان موجودی کالا در انبار همان نقطه سفارش‌دهی می‌باشد.

$$r^* = DL - mQ^* - b^* \quad T = \frac{Q}{D} = \frac{۴۰۰۰}{۸۰۰۰} = \frac{۱}{۲}$$

$$m = \left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲}} \right] = ۰$$

$$b^* = \frac{hQ^*}{\hat{\pi} + h} = \frac{۴ \times ۴۰۰۰}{۱۲ + ۴} = ۱۰۰۰$$

$$\Rightarrow r^* = ۴۰۰ - ۰ - ۱۰۰۰ = -۶۰۰$$

پس هیچ موجودی در لحظه صدور سفارش در انبار موجود نیست پس در لحظه دریافت سفارش نیز هیچ گونه موجودی در انبار نمی‌باشد.

۹. گزینه ۲

متوسط موجودی ظرف کوچکتر هنگام دریافت سفارش SS که می‌تواند هر رابطه‌ای داشته باشد به سطح خدمت و توزیع بستگی دارد.

۱۰. گزینه ۲

این سوال نکته خاصی نداشت و فقط باید نحوه روش حل LTC را بلد باشیم.

دوره	هزینه سفارش‌دهی	هزینه نگهداری	قدرمطلق اختلاف
۱	۱۰۰	۰	۱۰۰
۱ و ۲	۱۰۰	$۲۵ \times h$	به دلیل اینکه $h < ۴$ پس اختلاف ۰ نیست مقدار مثبت است
۱ و ۲ و ۳	۱۰۰	$۲۵ \times h + ۱۵ \times ۲h$	

برای اینکه مقدار سفارش در دوره سوم رخ دهد پس باید میزان اختلاف دوره ۲ و ۱ بزرگتر از ۳ و ۲ و ۱ باشد تا سفارش در دوره سوم رخ دهد.

$$۱۰۰ - ۲۵h < ۲۵h + ۳۰h - ۱۰۰ \Rightarrow h > \frac{۱۰۰}{۴} = ۲۵$$

سوالات سال ۱۳۹۸

۱. یک کارخانه تولید نوشابه، برای پیش‌بینی تولید روزانه از روش معدل ساده با $N=10$ استفاده می‌کند. این کارخانه به دلیل مغایرت‌های زیاد در میزان تولید با تقاضای روزانه، تصمیم به بازنگری روش پیش‌بینی نموده است. استفاده از کدام روش برای کاهش مغایرت‌ها، توصیه نمی‌شود؟

(۱) روش فعلی با کاهش N (۲) روش نمو هموار ساده با تعیین $\alpha = \frac{2}{N+1}$ مناسب

(۳) روش نمو هموار ساده با تعیین α مناسب (۴) روش فعلی با اعمال ضرایب وزنی برای هر روز

۲. کمبود کالایی مجاز و قابل جبران است. با کاهش هزینه‌های کمبود، مقدار سفارش اقتصادی و حجم مورد نیاز جهت نگهداری این کالا، به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) کاهش - کاهش (۲) کاهش - افزایش (۳) افزایش - کاهش (۴) افزایش - افزایش

۳. در یک مدل ساده قطعی، اگر مقدار هر بار سفارش ۵۰٪ بیشتر یا ۵۰٪ کمتر از مقدار اقتصادی سفارش باشد، به ترتیب هزینه کل چقدر افزایش پیدا خواهد کرد؟

(۱) ۸٪ و ۸٪ (۲) ۸٪ و ۲۵٪ (۳) ۲۵٪ و ۸٪ (۴) ۲۵٪ و ۲۵٪

۴. فرض کنید در یک سیستم تولیدی: P بیانگر نرخ تولید، D نرخ مصرف، H هزینه نگهداری سالیانه هر

واحد کالای تولیدی و θ^* مقدار تولید اقتصادی کالا باشد. اگر در این سیستم، نرخ تولید دو برابر نرخ

مصرف باشد، هزینه بهینه سالیانه نگهداری و راه‌اندازی کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}H\theta^*$ (۲) $\frac{3}{4}H\theta^*$ (۳) $2H\theta^*$ (۴) $4H\theta^*$

۵. مصرف سالیانه کالایی ۱۲۰۰ واحد، هزینه سفارش‌دهی آن ۶۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد ۴

تومان در سال است. هزینه حمل و نقل هر واحد از این کالا طبق جدول زیر برآورد شده است. مقدار

اقتصادی سفارش کالا چقدر است؟

مقدار سفارش	هزینه حمل هر واحد
۰ - ۵۰۰	۲
۵۰۱ - ۱۰۰۰	۳
۱۰۰۱ - ∞	۴

(۴) ۵۰۰

(۳) ۶۰۰

(۲) ۷۰۰

(۱) ۱۰۰۰

۶. در یک سیستم کنترل موجودی دو ظرفی، اگر هزینه سفارش‌دهی افزایش یابد، آنگاه حجم ظرف بزرگ و حجم ظرف کوچک چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) کاهش - کاهش (۲) افزایش - افزایش (۳) ثابت - افزایش (۴) افزایش - ثابت

۷. وجود سه محدودیت فضا، بودجه و تعداد دوره‌های سفارش‌دهی ممکن است موجب تغییراتی در میزان سفارش اقتصادی گردد. وجود کدام محدودیت یا محدودیت‌ها ممکن است موجب کاهش مقدار سفارش اقتصادی شود؟

- (۱) فضا و بودجه (۲) تعداد دوره‌های سفارش‌دهی
(۳) فضا و تعداد دوره‌های سفارش‌دهی (۴) بودجه و تعداد دوره‌های سفارش‌دهی

۸. برای تولید سه قلم مواد اولیه مورد نیاز خط تولید از یک ماشین و بر اساس روش سیکل مشترک استفاده می‌شود. با توجه به محدودیت فضای در دسترس برای نگهداری این سه قلم مواد، مقدار تولید اقتصادی هر یک به ترتیب ۱۰۰۰ و ۱۵۰۰ و ۲۰۰۰ واحد است. اگر حجم هر یک از این مواد به ترتیب ۱/۰ و ۱۵/۰ و ۲۵/۰ مترمکعب باشد و فضای در دسترس جهت نگهداری آنها کاهش یابد، مقدار تولید هر یک از این اقلام کدام است؟

- (۱) ۸۰۰ - ۹۰۰ - ۱۰۰۰ (۲) ۸۰۰ - ۱۰۰۰ - ۱۲۰۰
(۳) ۸۰۰ - ۱۲۰۰ - ۱۶۰۰ (۴) ۱۰۰۰ - ۱۲۰۰ - ۱۵۰۰

۹. تقاضای کالایی در مدت تحویل، متغیری تصادفی با توزیع احتمالی داده‌های جدول زیر است. با ضریب اطمینان ۹۰ درصد، به درخواست‌های این کالا پاسخ داده می‌شود. اگر دوره سفارش (زمان سیکل) این کالا برابر ۴ ماه باشد، متوسط تعداد کمبود سالیانه کالا چقدر است؟

تقاضا در مدت تحویل	۱۴۰	۱۶۰	۱۸۰	۲۰۰	۲۲۰
احتمال	۱۰	۲۵	۳۰	۲۵	۱۰

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۶

۱۰. مصرف سالیانه کالایی ۳۰۰۰ واحد، نرخ تولید آن ۶۰۰۰ واحد و مقدار تولید اقتصادی آن ۱۰۰۰ واحد است. اگر پیش‌زمان (Lead Time) این کالا ۳ ماه باشد، نقطه سفارش چند واحد است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۷۵۰

پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۸

۱. گزینه ۱

از آنجایی که هیچ اطلاعاتی در مورد تقاضاها داده نشده است و از طرفی روش های پیشنهادی در گزینه های ۲، ۳ و ۴ تا حدی می توان گفت روش های پیش بینی به کار برای می باشند، پاسخ سوال گزینه ۱ است؛ چرا که روش فعلی (روش معدل ساده)، کارایی لازم را برای پیش بینی دقیق در مسائل ندارد.

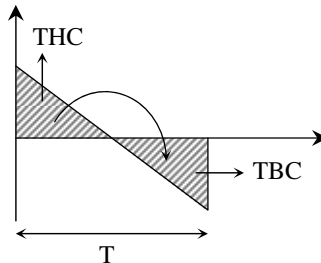
۲. گزینه ۳

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}} \times \sqrt{\frac{\hat{p} + h}{\hat{p}}} = \sqrt{\frac{2DA}{h}} \times \sqrt{1 + \frac{h}{\hat{p}}}$$

با کاهش هزینه های کمبود (\hat{p}) تعداد سفارش بیشتر می شود.

$$1 + \left[\frac{h}{\hat{p}} \right] \uparrow$$

گفتیم که چون \hat{p} کم می شود قرار می کنیم و به اتاق پایینی می رویم و از حجم نگهداری کاسته و به حجم کمبود اضافه می شود.



۳. گزینه ۲

$$\Rightarrow Q_r = \frac{1}{4}Q + \frac{2}{4}Q = \frac{3}{4}Q$$

مقدار سفارش ۵۰ درصد بیشتر شود

$$\Rightarrow \frac{k}{k_w} = \frac{1}{4} \left(\frac{Q_r}{Q} + \frac{Q}{Q_r} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{3}{4}Q}{Q} + \frac{Q}{\frac{3}{4}Q} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{9+16}{12} \right) = \frac{13}{12} = 1.08$$

افزایش ۸ درصدی.

$$\Rightarrow Q_2 = Q - \frac{1}{4}Q = \frac{3}{4}Q$$

$$\Rightarrow \frac{k}{k_w} = \frac{1}{4} \left(\frac{Q_2}{Q} + \frac{Q}{Q_2} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{\frac{3}{4}Q}{Q} + \frac{Q}{\frac{3}{4}Q} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{25}{12} \right) = \frac{25}{48}$$

افزایش ۲۵ درصدی.

راه حل تستی: به طور کلی همواره میزان افزایش هزینه a برابر و $\frac{1}{a}$ برابر از مقدار بهینه با یکدیگر یکسان است.

به عنوان مثال ۲ برابر و $\frac{1}{2}$ برابر هر دو دارای ۲۵ درصد افزایش هزینه هستند. (که این ۲ برابر و $\frac{1}{2}$ را همه حفظ هستید)

در این سوال چون گفته ۵۰ درصد کمتر و ۵۰ درصد بیشتر؛ می‌دانیم که با نصف شدن مقدار سفارش هزینه‌ها ۲۵ درصد افزایش می‌یابد ولی با افزایش ۵۰ درصدی هزینه‌ها ۲۵ درصد افزایش نخواهد داشت که حتماً هم کمتر از ۲۵ درصد خواهد بود (چون شیب افزایش هزینه از سمت راست ویلسون کمتر است) که در این صورت فقط گزینه ۲ می‌تواند صحیح باشد. (همیشه مفاهیم را یاد بگیرید...)

گزینه ۴

نرخ تولید ۲ برابر نرخ مصرف می‌باشد.

$$P = 2D$$

$$T_c = \frac{AD}{Q} + \frac{h}{P} Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{AD}{Q} = \frac{h}{P} Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) \text{ که بهینه داشتیم}$$

$$\Rightarrow T_c = \cancel{Q} \times \frac{h}{\cancel{Q}} Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) = hQ \left(1 - \frac{D}{P} \right) \xrightarrow{P=2D}$$

$$\Rightarrow \frac{hQ}{2} = \frac{1}{2} H\theta^*$$

گزینه ۵

با توجه به اطلاعات مسأله مشخص است که باید ببینیم آیا همانند مدل‌های تخفیف نیاز به بررسی نقاط شکست است یا خیر؟ ابتدا مقدار ویلسون را محاسبه می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} D = 1200 \text{ سالانه} \\ A = 600 \\ h = 4 \text{ سالانه} \end{array} \right\} \rightarrow Q^w = \sqrt{\frac{2DA}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 1200 \times 600}{4}} = 600$$

چون مقدار Q^w در ناحیه دوم ($501 - 1000$) قرار می‌گیرد و با توجه به آنکه با افزایش میزان سفارش هزینه حمل هر واحد نیز بیشتر می‌شود، پس باید به ازای نقطه شکست $Q = 500$ واحد نیز هزینه‌ها محاسبه شود؛ فقط توجه داریم که چون مقدار $Q = 500$ بهینه نیست، پس باید از رابطه کلی هزینه آن را حساب کنیم:

$$Q^w = 600 \left\{ \begin{array}{l} TC = \sqrt{2DAh} = \sqrt{2 \times 1200 \times 600 \times 4} = 2400 \\ \text{هزینه حمل: } 600 \times 3 = 1800 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{مجموع}} 2400 + 1800 = 4200$$

$$Q = 500 \left\{ \begin{array}{l} TC = \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} = \frac{600 \times 1200}{500} + \frac{4 \times 500}{2} = 1440 + 1000 = 2440 \\ \text{هزینه حمل: } 500 \times 2 = 1000 \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع}} 2440 + 1000 = 3440$$

بنابراین هزینه $Q = 500$ کمتر است و به عنوان مقدار اقتصادی سفارش منظور می‌گردد.

۶. گزینه ۴

ظرفیت ظرف کوچکتر T می‌باشد که مقداری ثابت می‌باشد.

ظرفیت ظرف بزرگتر به اندازه Q می‌باشد که افزایش A (هزینه سفارش‌دهی) باعث افزایش Q خواهد شد و به طبع افزایش ظرف بزرگتر.

۷. گزینه ۱

با توجه به ماهیت فرمول‌های محدودیت‌های بودجه و فضا فعال شدن این محدودیت باعث کاهش Q خواهد شد.

اما محدودیت مربوط به تعداد سفارش باعث افزایش Q خواهد شد.

۸. گزینه ۳

با بررسی گزینه‌ها مشخص می‌شود تنها در گزینه ۳ می‌توانیم یک نسبت کاهش را در مقدار سفارش ببینیم؛ دقت کن یک نسبت کاهش نه یک مقدار.

$$\frac{800}{1000} = 0.8 \Rightarrow \begin{array}{l} 1500 \times 0.8 = 1200 \\ 2000 \times 0.8 = 1600 \end{array}$$

۹. گزینه ۴

دقت کنید که متوسط تعداد کمبودها در یک سال رو خواسته.

$$T = \frac{4}{12} \Rightarrow N = 3$$

اولین جایی که احتمال تجمعی بیشتر یا مساوی شود را تعیین می‌کنیم.

$$P = 0.9 \Rightarrow r = 200$$

$$\bar{b} = 0.1 \times (220 - 200) = 0.1 \times 20 = 2 \text{ در هر دوره}$$

$$\Rightarrow B(r) = N \times \bar{b}(r) = 3 \times 2 = 6$$

۱۰. گزینه ۲

گفته بودیم که در سوال‌های تولیدی اگر نقطه سفارش‌دهی رو بخواهد اولین کار مقایسه بین T_d و L' می‌باشد.

$$D = 3000 \quad P = 6000 \quad Q^* = 1000 \quad T = \frac{Q}{D} = \frac{1000}{3000} = \frac{1}{3}$$

$$L = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \quad T_d = T(1 - \frac{D}{P}) = \frac{1}{3}(1 - \frac{3000}{6000}) = \frac{1}{6}$$

$$m = [\frac{L}{T}] = \left[\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} \right] = 0 \Rightarrow L' = L - mT = \frac{1}{4}$$

در قسمت تولیدی قرار دادیم. $L' = \frac{1}{4} \quad T_d = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{4} > \frac{1}{6} \Rightarrow$

$$r = (P - D)(T - L') = (6000 - 3000)(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 250$$

سوالات سال ۱۳۹۹

۱. میزان تقاضای سالیانه محصولی برابر R و هزینه هر واحد محصول برابر P است. اگر هزینه نگهداری سالیانه هر واحد محصول $\frac{1}{5}$ هزینه خرید واحد محصول و مقدار سفارش اقتصادی $\frac{1}{5}$ مقدار تقاضای سالیانه باشد، هزینه سالیانه (T) این محصول کدام است؟

$$T = \frac{17}{15} RP \quad (۱) \quad T = \frac{16}{5} RP \quad (۲) \quad T = \frac{26}{25} RP \quad (۳) \quad T = \frac{27}{25} RP \quad (۴)$$

۲. مصرف سالیانه کالای A دو برابر مصرف سالیانه کالای B ، هزینه سفارش‌دهی کالای B دو برابر هزینه سفارش‌دهی کالای A و هزینه‌های نگهداری هر واحد آنها یکسان است. در محاسبه مقدار سفارش اقتصادی کالای B ، مقدار مصرف نصف مقدار واقعی منظور شده است. اگر مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری سالیانه هر یک از دو کالا را به ترتیب با TCA و TCB نشان دهیم، رابطه درست بین TCA و TCB کدام است؟

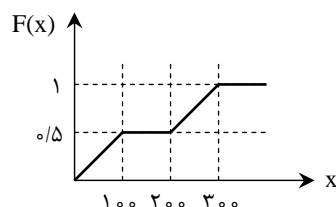
$$TCA < TCB \quad (۴) \quad TCA = TCB \quad (۳) \quad TCA > TCB \quad (۲) \quad TCA \neq TCB \quad (۱)$$

۳. تقاضای سالیانه محصولی R ، هزینه سفارش‌دهی C ، هزینه انبارداری H ، هزینه کمبود هر واحد کالا در سال K و مقدار سفارش اقتصادی محصول با فرض کمبود مجاز، برابر Q است. اگر هزینه کمبود به دو برابر افزایش یابد، به شرط آنکه سایر عوامل ثابت باشند، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مقدار حداکثر موجودی کاهش می‌یابد. (۲) مقدار سفارش اقتصادی کاهش می‌یابد.

(۳) مقدار سفارش اقتصادی تغییر نمی‌کند. (۴) مقدار حداکثر موجودی تغییر نمی‌کند.

۴. تقاضا برای یک محصول، متغیری تصادفی است و میانگین تقاضای سالیانه ۱۸۰۰ واحد است. مدت زمان تحویل یک ماه و انباشته تابع توزیع تقاضا در طی مدت تحویل مطابق شکل زیر است. مقدار سفارش این محصول همیشه ثابت و برابر ۱۰۰ واحد است. اگر احتمال کمبود در موقع دریافت هر سفارش ۱۰ درصد باشد، موجودی اطمینان این محصول چند واحد است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۸۰

(۳) ۱۱۰

(۴) ۱۳۰

۵. مقدار سفارش اقتصادی سه قلم کالا به ترتیب $Q_A^* = 300$ و $Q_B^* = 350$ و $Q_C^* = 200$ واحد و مجموع تعداد سیکل‌های سفارش‌دهی آنها $N = 12$ بوده است. اگر به دلیل محدودیت‌های به وجود آمده، N از ۱۲ به ۱۰ کاهش یابد، مقادیر سفارش اقتصادی این سه کالا به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

$$(1) \quad Q_C^* = 190, \quad Q_B^* = 250, \quad Q_A^* = 270$$

$$(2) \quad Q_C^* = 240, \quad Q_B^* = 390, \quad Q_A^* = 320$$

$$(3) \quad Q_C^* = 220, \quad Q_B^* = 370, \quad Q_A^* = 290$$

$$(4) \quad Q_C^* = 170, \quad Q_B^* = 360, \quad Q_A^* = 300$$

۶. میزان تقاضای سالیانه محصولی ۳۶,۰۰۰ واحد و نرخ تولید سالیانه آن ۳ برابر نرخ مصرف است. هزینه نگهداری هر واحد این کالا ۳ تومان در سال و هزینه برپایی خط تولید ۱۰۰۰ تومان است. اگر طول پیش‌زمان برابر ۳/۵ ماه باشد، نقطه سفارش مجدد این کالا، چند واحد است؟

$$(1) \quad 1500 \quad (2) \quad 3000 \quad (3) \quad 4000 \quad (4) \quad 4500$$

۷. مصرف سالیانه کالایی R و قیمت کالا از تخفیف برخوردار بوده و تخفیف به صورت کلی محاسبه می‌شود. اگر هزینه‌های حمل و نقل هر واحد این کالا از مبدأ فروش تا محل مصرف افزایش یابد، تعداد نقاط بررسی جهت تعیین مقدار سفارش اقتصادی نسبت به قبل از افزایش قیمت‌های حمل و نقل:

(۱) ثابت باقی می‌ماند. (۲) قابل پیش‌بینی نیست.

(۳) ممکن است کاهش یابد. (۴) ممکن است افزایش یابد.

۸. اگر نقطه سفارش مجدد یک کالا برابر ROP ، متوسط مصرف در طول پیش‌زمان ($Lead Time$)

برابر \bar{D} و مقدار ذخیره احتیاطی برابر B باشد، آنگاه:

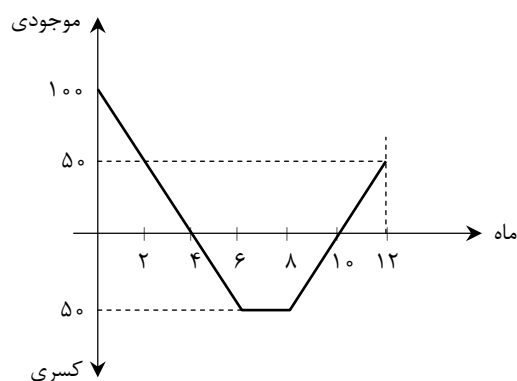
(۱) B می‌تواند از \bar{D} بیشتر باشد.

(۲) B همواره از \bar{D} کمتر است.

(۳) اگر $B > \bar{D}$ باشد، در محاسبات اشتباهی رخ داده است.

(۴) هیچ یک از موارد فوق صحیح نیست.

۹. کسری یکی از قطعات مربوط به مونتاژ، مجاز و قابل جبران (سفارشات عقب افتاده) است. هزینه نگهداری هر واحد این قطعه ۱۲ تومان در سال و در صورت مواجه شدن با کسری، جریمه‌ای معادل ۱۰ تومان در ماه به خریدار پرداخت می‌شود. همچنین مونتاژ قطعات بر روی محصولاتی که با تأخیر در مونتاژ مواجه شده‌اند، ۲۰ تومان مازاد بر هزینه‌های معمول به سیستم تحمیل خواهد کرد. اگر موجودی این قطعه در طول یک سال گذشته طبق نمودار زیر باشد، مجموع هزینه‌های نگهداری و کسری در طول سال گذشته چند تومان بوده است؟



(۱) ۳۲۵۰

(۲) ۳۵۰۰

(۳) ۳۷۵۰

(۴) ۴۵۰۰

۱۰. مصرف یک محصول در طول پیش‌زمان (Lead Time) دارای توزیع نرمال با میانگین \bar{D} و انحراف معیار σ_D است. نقطه سفارش مجدد این محصول برابر ROP است. اگر در طول زمان \bar{D} ثابت اما σ_D افزایش یابد، با ثابت بودن ROP، احتمال مواجه شدن این محصول با کسری:

(۱) ممکن است کاهش یافته باشد. (۲) کاهش یافته است.

(۳) ثابت باقی مانده است. (۴) افزایش یافته است.

پاسخ سؤالات سال ۱۳۹۹

۱. گزینه ۳

$$D = R \text{ سالیانه}$$

$$C = P \text{ هزینه خرید}$$

$$h = \frac{1}{5}C = \frac{1}{5}P$$

$$Q^* = \frac{1}{5}D = \frac{1}{5}R$$

کل هزینه خرید + کل هزینه سفارش‌دهی + کل هزینه نگهداری = کل هزینه سالیانه (TC)

$$TC = \frac{hQ}{2} + \frac{AD}{Q} + DC$$

و می‌دانیم که در شرایط بهینه $\frac{AD}{Q^*} = \frac{hQ^*}{2}$ که به احتمال زیاد منظور طراح هم شرایط بهینه است.

$$TC^* = T^* = \frac{hQ^*}{2} + DC \Rightarrow T^* = hQ^* + DC$$

$$T^* = \frac{1}{5}P \times \frac{1}{5}R + PR = \frac{1}{25}PR + PR = \frac{26}{25}PR$$

۲. گزینه ۳

با توجه به اطلاعات مسأله می‌توان گفت که:

$$D_A = 2D_B$$

$$A_B = 2A_A$$

$$h_A = h_B$$

همچنین گفته شده است که در محاسبه مقدار سفارش اقتصادی:

$$A : D = 2D^{\text{act}}$$

$$B : D = \frac{1}{2}D^{\text{act}}$$

اگر مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری را در شرایط بهینه در نظر بگیریم آنگاه داریم:

$$TCA = k_A^* = \sqrt{2D_A A_A h_A} = \sqrt{2 \times 2D_B \times \frac{1}{2}A_B \times h_B} = \sqrt{2D_B A_B h_B}$$

$$TCB = k_B^* = \sqrt{2D_B A_B h_B}$$

که در این صورت $TCA^* = TCB^*$ و گزینه ۳ صحیح است. جواب سنجش هم برای این سوال همان گزینه ۳ بوده است.

اما چنانچه بخواهیم مقادیر Q_A^* و Q_B^* را محاسبه نماییم و با توجه به آنکه گفته شده در محاسبه مقدار سفارش اقتصادی $D_A = 2D^{act}$ و $D_B = \frac{1}{2}D^{act}$ داریم:

$$Q_A^* = \sqrt{\frac{2D_A A_A}{h_A}} = \sqrt{\frac{2 \times 2D^{act} \times A_A}{h_A}} = 2\sqrt{\frac{D^{act} A_A}{h_A}}$$

$$Q_B^* = \sqrt{\frac{2D_B A_B}{h_B}} = \sqrt{\frac{2 \times \frac{1}{2}D^{act} \times A_B}{h_B}} = \sqrt{\frac{D^{act} A_B}{h_B}}$$

حال چنانچه بخواهیم مقدار Q_A^* را با توجه به پارامترهای کالای B به دست آوریم داریم:

$$Q_A^* = 2\sqrt{\frac{D_A A_A}{h_A}} = 2\sqrt{\frac{2D_B \times \frac{1}{2}A_B}{h_B}} = 2\sqrt{\frac{D_B A_B}{h_B}} \Rightarrow Q_A^* = 2Q_B^*$$

همچنین می‌دانیم که در شرایط بهینه $TC^* = 2\frac{AD}{Q} = 2\frac{hQ}{Q}$ ؛ که با توجه به این اطلاعات می‌توانیم از دو طریق مقدار هزینه بهینه را به دست آوریم.

$$TCA = 2\frac{h_A Q_A}{Q_A} \Rightarrow TCA = h_A Q_A^* = h_B \times 2Q_B^* = 2h_B Q_B^*$$

$$TCB = 2\frac{h_B Q_B}{Q_B} \Rightarrow TCB = h_B Q_B^*$$

که در این صورت $TCA > TCB$.

ولی چنانچه بر اساس هزینه سفارش‌دهی محاسبه کنیم:

$$TCA = 2\frac{A_A D_A}{Q_A} = 2 \times \frac{\frac{1}{2}A_B \times 2D_B}{2Q_B} = \frac{A_B D_B}{Q_B}$$

$$TCB = 2\frac{A_B D_B}{Q_B}$$

که در این صورت $TCB > TCA$.

اما چون در صورت سوال فقط گفته برای محاسبه مقدار اقتصادی سفارش و برای محاسبه هزینه بهینه می‌توانیم از پارامترهای ارائه شده در صورت سوال استفاده کنیم؛ پس همان گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۳

هنگامی که هزینه خرید زیاد می‌شود، ناچاراً باید مقدار کالاهایی که با کمبود مواجه می‌شوند کاهش یابند؛ به عبارتی به مدل ویلسون نزدیک می‌شویم و مقدار سفارش اقتصادی کاهش می‌یابد.

گزینه ۴

سوال ساده‌ای است که مشابه آن در تست‌های انتهای فصل نهم و سوالات آزمون‌ها آورده شده است. با توجه به اطلاعات مسئله که در مورد تقاضا در مدت زمان تحویل و مقدار ثابت سفارش ۱۰۰ واحدی صحبت می‌کند مشخص است که مدل FOS مدنظر است.

$$E(D) = 1800 \text{ سالیانه}$$

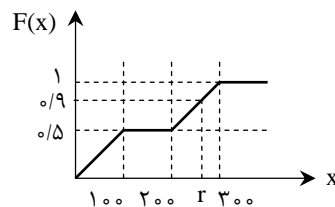
$$L_T = 1 = \frac{1}{12} \text{ سال}$$

$$\text{واحد } Q = 100 \text{ ثابت}$$

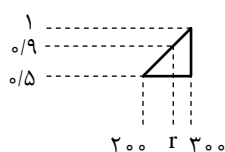
$$\alpha = 0.1 \rightarrow P = 1 - \alpha = 0.9$$

$$F_{D_L}(r) = 0.9 \Rightarrow P(D_L < r) = 0.9$$

با توجه به شکل که تابع توزیع تجمعی تقاضا در مدت زمان تحویل را نشان می‌دهد داریم:



برای به دست آوردن مقدار r می‌توانیم در قسمت سوم شکل (۲۰۰ - ۳۰۰) یک تناسب بنویسیم:



$$\frac{r - 200}{0.9 - 0.5} = \frac{300 - 200}{1 - 0.5}$$

$$\frac{r - 200}{0.4} = \frac{100}{0.5} \rightarrow r = 280$$

همچنین با توجه به شکل صورت سوال می‌توانیم مقدار μ_{D_L} را نیز به دست آوریم که با توجه به

شکل و تقارن آن واضح است که $\mu_{D_L} = 150$ خواهد بود.

با توجه به سیاست FOS داریم:

$$r = \mu_{D_L} + SS$$

۵۹۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

$$SS = r - \mu_{DL}$$

$$SS = 280 - 150 = 130$$

و گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۵

با توجه به اطلاعات صورت سوال از آنجایی که تعداد دفعات سفارش کاهش یافته؛ پس باید مقدار هر بار سفارش افزایش یابد؛ بنابراین تنها گزینه‌ای که می‌تواند صحیح باشد گزینه ۲ است. (قبلاً هم گفتیم که باید همگی به یک نسبت افزایش یابند)

گزینه ۶

با توجه به اطلاعات مسأله مشخص است سوال مربوط به نقطه سفارش مجدد در مدل تولیدی است و نکته طلایی در این مورد مقایسه L (یا u) با T_d است.

$$\begin{cases} D = 36000 \\ P = 3D \\ h = 3 \\ A = 1000 \end{cases} \quad \begin{cases} Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h(1 - \frac{D}{P})}} \\ Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 36000 \times 1000}{3(1 - \frac{1}{3})}} = 6000 \end{cases}$$

$$L_T = 3/5 \text{ ماه} = \frac{3/5}{12} \text{ سال}$$

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{6000}{36000} = \frac{1}{6} \text{ سال} = 2 \text{ ماه}$$

چون مقدار L_T از یک دوره (T) بیشتر است پس باید u را به دست آوریم؛

$$m = \left\lceil \frac{L_T}{T} \right\rceil = \left\lceil \frac{3/5}{2} \right\rceil = 1 \rightarrow u = L - mT = 3/5 - 2 = 1/5 \text{ ماه}$$

$$T_d = T(1 - \frac{D}{P}) \Rightarrow T_d = \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9} \text{ سال}$$

حال باید u را با T_d مقایسه کنیم؛

$$T_d = \frac{1}{9} \text{ سال} < u = \frac{3/5}{12} \text{ سال}$$

برای مقایسه کافیت یک طرفین وسطین انجام دهید.

چون u از مقدار \bar{u} بیشتر است پس ما در قسمت تولیدی قرار داریم و با شیب $(P - D)$ سروکار داریم؛

$$r = (T - U)(P - D)$$

$$r = \left(\frac{1}{6} - \frac{1/5}{12}\right)(2D)$$

$$r = \left(\frac{1}{12}\right)(2 \times 36000) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{12} \times 2 \times 36000 = 3000$$

۷. گزینه ۳ و ۴

با توجه به صورت سوال هزینه‌های حمل و نقل افزایش یافته است که این افزایش هزینه می‌تواند به دو صورت استنباط شود.

حالت (۱) اگر افزایش هزینه مستقل از حجم کالا باشد، هزینه‌های سفارش‌دهی (A) بوده که با افزایش آن مقدار Q افزایش می‌یابد؛ یعنی به سمت راست متمایل می‌شود که ممکن است تعداد نقاط کاندید برای بررسی کاهش یابد.

حالت (۲) اگر افزایش هزینه وابسته به حجم بوده و جزء هزینه‌های خرید (C) محسوب شود آنگاه $h = i.c$ افزایش می‌یابد که با افزایش h مقدار Q کاهش یافته و به سمت چپ متمایل می‌شود که ممکن است تعداد نقاط کاندید برای بررسی افزایش یابند.

جواب سنجش برای این سوال گزینه ۴ بوده است. که می‌توان آن را با کلمه «هر واحد کالا» در صورت سوال توجیه کرد.

۸. گزینه ۱

این سوال در کنکور سراسری ۹۱ هم تکرار شده بود؛ فقط گزینه‌های سوال اندکی تغییر داشته است. در اصل در این سوال مقایسه بین μ_{DL} و SS مدنظر است.

$$\mu_{DL} = \bar{D}$$

$$SS = B \quad SS = r - \mu_{DL}$$

$$r = ROP \quad B = ROP - \bar{D}$$

به عنوان نمونه اگر فرض کنیم تقاضا در مدت زمان تحویل از توزیع نمایی پیروی می‌کند $(D_L \sim \text{Exp})$ آنگاه می‌توان گفت:

$$D_L \sim \text{Exp}$$

$$SS = -\mu_{DL} (1 + \ln(1-p))$$

$$(I) \quad \mu_{DL} = SS \Rightarrow 1 + \ln(1-p) = -1 \rightarrow \ln(1-p) = -2$$

$$\rightarrow (1-p) = e^{-2} \rightarrow p = 1 - e^{-2}$$

$$(II) \quad \mu_{D_L} > ss \Rightarrow \dots$$

$$(III) \quad \mu_{D_L} < ss \Rightarrow \dots$$

که با توجه به همان تحلیل حالت (I) و با توجه به مقادیر مختلف p هر کدام از حالات ممکن است رخ دهد.

بنابراین گزینه ۱ صحیح است و B می‌تواند از \bar{D} بیشتر باشد.

۹. گزینه ۱

با توجه به اطلاعات مسأله مشخص است که پارامترهای مربوط به هزینه نگهداری و هزینه‌های کمبود عبارت است از:

$$h = 12 \text{ در ماه} \rightarrow h = 1 \text{ در سال}$$

$$\hat{\pi} = 10 \text{ در ماه}$$

$$\pi = 20$$

نمودار داده شده در صورت سوال بر اساس ماه است.

[مساحت‌های بالای محور] \times ماهیانه h : کل هزینه نگهداری

$$= 1 \times \left[\left(\frac{4 \times 100}{2} \right) + \left(\frac{2 \times 50}{2} \right) \right] = 250$$

کل هزینه‌های کمبود:

- هزینه کمبود وابسته به زمان:

$$[\text{مساحت پایین محور}] \times \hat{\pi}$$

$$10 \times \left[\left(\frac{6+2}{2} \right) \times 50 \right] = 2000$$

- هزینه کمبود مستقل از زمان:

$$\pi \times [\text{حداکثر میزان کمبود}]$$

$$20 \times 50 = 1000$$

مجموع کل هزینه‌های نگهداری و کمبود برابر است با:

$$\underbrace{250}_{\text{هزینه نگهداری}} + \underbrace{2000 + 1000}_{\text{مجموع هزینه‌های کمبود}} = 3250$$

۱۰. گزینه ۱

با توجه به اطلاعات صورت سوال می‌توان گفت $(\mu_{D_L} = \bar{D}, \sigma_{D_L} = \sigma_D)$ $D_L \sim N$ است. و چون گفته \bar{D} ثابت است ولی σ_D افزایش می‌یابد می‌توان گفت:

$$SS = Z_{\alpha} \cdot \sigma_D$$

که با افزایش σ_D آنگاه، SS هم افزایش می‌یابد و احتمال مواجه شدن با کسری کاهش می‌یابد ولی چون در صورت سوال گفته $ROR = r$ ثابت بماند پس ممکن است احتمال مواجه با کسری نیز ثابت باقی بماند. بهترین گزینه ممکن گزینه ۱ است.

سوالات سال ۱۴۰۰

۱. مصرف کالایی طی ۸ ماه آینده به صورت زیر پیش‌بینی می‌شود. هزینه سفارش‌دهی این کالا ۲۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر واحد ۳ تومان در ماه است. اگر Q_1 مقدار سفارش در دوره اول به روش LTC (حداقل هزینه کل) و Q_W مقدار سفارش در دوره اول به روش واگنر-ویتین باشد، کدام گزینه درست است؟

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
تقاضا	۳۰	۷۰	۳۰	۱۵	۱۰	۲۰	۱۵	۱۰۰
	$Q_1 = Q_W$ (۱)		$Q_1 < Q_W$ (۳)		$Q_1 > Q_W$ (۲)		$Q_1 \neq Q_W$ (۴)	

۲. در یک مدل تخفیف کلی، مقدار سفارش اقتصادی بر روی یکی از نقاط شکست قرار گرفته است. اگر کل هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه را با TCS و کل هزینه‌های نگهداری سالیانه را با TCH نشان دهیم و هزینه‌های نگهداری هر واحد، وابسته به قیمت کالا باشد، در این صورت کدام رابطه صحیح است؟

(۱) $TCH = TCS$ (۲) $TCH < TCS$ (۳) $TCH > TCS$ (۴) $TCH \neq TCS$

۳. مصرف سالیانه دو نوع کالا به ترتیب ۱۰,۰۰۰ و ۱۲,۰۰۰ واحد و هزینه نگهداری هر واحد هر یک از این دو کالا ۲ تومان در سال است. این دو کالا الزاماً باید با همدیگر سفارش داده شوند. هزینه سفارش‌دهی این دو کالا مجموعاً ۱۰۰۰ تومان است. اگر حجم هر واحد هر یک از این دو کالا برابر ۱/۰ مترمکعب و کل فضای در دسترس جهت نگهداری این دو کالا ۵۰۰۰ مترمکعب باشد، مقدار سفارش اقتصادی هر یک از این دو کالا به ترتیب (از راست به چپ) کدام است؟

(۱) ۲۱۳۲ و ۲۵۵۹ (۲) ۳۱۶۲ و ۳۴۶۴ (۳) ۲۰۰۰ و ۲۴۰۰ (۴) ۲۲۳۶ و ۲۲۴۹

۴. در یک کارگاه صنعتی سه نوع محصول به وسیله یک ماشین تولید می‌شود. حداکثر ظرفیت تولید ماشین برای محصولات ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۲۷,۰۰۰، ۳۶,۰۰۰ و ۹,۰۰۰ واحد در سال است. سایر ارقام در جدول زیر آمده است. مقدار حداکثر موجودی انبار برای هر یک از اقلام، به ترتیب کدام است؟ (از راست به چپ)

محصول	۱	۲	۳
مصرف سالیانه (واحد)	۹۰۰۰	۱۸۰۰۰	۶۰۰۰
هزینه نگهداری (واحد در سال)	۵ تومان	۶ تومان	۸ تومان
هزینه هر بار سفارش (تومان)	۸۰۰	۷۰۰	۵۰۰

(۱) ۱۸۰۰ و ۳۶۰۰ و ۱۲۰۰ (۲) ۱۵۰۰ و ۱۳۰۰ و ۴۰۰

(۳) ۱۲۰۰ و ۱۸۰۰ و ۴۰۰ (۴) ۱۲۰۰ و ۱۹۰۰ و ۸۰۰

۵. مدیریت یک سیستم موجودی اغلب با این تصمیم روبروست که آیا قطعه مورد لزوم را خریداری کند یا در کارخانه تولید کند. اگر قطعه در داخل کارخانه ساخته و یا خریداری شود، دارای هزینه ۱۰۰ تومان است. اگر هزینه هر بار سفارش در صورت خرید با هزینه آماده‌سازی در صورت ساخت برابر و مساوی ۲۰ تومان و نرخ مصرف روزانه این قطعه ۶۰ واحد و در کارخانه تولید شود، نرخ تولید روزانه آن ۸۰ واحد خواهد بود. با فرض اینکه نرخ هزینه نگهداری ۱۵ درصد و تعداد روزهای کاری ۲۵۰ روز در سال باشد، مقدار سفارش بهینه در مقایسه با مقدار تولید بهینه:

(۱) برابر است. (۲) نصف است.

(۳) کمتر است ولی نه به اندازه نصف (۴) بیشتر است ولی نه به اندازه دو برابر

۶. تقاضای سالیانه محصولی برابر R ، هزینه نگهداری سالیانه هر واحد محصول برابر H ، هزینه هر بار سفارش برابر C ، کمبود موجودی مجاز و هزینه سالیانه هر واحد کمبود برابر $\frac{1}{3}$ هزینه نگهداری سالیانه هر واحد محصول است. اگر هر بار به تعداد Q^* سفارش داده شود، ماکزیمم سطح موجودی (V^*) در انبار چقدر خواهد بود؟ (از هزینه ثابت کمبود صرف‌نظر شده است.)

$$(1) V^* = \frac{Q^*}{2} \quad (2) V^* = \frac{4HQ^*}{3} \quad (3) V^* = \frac{HQ^*}{4} \quad (4) V^* = \frac{1}{4}Q^*$$

۷. در یک سیستم کنترل موجودی، مقدار ROP (نقطه سفارش مجدد) منفی به دست آمده است. کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد این سیستم می‌تواند صحیح باشد؟

(۱) در محاسبه ROP، دچار خطا شده‌ایم.

(۲) سفارشات پس‌افت، در این سیستم مجاز است.

(۳) فروش از دست رفته در این سیستم مجاز است.

(۴) مقدار $t^* > LT$ ، باعث منفی شدن ROP شده است.

۸. در یک مدل تخفیف قیمت افزایشی (Incremental Discount)، اگر مصرف سالیانه از R به R' افزایش یابد، آنگاه تعداد نقاط بررسی جهت تعیین مقدار سفارش، در شرایط جدید (R') نسبت به شرایط قبلی (R):

(۱) قابل پیش‌بینی نیست. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) کاهش می‌یابد. (۴) ثابت باقی می‌ماند.

۹. مقدار مصرف سالیانه یک کالا ۲۰۰۰ واحد و مقدار سفارش اقتصادی آن ۴۰۰ واحد است. هزینه نگهداری هر واحد این کالا ۱۰ تومان در سال و هزینه کمبود هر واحد آن ۲۰ تومان است. مصرف این کالا در طول پیش‌زمان (LT) طبق جدول زیر است. تصمیم‌مدیریت بر آن است که نقطه سفارش مجدد به گونه‌ای انتخاب شود که سیستم به طور متوسط در طول چهار سال یک بار با کسری کالا مواجه گردد. با این تصمیم، کل هزینه موجودی‌ها در طول سال چند تومان است؟

مصرف در LT	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
احتمال	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱۵	۰/۴	۰/۱۵	۰/۱	۰/۰۵
	۴۱۲۵ (۴)	۴۰۲۵ (۳)		۲۱۲۵ (۲)			۲۰۲۵ (۱)

۱۰. در طول سال‌های گذشته، فروشنده‌ای تأمین‌کننده محصولی برای یک واحد صنعتی بوده است. اکنون فروشنده اعلام می‌کند که از ماه بعد مدت زمان تحویل محصول افزایش خواهد یافت. اگر Q_1 و ROP_1 به ترتیب مقادیر سفارش اقتصادی و نقطه سفارش در گذشته و Q_2 و ROP_2 مقادیر سفارش اقتصادی و نقطه سفارش در آینده باشند، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) $Q_1 = Q_2$ اما ROP_1 ممکن است با ROP_2 برابر باشد.

(۲) $Q_1 < Q_2$ و $ROP_1 < ROP_2$

(۳) $Q_1 > Q_2$ و $ROP_1 < ROP_2$

(۴) $Q_1 = Q_2$ و $ROP_1 \neq ROP_2$

پاسخ سؤالات سال ۱۴۰۰

۱. گزینه ۲

$$A = 200$$

در ماه $h = 3$

Q_1 : مقدار سفارش در دوره اول به روش LTC

Q_w : مقدار سفارش در دوره اول به روش w.w

در روش LTC ملاک حداقل فاصله بین کل هزینه نگهداری و کل هزینه سفارش‌دهی است.

اختلاف	هزینه نگهداری	هزینه سفارش‌دهی	دوره
200	0	200	1
هزینه کمتر $\rightarrow 10$	$70 \times 3 \times 1 = 210$	200	1 و 2
190	$210 + (30 \times 2 \times 3) = 390$	200	1 و 2 و 3

با توجه به روند اختلاف هزینه‌ها، از روش LTC در دوره اول به اندازه 100 واحد

$$(Q_1 = 30 + 70 = 100) \text{ سفارش داده می‌شود.}$$

در سفارش به روش واگنر ویتین داریم:

$$\text{هزینه کمتر} \rightarrow (1, 2) = 200 + 200 = 400 \text{ سفارش جداگانه دوره‌های 1 و 2}$$

$$(1, 2) = 200 + 70 \times 3 \times 1 = 410 \text{ سفارش همزمان دوره‌های 1 و 2}$$

پس دوره 1 و 2 به صورت جداگانه سفارش داده می‌شود و در اولین سفارش به روش واگنر ویتین

مقدار سفارش برابر با $Q_w = 30$ واحد خواهد بود و از مقایسه مقادیر سفارش به این نتیجه می‌رسیم

که:

$$Q_w < Q_1$$

و گزینه 2 صحیح است.

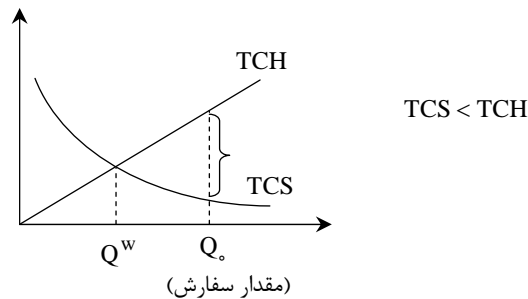
۲. گزینه ۳

در مدل تخفیف کلی اگر تخفیف را به صورت مستقیم در نظر بگیریم از آخرین بازه شروع به

محاسبه می‌کنیم تا جایی که نقطه ویلسون در بازه متناظر خودش قرار گیرد. این نقطه و نقاط

شکست سمت راست به عنوان نقاط کاندید در نظر گرفته می‌شوند که هزینه کل سالیانه مربوط به

آنها محاسبه و با هم مقایسه می‌شود. از آنجایی که در صورت سوال گفته شده مقدار سفارش بر روی یکی از نقاط شکست واقع شده است، پس این نقطه، نقطه ویلسون نیست و چون در سمت راست ویلسون واقع است مقدار هزینه سفارش‌دهی (TCS) از مقدار هزینه نگهداری کمتر است.



۳. گزینه ۱

بر اساس اطلاعات مسئله داریم:

$$D_1 = 10,000$$

$$D_2 = 12,000$$

$$h_1 = h_2 = 2 \text{ سالیانه}$$

$$\sum A_j = 1000$$

$$f_1 = f_2 = 0.1 m^3$$

$$F = 5000 m^3$$

از آنجایی که در صورت سوال گفته شده است این دو کالا باید لزوماً با هم سفارش داده شوند؛ پس باید سیکل مشترک را تعیین کنیم:

$$T^* = \sqrt{\frac{2 \sum A_j}{\sum h_j D_j}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000}{2 \times 10,000 + 2 \times 12,000}} = \sqrt{\frac{2000}{44000}} = 0.2132$$

$$Q_1^* = D_1 \times T^* \rightarrow Q_1^* = 10,000 \times 0.2132 = 2132$$

$$Q_2^* = D_2 \times T^* \rightarrow Q_2^* = 12,000 \times 0.2132 = 2558.4$$

فقط حتماً باید بررسی شود که آیا محدودیت فضا ($\sum f_j D_j \leq F$) صدق می‌کند یا خیر؛

$$\sum f_j Q_j = 2132 \times 0.1 + 2558.4 \times 0.1 = 469.04 < 5000$$

و چون در محدودیت صدق می‌کند نیاز به هیچ گونه اصلاحی نیست و همین مقادیر را سفارش می‌دهیم و گزینه ۱ صحیح است.

۴. گزینه ۲ (سنجش گزینه ۳ را درست اعلام کرده است)

از آنجایی که این سوال در مورد تولید همزمان (تولید چند کالا بر روی یک ماشین) است؛ ابتدا باید شرط امکان‌پذیری تولید ($\sum \frac{D_j}{P_j} < 1$) بررسی شود. اما اگر به گزینه‌ها توجه شود مشخص می‌شود هیچ گزینه‌ای بر عدم امکان‌پذیر بودن تولید اشاره‌ای ندارد. پس فرض سوال این است که این تولید همزمان امکان‌پذیر است و طراح این مورد را به صورت پیش‌فرض مدنظر قرار داده است.

$$\sum_j \frac{D_j}{P_j} \leq 1 \rightarrow \frac{9000}{27000} + \frac{18000}{36000} + \frac{6000}{9000} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \neq 1$$

مشخص شد اصلاً امکان تولید همزمان این محصولات بر روی یک ماشین وجود ندارد؛ ولی طراح بر این موضوع توجهی نداشته است.

$$I_{\max_1} = \sqrt{\frac{2D_1A_1}{h_1}} \times \sqrt{1 - \frac{D_1}{P_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 9000 \times 800}{5}} \times \sqrt{1 - \frac{1}{3}} \approx 1385$$

$$I_{\max_2} = \sqrt{\frac{2D_2A_2}{h_2}} \times \sqrt{1 - \frac{D_2}{P_2}} = \sqrt{\frac{2 \times 18000 \times 700}{6}} \times \sqrt{1 - \frac{1}{2}} \approx 1449$$

$$I_{\max_3} = \sqrt{\frac{2 \times 6000 \times 500}{8}} \times \sqrt{1 - \frac{2}{3}} \approx 1579$$

۵. گزینه ۲

این سوال در اصل یک مقایسه بین Q_{EOQ} و Q_{EPQ} است که باید با توجه به اطلاعات مسأله این دو مقدار محاسبه گردند.

$$\left. \begin{aligned} C_{\text{تولید}} &= C_{\text{خرید}} = 100 \\ i &= 0/15 \end{aligned} \right\} \rightarrow h = ic \rightarrow h = 100 \times 0/15 = 15$$

$$A_{\text{تولید}} = A_{\text{خرید}} = 20$$

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{تولید}} &= 80 \times 250 = 20,000 \\ D_{\text{خرید}} &= 60 \times 250 = 15,000 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{D}{P} = \frac{15,000}{20,000} = \frac{3}{4}$$

$$Q_{EOQ}^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 15,000 \times 20}{15}} = 200$$

۶۰۰ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

$$Q_{EPQ}^* = \sqrt{\frac{2DA}{h(1 - \frac{D}{P})}} = \sqrt{\frac{2 \times 15000 \times 20}{15(1 - \frac{3}{4})}} = 200 \times \sqrt{4} = 400$$

$$Q_{EPQ}^* = 2Q_{EOQ}$$

بنابراین مقدار سفارش بهینه نصف مقدار تولید بهینه است و گزینه ۲ صحیح است.

۶.گزینه ۴

با توجه به اطلاعات مسأله داریم:

$$D = R$$

$$h = H$$

$$A = C$$

$$\hat{\pi} = \frac{1}{3}H$$

Q^* : مقدار سفارش هر بار

$I_{\max} = V^*$: مقدار ماکزیمم موجودی

$$\pi = 0$$

با توجه به نسبت‌های طلایی داریم:

$$\begin{aligned} \hat{\pi} &\sim I_{\max} \\ h &\sim b \\ \frac{\hat{\pi} + h}{\hat{\pi} + h \sim I_{\max} + b} &= Q \end{aligned} \rightarrow \frac{\hat{\pi}}{\hat{\pi} + h} = \frac{I_{\max}}{Q}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1}{3}H}{\frac{1}{3}H + H} = \frac{V^*}{Q^*} \rightarrow \frac{\frac{1}{3}H}{\frac{4}{3}H} = \frac{V^*}{Q^*} \rightarrow V^* = \frac{1}{4}Q^*$$

۷.گزینه ۲

هنگامیکه نقطه سفارش مجدد (ROP) منفی است به این مفهوم است که در شرایطی که در حالت کمبود بوده‌ایم، سفارش صادر شده است؛ یعنی سفارشات عقب افتاده داریم و کمبود به صورت پس‌افت در این سیستم مجاز است.

۸. گزینه ۱

در مدل تخفیف نموی یا افزایش ابتدا برای هر یک از باره‌های تخفیف مقادیر Q_j^* را محاسبه می‌کنیم و از بین آنها، آنهایی را که در بازه مربوط به خود قرار گرفته‌اند و مجاز هستند را مشخص می‌کنیم و در مجموعه نقاط کاندید قرار می‌دهیم. از بین این نقاط کاندید، نقطه‌ای را که دارای حداقل هزینه باشد، به عنوان نقطه بهینه می‌پذیریم. البته مقدار Q_j^* از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D(A + R(q_j) - c_j q_j)}{iC_j}}$$

در این سوال گفته شده مقدار مصرف سالیانه R (که همان D در رابطه بالاست) افزایش می‌یابد؛ با افزایش D مقدار Q_j^* افزایش می‌یابد که با این افزایش حجم سفارش و توضیحات ارایه شده، تعداد نقاط کاندید می‌تواند افزایش و یا کاهش یابد و این مورد قابل پیش‌بینی نیست.

۹. گزینه ۴ (مراجعه یک اشتباه محاسباتی داشته است)

با توجه به اطلاعات صورت سوال مشخص است که مسأله مدل احتمالی از نوع FOS است. (هم مقدار ثابت سفارش و هم تقاضا در مدت زمان تحویل در صورت سوال اشاره شده است)

$$D = 2000$$

$$Q^* = 400$$

$$h = 10$$

$$\pi = 20$$

$$\alpha = \frac{N_b}{N} = \frac{1}{4} \quad \text{احتمال مواجه با کمبود}$$

$$\alpha = 0.25 \rightarrow P = 0.75 \quad \text{سطح خدمت}$$

مصرف در زمان LT	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
احتمال	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱۵	۰/۴	۰/۱۵	۰/۱	۰/۰۵

$$P = 0.75 \rightarrow r = 40$$

$\mu_{DL} = 35 \leftarrow$ چون با توجه به اطلاعات جدول، توزیع حول ۳۵ متقارن است

۶۰۲ برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها: از سری کتاب‌های ۵+۱

هزینه‌های سیستم عبارتند از هزینه سفارش‌دهی، هزینه نگهداری و هزینه کمبود که به ترتیب داریم:

$$\text{هزینه سفارش‌دهی} : \begin{cases} Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{h}} \rightarrow 400 = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times A}{10}} \rightarrow A = 400 \\ \text{هزینه سفارش سالیانه (TCA)} : \frac{AD}{Q} = 400 \times \frac{2000}{400} = 2000 \end{cases}$$

$$\text{هزینه نگهداری} \begin{cases} ss = r - \mu_{DL} \Rightarrow ss = 40 - 35 = 5 \\ TCH = h \left(\frac{Q}{2} + ss \right) = 10 \left(\frac{400}{2} + 5 \right) = 2050 \end{cases}$$

$$\text{هزینه کمبود} \begin{cases} \text{تعداد دوره ها} \times \text{هزینه کمبود در یک دوره} = \text{هزینه کمبود سالیانه} \\ TCB = 20 \times [(45 - 40) \times 0.1 + (50 - 40) \times 0.05] \times \frac{D}{Q} \\ TCB = 20 \times [0.5 + 0.5] \times \frac{2000}{400} = 100 \end{cases}$$

$$TC = TCA + TCH + TCB = 2000 + 2050 + 100 = 4150$$

۱۰. گزینه ۱

مدت زمان تحویل بر روی مقدار سفارش تأثیر نمی‌گذارد. بنابراین مقادیر Q_1, Q_2 با یکدیگر برابر هستند. اما با افزایش مدت زمان تحویل مقدار نقطه سفارش تغییر می‌کند ولی این افزایش شاید به اندازه‌ای باشد که مقادیر $L' = D.L - mQ$ با یکدیگر برابر باشند؛ بنابراین نمی‌توان گفت که حتماً $ROP_1 \neq ROP_2$ است و گزینه ۱ صحیح خواهد بود.

مراجع

۱. فاطمی قمی محمد تقی، برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها، انتشارات امیرکبیر، ۱۳۷۴
۲. حاج شیرمحمدی علی، برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها، انتشارات ارکان، ۱۳۸۵
۳. کریمی بهروز، جنایی مسعود، برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها، انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۸
۴. پورسلطان لیلی، پورسعیدی محسن، کنترل موجودی، انتشارات پارسه، ۱۳۹۱
۵. پورسلطان لیلی، طرح ۹۰٪ کنترل موجودی، انتشارات پارسه، ۱۳۹۴
۶. اشجری بهزاد، احمد گائینی، لیلی پورسلطان، سینا کیهانیان، فریدون اوحدی، پارسه بانک مهندسی صنایع، انتشارات پارسه، ۱۳۹۲
۷. عبدالله زاده وحید، نیکوفکر محمدهادی، برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی، انتشارات نگاه دانش، ۱۳۹۳
۸. مصافی نیا فرشاد، کنترل موجودی، انتشارات مدرسان شریف، ۱۳۹۱
۹. دکتر حجتی، جزوه کنترل موجودی ۱ و ۲، دانشگاه صنعتی شریف
۱۰. سوالات کنکور سراسری مهندسی صنایع سال‌های ۸۰ تا ۹۶
۱۱. خادمی زارع حسن، نگرشی جامع بر کنترل موجودی، انتشارات سروش دانش، ۱۳۸۳
۱۲. گروه مولفین، مجموعه سوال‌های کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، کنترل موجودی، انتشارات پردازش، ۱۳۸۸
13. Richard J.Tersine, Principle of Inventory and Material Management, 1994
14. Sven Axater, Inventory Control, Springer, 2006
15. Donald Waters, Inventory Control and Management, 2012